SHOUT
SHARE
IT

S. 1142. A.

MEMORIE
DI
MATEMATICA
E FISICA
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA
TOMO VII.

VERONA
PER DIONIGI RAMANZINI
M. DCC. XCIV.

BRITISH
NATURAL HISTORY

CATALOGO
DE' MEMBRI
DELLA
SOCIETA' ITALIANA.

PRESIDENTE

Antonmario Lorgna Cavaliere della ſacra Religione de' Santi Maurizio e Lazaro, Brigadiere, e Governatore delle Scuole Militari. *Verona*.

SOCJ ATTUALI

Carlo Abate Amoretti Segretario perpetuo della Società Patriottica di Milano. *Milano*.

Giovanni Arduino Profeſſore di Mineralogia, e di Chimica Metallurgica, e Pubblico Sopraintendente alle coſe agrarie dello Stato Veneto. *Venezia*.

Carlo Barletti delle Scuole Pie, Profeſſore di Fiſica generale nell' Univerſità di Pavia. *Pavia*.

Teodoro Bonati Profeſſore d'Idroſtatica nell' Univerſità di Ferrara, ed Inſpettore dei fiumi del Ferrareſe. *Ferrara*.

ANTONIO CAGNOLI Aſtronomo, e Segretario perpetuo dell' Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *VERONA*.

LEOPOLDO MARCANTONIO CALDANI Primario Profeſſore ordinario di Medicina ſtorica, e di Anatomia nell' Univerſità di Padova. *PADOVA*.

TOMMASO ABATE VALPERGA DI CALUSO Segretario perpetuo dell' Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO*.

SEBASTIANO CANTERZANI Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Bologna, e Secretario perpetuo dell' Iſtituto delle Scienze. *BOLOGNA*.

ANGELO ABATE DE CESARIS Aſtronomo nel Oſſervatorio di Milano. *MILANO*.

PIETRO COSSALI C. R. T. Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Parma. *PARMA*.

PAOLO DELANGES Capitano degl' Ingegneri Veneti. *BRESCIA*.

PIETRO FERRONI Matematico di S. A. R. il Gran Duca di Toſcana, e Profeſſore nell' Univerſità di Piſa. *PISA*.

FELICE FONTANA Cavaliere del Sacro Romano Impero, Direttore del Gabinetto Fiſico di S. A. R. il G. Duca di Toſcana. *FIRENZE*.

MARIANO FONTANA Ch. Reg. B. Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

ALBERTO ABATE FORTIS Naturaliſta. *PADOVA*.

VITTORIO FOSSOMBRONI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toſcana. *AREZZO*.

(*) MICHELE GIRARDI Medico di Camera di S. A. R. di Parma, Preſidente al Gabinetto di Storia naturale, e Profeſſore della medeſima, e di Anatomia. *PARMA*.

VINCENZO MALACARNE Profeſſore di Chirurgia nell' Univerſità di Padova, e Penſionario di S. M. Sarda. *PADOVA*.

GIOVANNI FRANCESCO MALFATTI Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Ferrara. *FERRARA*.

GIOVANNI ANTONIO MARINO Protomedico di Savigliano. *SAVIGLIANO*.

GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO Lettore Cappuccino. *SPALATRO*.

PAOLO MASCAGNI Profeſſore di Anatomia nell'Univerſità di Siena. *SIENA*

LORENZO ABATE MASCHERONI Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

CARLO LODOVICO CONTE MOROZZO Colonnello del Reggimento di Torino, e Preſidente dell' Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO*.

PIETRO MOSCATI Regio Direttore Generale degli Spedali di Milano. *MILANO*.

GIUSEPPE ABATE OLIVI Naturaliſta. *CHIOGGIA*.

PIETRO PAOLI Profeſſore di Matematica nell'Univerſità di Piſa. *PISA*.

FRANCESCO PEZZI Capitano nel Corpo degl' Ingegneri, e Profeſſore di Matemat. nell' Univerſ. di Genova. *GENOVA*.

(*) La Memoria ſpedita da queſto Quaranta non arrivò a tempo d'eſſere inſerita nel preſente Volume.

Ermenegildo Pini Ch. Reg. B. Profeſſore di Storia Naturale. *Milano*.

Michele Cavalier Rosa Profeſſore di Medicina nell' Univerſità di Modena. *Modena*.

Pietro Rossi Profeſſore di Logica nell' Univerſità di Piſa e Naturaliſta. *Pisa*.

Leonardo Salimbeni Capitano degl' Ingegneri Veneti, e Profeſſore di Matematica nelle Scuole Militari. *Verona*.

Giuseppe Slop de Cadenberg Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Piſa. *Pisa*.

Francesco Soave C. R. S. Profeſſore di Logica e Metafiſica. *Milano*.

Lazaro Abate Spallanzani Profeſſore di Storia Naturale nell' Univerſità di Pavia, e Sopraintendente al Pubblico Muſeo della medeſima. *Pavia*.

Simone Conte Stratico Profeſſore di Matematica, e di Fiſica Sperimentale nell' Univerſità di Padova. *Padova*.

Giuseppe Abate Toaldo Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Padova. *Padova*.

Alessandro Volta Profeſſore di Fiſica Sperimentale nell' Univerſità di Pavia. *Pavia*.

Verardo Zeviani Medico-Fiſico. *Verona*.

SOCJ EMERITI.

Domenico Cirilli Profeſſore di Medicina Teorica nell' Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Domenico Cotunio Profeſſore di Anatomia nell' Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Gregorio Fontana delle Scuole Pie, Profeſſore di Matematica Superiore nell' Univerſità di Pavia. *Pavia.*

Lodovico de la Grange Preſidente Onorario dell' Accademia delle Scienze di Torino. *Parigi.*

Marsilio Landriani Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toſcana Fiſico. *Milano.*

Barnaba Abate Oriani Aſtronomo nell' Oſſervatorio di Milano. *Milano.*

Giuseppe Angelo Conte Saluzzo Gentiluomo di Camera di S. M. il Re di Sardegna. *Torino.*

Girolamo Abate Saladini Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Bologna. *Bologna.*

Antonio Scarpa Profeſſore di Anatomia, e di operazioni Chirurgiche nell' Univerſità di Pavia. *Pavia.*

Giuseppe Vairo Profeſſore di Chimica nell' Univerſità di Napoli. *Napoli.*

Giovanni Battista Abate Venturi Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Modena. *Modena.*

SOCJ ONORARJ

Luigi Caccianemici Palcani Profeſſore Primario di Geografia, e di Nautica nell' Inſtituto, e di Fiſica nell' Univerſità di Bologna. *Bologna*.

Angelo Monsignore Fabroni Preſidente dell' Univerſità di Piſa, e Priore nell' incl. Ordine di Santo Stefano di Toſcana. *Pisa*.

Ippolito Marchese Pindemonte Patrizio Veneto, e Cavaliere Geroſolimitano. *Venezia*.

SOCJ STRANIERI

Sig. Achard. *Berlino*.
Sig. Bancks. *Londra*.
Sig. Campomanes. *Madrid*.
Sig. Herschel. *Londra*.
Sig. La Lande. *Parigi*.
Sig. Narvoysz. *Wilna*.
Sig. Pallas. *Pietroburgo*.
Sig. Pryestley. *Londra*.

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

SEGRETARJ

Agostino Abate Vivorio, Profeſſore di Geografia, e Storia nelle Scuole Militari di Verona, Secretario perpetuo, e Amminiſtratore. *Verona*.

– – – – – – – – – – – – – – – – – – –

MEMORIE
DI
MATEMATICA E FISICA

COSE TRIGONOMETRICHE

Del Sig. ANTONIO CAGNOLI.

AVviene naturalmente a chi ha trattato con qualche ſtudio una ſcienza, che ogn'altra applicazione lo riconduce a quella di tanto in tanto, e gli dà occaſion di trovar coſe nuove, o di migliorare ed ampliare le già trovate. Ad eccitamento pertanto d'alcuni dotti amici, cui della mia Trigonometria, data in luce a Parigi nel 1786, piace far qualche conto, eſpongo diverſi Teoremi, Problemi, e Formule, che ſebbene non tutti nuovi, nè alcun forſe di grande importanza, godono per altro, ſe non m'inganno, la non diſpregevole proprietà di quel metodo facile, chiaro, e breve, che feci mio ſcopo primario nella mentovata Opera. M'avvalora altresì l'eſempio del Sig. Cav. *Lorgna*, del P. *Fontana*, dell'Ab. *Gua*, e di *Lexell*, che di sì fatte coſe arricchirono i Tomi di queſta Società, e delle Accademie di Parigi, e di Pietroburgo.

CAPITOLO PRIMO.

Formule trigonometriche.

§. I.

I ſeni dell' arco di 3 gradi, e de' ſuoi multiplici, poſſono eſprimerſi eſattamente per via di radici ſorde. *Lambert* (*Supplementa tabularum logarithmicarum & trigonometricarum*) ne ha dato una tavola, ma ſenza dimoſtrazione. Il perchè non ſia inutile eſporla qui per via affatto ſemplice.

Fatto ſen. $90° = 1$, ognun ſa che (*Trigonom.* 18, 43, 44)

ſen. $30° = \frac{1}{2}$
ſen. $45° = \sqrt{\frac{1}{2}}$
ſen. $60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Se ne deduce ſen. $15°$ = ſen. $(45° - 30°)$ = ſen. $45°$ coſ. $30°$ — coſ. $45°$ ſen. $30° = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$. Onde

ſen. $15° = \sqrt{\frac{3}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8}}$

Nel modo ſteſſo ſi trova ſen. $(45° + 30°)$, o vero

ſen. $75° = \sqrt{\frac{3}{8}} + \sqrt{\frac{1}{8}}$

Se ſi nomina x il lato del decagono inſcritto nel cerchio, il cui raggio $= 1$, è noto che $1 : x :: x : 1 - x$, donde $x^2 = 1 - x$, equazione da cui emerge $x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$. Ma ſen. $18° = \frac{1}{2}x$. Dunque

ſen. $18° = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$.

Queſto ſeno è la chiave di tutti li rimanenti, poichè ſomminiſtra il fondamentale, cioè il ſen. $3°$ = ſen. $(18° - 15°)$. Giova per altro, a ſcanſo di fatica, metter in opera, quanto ſi può, i valori più ſemplici, che ſono li tre monomj recati in prima. Ecco la marcia, che al Sig. *Lambre*, ed a me par la più pronta.

ſen. $72° = \sqrt{(1 - \text{ſen.}^2\, 18°)} = \frac{1}{4}\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}$
ſen. $12°$ = ſen. $(30° - 18°) = \frac{1}{8}\left(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} - \sqrt{15} + \sqrt{3}\right)$
ſen. $48°$ = ſen. $(30° + 18°) = \frac{1}{8}\left(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} + \sqrt{15} - \sqrt{3}\right)$
ſen. $27°$ = ſen. $(45° - 18°) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{(5 + \sqrt{5})} - \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

$$\text{ſen. } 63° = \text{ſen. } (45° + 18°) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 42° = \text{ſen. } (60° - 18°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30+6\sqrt{5})} - \sqrt{5} + 1\right)$$
$$\text{ſen. } 78° = \text{ſen. } (60° + 18°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30+6\sqrt{5})} + \sqrt{5} - 1\right)$$
$$\text{ſen. } 33° = \text{ſen.}(45°-12°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 57° = \text{ſen.}(45°+12°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{(5+\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 3° = \text{ſen.}(45°-42°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} - \sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 87° = \text{ſen.}(45°+42°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(15+3\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 54° = \text{ſen. } (72° - 18°) = 1 - 2\,\text{ſen}^2\, 18° = \tfrac{1}{4}(1+\sqrt{5})$$
$$\text{ſen. } 36° = \sqrt{(1 - \text{ſen}^2\, 54°)} = \tfrac{1}{4}\sqrt{(10-2\sqrt{5})}$$
$$\text{ſen. } 24° = \text{ſen. } (60° - 36°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{(10-2\sqrt{5})}\right)$$
$$\text{ſen. } 84° = \text{ſen. } (60° + 36°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{3} + \sqrt{15} + \sqrt{(10-2\sqrt{5})}\right)$$
$$\text{ſen. } 6° = \text{ſen. } (36° - 30) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30-6\sqrt{5})} - \sqrt{5} - 1\right)$$
$$\text{ſen. } 66° = \text{ſen. } (36° + 30°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30-6\sqrt{5})} + \sqrt{5} + 1\right)$$
$$\text{ſen. } 39° = \text{ſen.}(45°-6°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})} - \sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 51° = \text{ſen.}(45°+6°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})} + \sqrt{(15-3\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$
$$\text{ſen. } 21° = \text{ſen.}(45°-24°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$
$$\text{ſen. } 69° = \text{ſen.}(45°+24°) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} - \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$
$$\text{ſen. } 9° = \text{ſen. } (45° - 36°) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$
$$\text{ſen. } 81° = \text{ſen. } (45° + 36°) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$

Se alcuno chiedeſſe la cauſa, perchè non di ſeni d'altri archi ſi diano cotali eſpreſſioni, fuorchè de' multiplici di quel di 3°, ſi riſponderà che non altri, di numero intiero di gradi, eſſer poſſono compreſi da lati di poligoni regolari inſcritti nel cerchio.

§. II.

Abbiamo trovato (88), $\text{tang. } \tfrac{1}{2}(A+B) = \dfrac{\text{ſen. } A + \text{ſen. } B}{\text{coſ. } A + \text{coſ. } B}$ $= \dfrac{\text{coſ. } B - \text{coſ. } A}{\text{ſen. } A - \text{ſen. } B}$. Fatto $A = 90°$, ſe ne ricava

$$\text{tang. } (45° + \tfrac{1}{2}B) = \frac{1 + \text{ſen. } B}{\text{coſ. } B} = \frac{\text{coſ. } B}{1 - \text{ſen. } B}.$$

§. III.

Avendo calcolato anche il nono termine, non mai publicato, ch'io ſappia, della Serie notiſſima (156), $\text{cot.}\,A = \frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{45} - \text{ecc.}$ lo do qui, a comodo di chi voleſſe valerſene, e perchè me ne varrò io pure or ora: ed è

$$-\frac{3617\,A^{15}}{3^2.5^3.7^2.9^2.11.13.15.17}$$

§. IV.

Dato l'arco, trovare il logaritmo del ſeno, del coſeno, e della tangente.

Poichè (175), $d\,\text{log.ſen.}\,A = \frac{d\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,A} = \frac{dA\,\text{coſ.}\,A}{\text{ſen.}\,A} = dA\,\text{cot.}\,A = dA\left(\frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{3^2.5} - \frac{2A^5}{3^3.5.7} - \text{ecc.}\right)$ (156); ſarà, integrando, e nominando M il modulo per convertire il logaritmo iperbolico in tabulare,

$$\text{log. ſen.}A = \text{log.}A - M\left(\frac{A^2}{2.3} + \frac{A^4}{2^2.3^2.5} + \frac{A^6}{3^2.5.7.9} + \frac{A^8}{3^3.5^2.7.8} + \frac{A^{10}}{3^2.5^2.7.9.11} + \frac{691\,A^{12}}{3^2.5^3.6.7^2.9^2.11.13} + \frac{2A^{14}}{3^2.5^2.7^2.9^2.11.13} + \frac{3617\,A^{16}}{3^2.5^3.7^2.9^2.11.13.15.16.17} + \text{ecc.}\right)$$

Similmente $d\,\text{log. coſ.}\,A = \frac{d\,\text{coſ.}\,A}{\text{coſ.}\,A} = -\frac{dA\,\text{ſen.}\,A}{\text{coſ.}\,A} = -dA\,\text{tang.}\,A = -dA\left(A + \frac{A^3}{3} + \frac{2A5}{3.5} + \text{ecc.}\right)$ (153). Dunque integrando

$$\text{log. coſ.}\,A = -M\left(\frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{3.4} + \frac{A^6}{5.9} + \frac{17\,A^8}{5.7.8.9} + \frac{31\,A^{10}}{5^2.7.9^2} + \frac{691\,A^{12}}{5^2.6.7.9^2.11} + \frac{10922\,A^{14}}{3.5^2.7^2.9^2.11.13} + \frac{929569\,A^{16}}{3.5^2.7^2.9^2.11.13.15.16.} + \text{ecc.}\right)$$

Finalmente eſſendo log. tang. $A =$ log. ſen. $A -$ log. coſ. A; prendendo la differenza delle due Serie trovate ſopra, e riducendo, ſi ottiene

$$\text{log. tang. } A = \text{log. } A + M\left(\frac{A^2}{3} + \frac{7A^4}{9.10} + \frac{62A^6}{5.7.9^2} + \frac{127A^8}{3.4.5^2.7.9} + \frac{146A^{10}}{3.5^2.9^2.11} + \frac{1414477A^{12}}{3^3.5^3.7^2.9^2.11.13} + \frac{32764A^{14}}{3^2.5^2.7^2.9^2.11.13} + \frac{16931177A^{16}}{2^3.3^2.5^3.7.9^2.11.13.15.17} + \text{ecc.}\right)$$

L'enunziazione del problema è ſodisfatta a rigorè per riſpetto al coſeno ſolamente: poichè pel ſeno e per la tangente è meſtieri che, oltre l'arco, ſia dato anche il ſuo logaritmo. Ma queſto ſi computa preſtamente con le ſormule e metodi, che ho eſibiti (175 e ſegg.). Del reſto, per formar tavole, quando ſi foſſero calcolati li logaritmi de' coſeni da 0° a 45°, tutti li rimanenti, come anche quelli delle tangenti, ſi conſeguiſcono per via di ſemplici ſottrazioni (189).

Le nuove ſerie, che ho date or ora, ſono grandemente più comode e ſpeditive, e rinvenute aſſai più facilmente, di quelle di *Eulero* (*Analyſ. infin. Tom. I.* 194).

CAPITOLO SECONDO.

Formule implicate d' immaginarj.

§. I.

Il P. *Fontana* è ſtato il primo, per quel ch'io ſappia, a trovare direttamente l'eſpreſſioni immaginarie de' ſeni e coſeni degli archi multiplici (*Tom. I di queſta Società*, *pag.* 189), dimoſtrandole rigoroſamente, non già conchiudendole per analogia, come fanno *Eulero* (*Tom. I.* 133), *Riccati* (*Inſtit. analyt. lib. II*, *cap.* 12), *Mauduit* (*Aſtronomie ſphérique*, *pag.* 40), ecc. Sulle traccie del prelodato Socio m'ingegnerò anch'io d'apportar qualche facilità a queſto ramo non infecondo della moderna analiſi.

E' noto, parlando de' logaritmi iperbolici, che (*Trigonom.* 179), detto n un numero qualunque,

$$n = 1 + \log.^1 n + \tfrac{1}{2}\log.^2 n + \frac{1}{2.3}\log.^3 n + \text{ecc.}$$

Sarà dunque $n^x = 1 + \log.^1 n^x + \frac{1}{2}\log.^2 n^x + \text{ecc.} = 1 + \frac{x}{1}\log.^1 n + \frac{x^2}{1.2}\log.^2 n + \frac{x^3}{1.2.3}\log.^3 n + \text{ecc.}$ Or ſia $n = e$, cioè alla baſe de' logaritmi iperbolici, per il che $\log. n = 1$, e ſi avrà

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \text{ecc.}$$

Che ſe x ſia negativo, ſarà

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \text{ecc.}$$

Ma ſi ponga $x = A\sqrt{-1}$; ſorgerà

$$e^{A\sqrt{-1}} = 1 + \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} - \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{A^4}{1.2.3.4} + \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

$$e^{-A\sqrt{-1}} = 1 - \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{A^4}{1.2.3.4} - \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

Quindi ſommando, e dividendo per 2; poi ſottraendo, e dividendo per 2; ſi raccoglie dalla prima operazione

$$\frac{e^{A\sqrt{-1}} + e^{-A\sqrt{-1}}}{2} = 1 - \frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{2.3.4} - \frac{A^6}{2.3.4.5.6} + \text{ec.} = \text{coſ. } A\ (154);$$

e dalla ſeconda operazione

$$\frac{e^{A\sqrt{-1}} - e^{-A\sqrt{-1}}}{2} = \sqrt{-1}\left(A - \frac{A^3}{2.3} + \frac{A^5}{2.3.4.5} - \frac{A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{ecc.}\right) = \text{ſen. } A\sqrt{-1},\ (149);$$

delle quali equazioni li primi ed ultimi membri ſommati, e ſottratti, danno

$$e^{A\sqrt{-1}} = \text{coſ. } A + \text{ſen. } A\sqrt{-1}$$

$$e^{-A\sqrt{-1}} = \text{coſ. } A - \text{ſen. } A\sqrt{-1}$$

Da sì fatte eſpreſſioni s' intende come poſſon ridurſi le quantità eſponenziali immaginarie a ſeni e coſeni d'archi reali. Ma procedendo dai numeri ai logaritmi, $A\sqrt{-1}$ log. e, o vero $A\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})$; così $-A\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})$. Sottraendo queſta dall'altra, ſi ha $2A\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}) - \log.(\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}) = \log.\dfrac{\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}}{\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}}$. Laonde

$$A = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\frac{\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}}{\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}} = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\frac{1 + \text{tang.}\,A\sqrt{-1}}{1 - \text{tang.}\,A\sqrt{-1}};$$

che ſono le note formule, utiliſſime nel calcolo integrale, per ridurre ad archi circolari i logaritmi immaginarj.

§. II.

Poichè $A\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})$, ſarà $nA\sqrt{-1} = n\log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1}) = \log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n$. Ma ponendo, nella prima equazione, nA in luogo di A, ſi ha pure $nA\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,nA + \text{ſen.}\,nA\sqrt{-1})$. Dunque $\log.(\text{coſ.}\,nA + \text{ſen.}\,nA\sqrt{-1}) = \log.(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n$. E paſſando a' numeri, $\text{coſ.}\,nA + \text{ſen.}\,nA\sqrt{-1} = (\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n$.

Nello ſteſſo modo, dall' equazione $-A\sqrt{-1} = \log.(\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})$ ſi ricava $\text{coſ.}\,nA - \text{ſen.}\,nA\sqrt{-1} = (\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n$.

Sommando inſieme le due equazioni finali trovate or ora, ſi conſeguiſce

$$\text{coſ.}\,nA = \frac{(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n + (\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n}{2}$$

Prendendo la differenza delle medeſime equazioni,

$$\text{ſen.}\,nA = \frac{(\text{coſ.}\,A + \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n - (\text{coſ.}\,A - \text{ſen.}\,A\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}}$$

Il P. *Riccati* (*lib. III*, *cap.* 3, *n.*° 25...36) applica queſte equazioni a riſolvere, parte co' ſeni iperbolici e parte co' circolari, quelle della forma, dove i coſeni degli archi multiplici ſono eſpreſſi da potenze del coſeno dell'arco ſemplice (*Trig.* 125).

CAPITOLO TERZO.

D'alcune Serie trigonometriche.

§. I.

Trovar la formola generale del ſeno dell' arco multiplice, eſpreſſo da potenze del ſeno dell' arco ſemplice.

Per la Serie notiſſima (*Trig.* 149), ch' eſprime il ſeno con le potenze dell' arco, ſi ha

$$\text{ſen.}\, nA = nA - \frac{n^3A^3}{2.3} + \frac{n^5A^5}{2.3.4.5} - \frac{n^7A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{ecc.}$$

Ma l' altra Serie (144), ch' eſprime l' arco con le potenze del ſeno, dà

$$\begin{aligned}
A &= \text{ſen.}\, A + \frac{\text{ſen.}^3 A}{2.3} + \frac{3\,\text{ſen.}^5 A}{2.4.5} + \frac{3.5\,\text{ſen.}^7 A}{2.4.6.7.} + \text{ecc.}\\
A^3 &= \text{ſen.}^3 A + \frac{\text{ſen.}^5 A}{2} + \left(\frac{9}{2.4.5} + \frac{3}{2^2.3^2}\right)\text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}\\
A^5 &= \text{ſen.}^5 A + \frac{5\,\text{ſen.}^7 A}{2.3} + \text{ecc.}\\
A^7 &= \text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}
\end{aligned}$$

Soſtituendo queſti valori nella ſerie antecedente, rieſce

$$\begin{aligned}
nA &= n\,\text{ſen.}\, A + \frac{n\,\text{ſen.}^3 A}{2.3} + \frac{3n\,\text{ſen.}^5 A}{2.4.5} + \frac{3.5\,n\,\text{ſen.}^7 A}{2.4.6.7} + \text{ecc.}\\
-\frac{n^3A^3}{2.3} &= -\frac{n^3\,\text{ſen.}^3 A}{2.3} - \frac{n^3\,\text{ſen.}^5 A}{3.4} - \frac{37\,n^3\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6} - \text{ecc.}\\
+\frac{n^5A^5}{2.3.4.5} &= +\frac{n^5\,\text{ſen.}^5 A}{2.3.4.5} + \frac{5\,n^5\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6.} + \text{ecc.}\\
-\frac{n^7A^7}{2.3.4.5.6.7} &= -\frac{n^7\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6.7} - \text{ecc.}
\end{aligned}$$

Ma li coefficienti delle potenze medeſime di ſen. A ſi riducono alle ſeguenti eſpreſſioni uniformi, cioè $\frac{n - n^3}{2.3} = -\frac{n(n^2-1)}{2.3}$;

$$\frac{3n}{2.4.5} - \frac{n^3}{3.4} + \frac{n^5}{2.3.4.5} = \frac{9n - 10\,n^3 + n^5}{2.3.4.5} = \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5};$$

$$\frac{3.5\,n}{2.4.6.7} - \frac{37\,n^3}{2.3.4.5.6} + \frac{5\,n^5}{2.3.4.5.6.} - \frac{n^7}{2.3.4.5.6.7} = \frac{225\,n - 259\,n^3 + 35\,n^5 - n^7}{2.3.4.5.6.7}$$

$= -\frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7}$. Dunque la ſormola generale cercata ſarà

$$(\alpha)\ \text{ſen.}\, nA = n\,\text{ſen.}\, A - \frac{n(n^2-1)}{2.3}\,\text{ſen.}^3 A + \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5}\,\text{ſen.}^5 A - \frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7}\,\text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}$$

della quale è manifeſta la legge. Queſta ſerie è viſibilmente finita e riſtretta a termini $\frac{n+1}{2}$ quando n ſia numero *diſpari*, infinita quando n ſia pari. In queſto caſo però ſi riduce la ſomma ad una eſpreſſione compoſta di termini $\frac{n}{2}$ moltiplicati per coſ. A, o vero per $\sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}$, il che ſi rinviene e dimoſtra così.

Sia S il ſecondo membro dell' equazione (α); ſarà ſen. nA $= \frac{S\,\text{coſ.}\, A}{\text{coſ.}\, A} = \frac{S\sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}}{\sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}}$. Ma il binomio di *Neuton* produce $\sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)} = 1 - \frac{1}{2}\,\text{ſen.}^2 A - \frac{1}{2.4}\,\text{ſen.}^4 A - \frac{3}{2.4.6}\,\text{ſen.}^6 A - \text{ecc.}$ Si divida per queſta Serie la S, e ſi troverà

$$(\beta)\ \text{ſen.}\, nA = \sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}\left(n\,\text{ſen.}\, A - \frac{n(n^2-4)}{2.3}\,\text{ſen.}^3 A + \frac{n(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5}\,\text{ſen.}^5 A - \frac{n(n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2.3.4.5.6.7}\,\text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}\right)$$

la qual ſerie ſi tronca evidentemente dopo termini $\frac{n}{2}$, quando n è *pari*. Queſta e la precedente ſi trovano anche nell' Analiſi degl' Infiniti di *Eulero* (236, 238), ma conchiuſe *a poſteriori* dalle tavole peculiari (*Trigon.* 125).

§. II.

Trovar la formola generale del Coſeno dell' arco multiplice, eſpreſſo da potenze del ſeno dell' arco ſemplice.

Per la ſerie notiſſima (154), ch' eſprime il coſeno con le potenze dell' arco,

$$\text{coſ.}\,nA = 1 - \frac{n^2}{2}A^2 + \frac{n^4}{2.3.4}A^4 - \frac{n^6}{2.3.4.5.6}A^6 + \frac{n^8}{2.3.4.5.6.7.8}A^8 - \text{ecc.}$$

Soſtituendo i valori di A^2, A^4, ecc. preſi (§. I.) dall'equazione $A = \text{ſen.}\,A + \frac{\text{ſen.}^3 A}{2.3} + \text{ecc.}$ e riducendo, ſi ottiene

$$(\gamma)\quad \text{coſ.}\,nA = 1 - \frac{n^2}{2}\,\text{ſen.}^2 A + \frac{n^2(n^2-4)}{2.3.4}\,\text{ſen.}^4 A - \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5.6}\,\text{ſen.}^6 A + \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2.3.4.5.6.7.8}\,\text{ſen.}^8 A - \text{ecc.}$$

Queſta ſorta formole generali poſſono dunque trovarſi *a priori* con le ſole forze della Trigonometria, ſenza ricorrere agl'immaginarj, ed a metodi complicati e dipendenti dal calcolo integrale, come fece *Eulero* (*Calc. integr.* 181).

E' manifeſto, che la ſerie (γ) è infinita quando n ſia *diſpari*, finita in termini $\frac{n+2}{2}$ quando n ſia *pari*. Ma nel primo caſo ſi rende finita in termini $\frac{n+1}{2}$ moltiplicati per $\text{coſ.}\,A$, o ſia per $\sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}$, dividendola per queſto binomio ſviluppato, come s'è fatto (§. I.), il che dà

$$(\delta)\quad \text{coſ.}\,nA = \sqrt{(1-\text{ſen.}^2 A)}\left(1 - \frac{n^2-1}{2}\,\text{ſen.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4}\,\text{ſen.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6}\,\text{ſen.}^6 A + \text{ecc.}\right)$$

§. III.

Trovar la formola generale del Seno dell'arco multiplice, eſpreſſo da potenze del coſeno dell'arco ſemplice.

Pongaſi $90^\circ - A$ in cambio di A nell'equazione (δ), e ſarà, per n *diſpari*, $\text{coſ.}\,n(90^\circ - A) = \pm\,\text{ſen.}\,nA$; quindi

$$(\varepsilon)\quad \text{ſen.}\,nA = \pm\sqrt{(1-\text{coſ.}^2 A)}\left(1 - \frac{n^2-1}{2}\,\text{coſ.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4}\,\text{coſ.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6}\,\text{coſ.}^6 A + \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m + 1$, il negativo quando $n = 4m - 1$, m eſſendo un numero intiero qualunque, cominciando da zero.

Soſtituendo parimente 90° — A in vece di A nell'equazione (β), ſi ha, per n *pari*,

$$(\zeta)\quad \text{ſen.}\,nA = \pm\sqrt{(1-\text{coſ.}^2A)}\left(n\,\text{coſ.}\,A - \frac{n(n^2-4)}{2.3}\,\text{coſ.}^3A + \frac{n(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5}\,\text{coſ.}^5A - \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo quando $n = 4m + 2$, il negativo quando $n = 4m$.

§. IV.

Trovare la formola generale del Coſeno dell' arco multiplice, eſpreſſo da potenze del coſeno dell' arco ſemplice.

Pongaſi 90° — A in luogo di A nell'equazione (α), e ſi otterrà, per n *diſpari*,

$$(\eta)\quad \text{coſ.}\,nA = \pm\left(n\,\text{coſ.}\,A - \frac{n(n^2-1)}{2.3}\,\text{coſ.}^3A + \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5}\,\text{coſ.}^5A - \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m + 1$, il negativo quando $n = 4m - 1$.

Soſtituendo ſimilmente 90° — A in vece di A nell'equazione (γ), ſi ritrae, per n *pari*,

$$(\theta)\quad \text{coſ.}\,nA = \pm\left(1 - \frac{n^2}{2}\,\text{coſ.}^2A + \frac{n^2(n^2-4)}{2.3.4}\,\text{coſ.}^4A - \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5.6}\,\text{coſ.}^6A + \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo quando $n = 4m$, il negativo quando $n = 4m - 2$.

Anche le equazioni (η) (θ) ſono ſtate date dal Sig. *Mauduit* (*Aſtronomie ſphérique*, *pag.* 23), ma trovate empiricamente, ſenza darne dimoſtrazione.

Finalmente le otto formole (α) (β) ecc. ſono l'eſpreſſion generale delle quattro tavole, da me collocate (125).

§. V.

Trovar le radici delle otto equazioni (α) (β) ecc. nel caſo in cui ſono finite.

Nella prima equazione (α), finita quando n è diſpari, una delle radici è manifeſtamente ſen. A. Che ſe in vece di nA ſi ponga $(c + nA)$ nel primo membro, e conſeguentemente $\frac{c+nA}{n}$ in luogo di A nel ſecondo, fatto $c = 360°$, non ſarà punto alterato il valore, nè il ſegno di ſen. nA; ma ſen. A diventerà ſen. $\left(\frac{c}{n}+A\right)$, e queſta ſarà una ſeconda radice. Similmente ſe in cambio di nA s'introduca $(2c+nA)$, riuſcirà per terza radice ſen. $\left(\frac{2c}{n}+A\right)$. Così proſeguendo, troverannoſi le altre, ſen. $\left(\frac{3c}{n}+A\right)$, ſen. $\left(\frac{4c}{n}+A\right)$, ecc. fino all'ultima, la qual ſarà ſempre ſen. $\left(\frac{(n-1)\,c}{n}+A\right)$; imperocchè ſe ſi procedeſſe a ſen. $\left(\frac{nc}{n}+A\right)$ = ſen. $(c+A)$ = ſen. A, e così diſcorrendo, ſi caſcherebbe da capo nelle radici ottenute prima, il cui numero debbe ogni volta eſſer n giuſta la dottrina delle equazioni.

Che ſe alcuno voleſſe chiamar a prova sì fatte radici, e veder ſe da quelle emerga l'equazione, metta in quella x in luogo di ſen. A, poi multiplichi inſieme tutte le radici, cioè li binomj $(x - \text{ſen.}\,A)$, $\left(x - \text{ſen.}\,\overline{\frac{c}{n}+A}\right)$, ecc. e fatte le riduzioni convenevoli, troverà l'equazione per qualſivoglia numero diſpari n.

Se poi n ſia numero pari, diventa finita l'equazione (β): ma perchè il ſecondo membro è implicato della quantità irrazionale $\sqrt{}(1 - \text{ſen.}^2 A)$, fa meſtieri toglier l'aſimmetria elevando al quadrato; con che il numero delle radici ſi fa doppio, cioè $2n$, pigliando ognuna due forme, la poſitiva e la negativa. E di fatti ſen.nA convertendoſi in ſen.$^2 nA$, che vale $\frac{1 - \text{coſ.}\, 2nA}{2}$, ne viene che l'arco multiplice non è già nA, ma sì veramente $2nA$. Pertanto, procedendo come di ſopra, le radici ſaranno: ± ſen.A, ± ſen.$\left(\frac{c}{2n} + A\right)$, ± ſen.$\left(\frac{2c}{2n} + A\right)$, e così progredendo fino alle ultime ± ſen.$\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$.

Dal medeſimo metodo appare: che le radici dell'equazione (γ), quando n è pari, ſono n di numero, e quelle ſteſſe dell'equazione (α) per n diſpari: che le radici dell'equazione (δ), quando n è diſpari, ſono $2n$ di numero, e quelle ſteſſe dell'equazione (β) per n pari: che ognuna delle equazioni (ε) (ζ) ha $2n$ radici, che ſon le medeſime nell'una e nell'altra, cioè ± coſ. A, ± coſ. $\left(\frac{c}{2n} + A\right)$, ± coſ. $\left(\frac{2c}{2n} + A\right)$, ... ± coſ. $\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$: e finalmente che le equazioni (η) (θ) hanno ciaſcuna n radici, e le ſteſſe in entrambe, cioè coſ. A, coſ. $\left(\frac{c}{n} + A\right)$, coſ. $\left(\frac{2c}{n} + A\right)$, ... coſ. $\left(\frac{(n-1)\,c}{n} + A\right)$.

§. VI.

Eſprimere i ſeni e coſeni dell'arco multiplice con il prodotto delle radici dell'equazioni (α) (β), ecc.

Ogni coefficiente delle potenze di ſen.A nella ſerie (α) ha queſta proprietà, che il ſuo valor ſi riduce a 2^{n-1} qualunque volta l'eſponente della potenza ſia n. Per eſempio, ſe $n = 5$, ſi troverà il coefficiente di ſen.$^5 A$ eſſer 2^4, o ſia 16: di fatti $\frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5} = \frac{5(25-1)(25-9)}{2.3.4.5} = 16$.

Così ſe $n = 7$, riſulterà $\frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7} = 2^{7-1} = 2^6 = 64$. E parimente d'ogn'altro. Dunque l'ultimo termine della ſerie (α), per qualſiſia valor diſpari di n, è ſempre $2^{n-1}\,\text{ſen.}^n A$. E però dividendo l'equazione per il coefficiente 2^{n-1} della maſſima poteſtà di ſen. A, e ordinandola conforme al ſolito, l'omogeneo di comparazione ſarà in ogni caſo $\frac{\text{ſen.}\,nA}{2^{n-1}}$, col ſegno negativo quando $n = 4m + 1$. Ma per li canoni delle equazioni il medeſimo termine, col ſegno mutato, uguaglia il prodotto di tutte le radici. Dunque pigliandole nel §. V., ſarà, per n *diſpari*,

$$\text{ſen.}\,nA = \pm\, 2^{n-1}\,\text{ſen.}A\,\text{ſen.}\left(\frac{c}{n} + A\right)\text{ſen.}\left(\frac{2c}{n} + A\right)\ldots\ldots\text{ſen.}\left(\frac{(n-1)\,c}{n} + A\right),$$

il ſegno negativo valendo qualvolta $n = 4m - 1$.

Quando poi n è pari, diventa finita la ſerie (β); nella quale il coefficiente, che ſi riduce a 2^{n-1} come ſopra, è quello della poteſtà $(n-1)$ di ſen. A, dopo cui ſi tronca la ſerie. Dunque dividendo l'equazione per 2^{n-1}, elevandola al quadrato, e notando che la maſſima dignità $\text{ſen.}^{2n-2}A$ diventa $\text{ſen.}^{2n}A$, a cagion del moltiplico per $\text{ſen.}^2 A$ ch'eſce fuori del radicale, laonde le radici ſono $2n$, l'omogeneo di comparazione rieſce $\frac{\text{ſen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$. E però togliendo nel §. V. le radici di queſta equazione, ſi ha $\text{ſen}^2.nA = 2^{2n-2}\,\text{ſen.}^2 A\;\text{ſen.}^2\left(\frac{c}{2n} + A\right)\text{ſen.}^2\left(\frac{2c}{2n} + A\right)\ldots\ldots\text{ſen.}^2\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$. Della quale equazione eſtraendo la radice, ſi ottiene, con le ſole forze dell'analiſi trigonometrica elementare, e per via, ſe non erro, più facile di quella d'*Eulero* (*Analyſ. infinit.* 237),

$$\text{ſen.}\,nA = 2^{n-1}\,\text{ſen.}A\,\text{ſen.}\left(\frac{c}{2n} + A\right)\text{ſen.}\left(\frac{2c}{2n} + A\right)\ldots\ldots\text{ſen.}\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right);$$

equazione che vale per *qualſivoglia* valore di n, imperocchè qual ce l'ha ſomminiſtrata pel valor pari l'equazione (β), tal ce la porge pel valor diſpari l'equazione (δ). E che ſia il vero, innalzando queſta al quadrato, ſorge $\text{coſ}^2.nA = (1 - \text{ſen.}^2 A)\left(1 - (n^2-1)\,\text{ſen.}^2 A + \text{ecc.}\right) = 1 - n^2\,\text{ſen.}^2 A + \text{ecc.}$

Laonde $\text{ſen.}^2 nA = n^2\,\text{ſen.}^2 A -$ ecc. E però l'omogeneo di comparazione $\frac{\text{ſen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$, e le radici (ved. §. V.), tutto è lo ſteſſo, come nella (β). Dunque ecc.

Trattando l'equazione (ζ) come s'è fatto della (β), emerge, per n *pari*,

$$.nA = \pm\, 2^{n-1}\,\text{coſ.}A\,\text{coſ.}\left(\frac{c}{2n}+A\right)\text{coſ.}\left(\frac{2c}{2n}+A\right)\dots\dots\text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{2n}+A\right);$$

il ſegno negativo ſpettando al caſo, in cui $n = 4m + 2$.

Con lo ſteſſo metodo, che ho tenuto per la (α), ricavo dalla (η), per n *diſpari*,

$$.nA = 2^{n-1}\,\text{coſ.}A\,\text{coſ.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{coſ.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\dots\dots\text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{n}+A\right).$$

Ma la (ε), maneggiata come la (β), produce ancora per n *diſpari*

$$.nA = \pm\, 2^{n-1}\,\text{coſ.}A\,\text{coſ.}\left(\frac{c}{2n}+A\right)\text{coſ.}\left(\frac{2c}{2n}+A\right)\dots\dots\text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{2n}+A\right);$$

il ſegno negativo dovendo uſarſi quando $n = 4m - 1$, eſcluſo il valore zero di m.

Ognun vede l'utilità delle formole raccapezzate in queſto §. per la compoſizione de' logaritmi de' ſeni e coſeni: le due ſeguenti ſervirebbero a quelli de' ſeni verſi, ſe occorreſſe farne uſo.

L'omogeneo di comparazione nella (γ) è $\pm\,\frac{\text{coſ.}\,nA - 1}{2^{n-1}}$.

Sarà dunque, per n *pari*,

$$\text{ſ.}nA = 1 \mp 2^{n-1}\,\text{ſen.}A\,\text{ſen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{ſen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\dots\dots\text{ſen.}\left(\frac{(n-1)c}{n}+A\right);$$

dove il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m - 2$.

Similmente, per il medeſimo valore di n *pari*, dall' equazione (θ) ſi ricava

$$\text{ſ.}\,nA = \pm 1 - 2^{n-1}\,\text{coſ.}A\,\text{coſ.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{coſ.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\dots\text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{n}+A\right);$$

dove il ſegno negativo ſpetta al caſo, in cui $n = 4m - 2$, eſcluſo il valore zero di m.

§. VII.

Eſpreſſioni della ſteſſa forma per la tangente dell'arco multiplice ſi deducono facilmente dalle precedenti: imperocchè dividendo la prima per la quarta del §. VI., e la ſeconda per la quinta, emergono le ſeguenti, per *n diſpari*,

$$\text{tang.}nA = \pm\,\text{tang.}A\,\text{tang.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{tang.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots\text{tang.}\left(\frac{(n-1)c}{n}+A\right).$$

$$\text{tang.}nA = \pm\,\text{tang.}A\,\text{tang.}\left(\frac{c}{2n}+A\right)\text{tang.}\left(\frac{2c}{2n}+A\right)\ldots\text{tang.}\left(\frac{(n-1)c}{2n}+A\right).$$

Il caſo di n pari non ammette eſpreſſioni egualmente comode, dovendo impiegarſi la ſeſta e la ſettima del §. VI., per dividere la ſeconda e la terza.

§. VIII.

Trovar la formola generale delle potenze del Seno dell' arco ſemplice, eſpreſſe da ſeni dell' arco multiplice.

L'irrazionalità della ſerie (β) non laſcia luogo a riſolver queſto problema pel caſo del multiplice pari. Per quello del *diſpari* farò che mi vaglia la formula (α), dopo che l'avrò poſta ſotto altra forma ancor più generale.

Nominando x l'eſponente di ſen. A in qualſivoglia termine $\mathfrak{Q}$ della ſerie (α), il termine proſſimo antecedente è ſempre $\frac{\mathfrak{Q}}{\text{ſen.}^2 A} \times \frac{x(x-1)}{n^2-(x-2)^2}$. Ma abbiamo veduto (§. VI.), che qualunque ſia il valor diſpari di n, l'ultimo termine della ſerie, finita in tal caſo, è ſempre $2^{n-1}\,\text{ſen.}^n A$. Fatto dunque $x = n$, il penultimo termine ſarà ſempre $\frac{2^{n-1}\,\text{ſen.}^n A}{\text{ſen.}^2 A} \times \frac{n(n-1)}{n^2-(n-2)^2} = 2^{n-1}\,\text{ſen.}^{n-2} A \times \frac{n(n-1)}{4(n-1)} = 2^{n-3} n.\text{ſen.}^{n-2} A$. Ora, nel penultimo termine, $x = n-2$: ſarà dunque l'antepenultimo $\frac{2^{n-3} n.\,\text{ſen.}^{n-2} A}{\text{ſen.}^2 A} \times \frac{(n-2)(n-3)}{n^2-(n-4)^2} = 2^{n-3} n.\text{ſen.}^{n-4} A \times \frac{(n-2)(n-3)}{8(n-2)}$

$= 2^{n-5}$

$=2^{n-5}\frac{n(n-3)}{2}\text{ſen.}^{n-4}A$. Proſeguendo così, con fare $x=n-4$ nell'antepenultimo termine, $x=n-6$ nel proſſimo precedente ecc., l'equazione (α) diviene, invertendo la ſerie,

$$(\lambda)\ \text{ſen.}nA=\pm 2^{n-1}\text{ſen.}^{n}A\mp n.2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A\pm\frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A$$
$$\mp\frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\times 2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A\pm\text{ecc.}$$

li ſegni ſuperiori valendo quando $n=4m+1$.

Sarà dunque, aſſumendo per ora li ſegni ſuperiori a minor confuſione,

$$2^{n-1}\text{ſen.}^{n}A=\text{ſen.}nA+n.2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A-\frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A$$
$$+\frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\times 2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A-\text{ecc.}$$

Nella qual formola generale, ſe in vece di n ſi mette, una volta $n-2$, un'altra $n-4$, un'altra $n-6$, ecc. ſaranno ugualmente vere le ſeguenti, nelle quali il primo termine del ſecondo membro deve alternativamente mutar di ſegno per ſodisfare al doppio della (λ);

$$2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A=-\text{ſen.}(n-2)A+(n-2)2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A-\frac{(n-2)(n-5)}{2}$$
$$\times 2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A+\text{ecc.}$$
$$2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A=\text{ſen.}(n-4)A+(n-4)2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A-\text{ecc.}$$
$$2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A=-\text{ſen.}(n-6)A+\text{ecc.}$$

Or s'introduca queſto valore di $2^{n-7}\text{ſen.}^{n-6}A$ nelle tre precedenti equazioni, e ſi avrà

$$2^{n-1}\text{ſen.}^{n}A=\text{ſen.}nA+n.2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A-\frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A$$
$$-\frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\text{ſen.}(n-6)A\ \text{ecc.}$$
$$2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A=-\text{ſen.}(n-2)A+(n-2)2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A+\frac{(n-2)(n-5)}{2}\text{ſen.}(n-6)A\ \text{ecc.}$$
$$2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A=\text{ſen.}(n-4)A-(n-4)\text{ſen.}(n-6)A\ \text{ecc.}$$

Soſtituiſcaſi adeſſo queſto valore di $2^{n-5}\text{ſen.}^{n-4}A$ nelle due antecedenti equazioni, onde ſia

$$2^{n-1}\,\text{ſen.}^{n}A = \text{ſen.}\,nA + n.2^{n-3}\,\text{ſen.}^{n-2}A - \frac{n\,(n-3)}{2}\,\text{ſen.}(n-4)A$$
$$+\left(\frac{n\,(n-3)\,(n-4)}{2} - \frac{n\,(n-4)\,(n-5)}{2.3}\right)\text{ſen.}(n-6)A \text{ ecc.}$$

il qual ultimo termine ſi riduce a $+\frac{n\,(n-2)\,(n-4)}{3}\,\text{ſen.}(n-6)A$; e

$$2^{n-3}\text{ſen.}^{n-2}A = -\text{ſen.}(n-2)A + (n-2)\text{ſen.}(n-4)A - \left(\overline{n-2}.\overline{n-4} - \frac{(n-2)(n-5)}{2}\right)\text{ſen.}(n-6)$$

il qual ultimo termine ſi riduce a $-\frac{(n-2)\,(n-3)}{2}\,\text{ſen.}(n-6)\,A$.

Che ſe finalmente queſto ultimo valore di $2^{n-3}\,\text{ſen.}^{n-2}A$ s'inſeriſca nell'equazion precedente, fatte le riduzioni, e riposto il doppio ſegno, ſi ottiene

$$(\mu)\quad \pm 2^{n-1}\,\text{ſen.}^{n}A = \text{ſen.}\,nA - n.\text{ſen.}(n-2)A + \frac{n\,(n-1)}{2}\,\text{ſen.}\,(n-4)A$$
$$-\frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{2.3}\,\text{ſen.}(n-6)A + \text{ecc.}$$

il ſegno poſitivo valendo, come s'è detto, quando $n = 4m + 1$, e la ſerie troncandoſi a termini $\frac{n+1}{2}$.

§. IX.

Trovare la formola generale delle potenze del Seno dell' arco ſemplice, eſpreſſe da coſeni dell' arco multiplice.

L'irrazionalità della ſerie (δ) non laſcia adito a ſciogliere queſto problema pel caſo del multiplice diſpari. Per quello del *pari*, la formula (γ), trattata come ho fatto or ora della (α), può eſprimerſi primamente così:

$$(\nu)\quad \text{coſ.}\,nA = 1 \mp 2^{n-1}\,\text{ſen.}^{n}A \pm n.2^{n-3}\,\text{ſen.}^{n-2}A \mp \frac{n\,(n-3)}{2} \times 2^{n-5}\,\text{ſen.}^{n-4}A \pm \text{e}$$

regnando i ſegni inferiori quando $n = 4m$.

Queſta ſerie non ha altro divario dalla (λ), ſe non per l'unità che v'è aggiunta. Si convertirà dunque del pari nella ſerie (μ), con due ſole differenze, cioè che in vece dei ſeni qui avremo i coſeni degli archi multiplici, e che l'unità, nelle veci di cui poſſiam mettere $\text{coſ.}(n-n)A$, ed alla qual tocca allora l'ultimo luogo, sarà moltiplicata con la ſomma de' coefficienti di tutti gli altri coſeni. Se $n=2$, queſta ſomma ſarà $1-n=-\frac{n-1}{1}$. Se $n=4$, ſarà ella $-\frac{n-1}{1}+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}$. Se $n=6$, ſi avrà $\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}=-\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3}$. Donde ſi vede che in generale l'ultimo fattore, così nel numeratore come nel denominatore dell'anzidetta ſomma, è ſempre $\frac{1}{2}n$, ed il numero de' fattori di ſopra e di ſotto è pure $\frac{1}{2}n$. Tutto ſi può avverar facilmente, ponendo, nell'equazione (λ), $(1-\text{coſ.}nA)$ in iſcambio di $\text{ſen.}\,nA$, e rifacendo le operazioni che l'hanno traſformata nella (μ). Sarà dunque

$$(\xi)\quad \pm 2^{n-1}\,\text{ſen.}^{n}A=\text{coſ.}nA-n\,\text{coſ.}(n-2)A+\frac{n(n-1)}{2}\,\text{coſ.}(n-4)A-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\,\text{coſ.}(n-6)A\ldots\pm\frac{(n-1)\ldots.\frac{1}{2}n}{1\ldots.\frac{1}{2}n}\,\text{coſ.}(n-n)A\,;$$

li ſegni ſuperiori valendo quando $n=4m$.

§. X.

Trovar la formola generale delle potenze del Coſeno dell' arco ſemplice, eſpreſſe da coſeni dell' arco multiplice.

La formula (η) non differiſce dalla (α), ſe non per aver li coſeni nelle veci de' ſeni. Si avrà dunque, a ſimilitudine della (λ), ma ſenza il doppio ſegno, poichè nella (η) la maſſima poteſtà di $\text{coſ.}A$ è ſempre poſitiva,

$$(\pi)\quad \text{coſ.}nA=2^{n-1}\,\text{coſ.}^{n}A-n.2^{n-3}\,\text{coſ.}^{n-2}A+\frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\,\text{coſ.}^{n-4}A-\frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\times 2^{n-7}\,\text{coſ.}^{n-6}A+\text{ecc.}$$

Facendo ſubire a queſta equazione le traſformazioni, che hanno ſervito a convertire la (λ) nella (μ), ſi troverà

$$(\rho)\quad 2^{n-1}\,\text{coſ.}^{n}A = \text{coſ.}\,nA + n\,\text{coſ.}(n-2)A + \frac{n(n-1)}{2}\,\text{coſ.}\,(n-4)A + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\,\text{coſ.}\,(n-6)A + \text{ecc.}$$

equazione, che riſolve il problema per n *diſpari*, ed è finita in termini $\frac{n+1}{2}$.

L'equazione finita, per n *pari*, ſi ricava dalla (θ). Si oſſervi che queſta non differiſce in altro dalla (γ), ſe non per aver le potenze de' coſeni in cambio di quelle de' ſeni, e la maſſima dignità di coſ. A ſempre poſitiva. Si ha dunque in prima, a ſimilitudine della (γ), la ſeguente eſpreſſione dell'equazione (θ).

$$(\varsigma)\quad \text{coſ}\;nA = \pm 1 + 2^{n-1}\,\text{coſ.}^{n}A - n.2^{n-3}\,\text{coſ.}^{n-2}A + \frac{n\,(n-3)}{2} \times 2^{n-5}\,\text{coſ.}^{n-4}A - \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \times 2^{n-7}\,\text{coſ.}^{n-6}A + \text{ecc.}$$

Ma queſta equazione è la ſteſſa della (π), ſenz'altro divario che l'unità di più nel ſecondo membro. Si convertirà dunque del pari nell'equazione (ρ), colla giunta ſoltanto dell'unità, co' ſegni alterni, moltiplicata per la ſomma de' coefficienti de' coſeni degli archi multiplici, a quella guiſa che s'è moſtrato nel precedente §. La ſomma ha qui pure la ſteſſa forma, ſe non che l'ultimo fattore nel numeratore è $\frac{1}{2}(n+2)$, e nel denominatore $\frac{1}{2}(n-2)$. Laonde, per il caſo di n *pari*, baſta l'equazione (ρ), purchè ſe le aggiunga il termine $+\frac{(n-1)\,.\,.\,.\,.\,.\,\frac{1}{2}(n+2)}{1\,.\,.\,.\,.\,.\,\frac{1}{2}(n-2)}\,\text{coſ.}\,(n-n)A$, il qual ſarà l'ultimo in tutti i caſi.

Le ſette formule (λ, μ . . . . ς) non eſſendo ſtate trovate *a priori* da altri ch'io ſappia, m'è parſo bene, che tal dimoſtrazione non manchi alla Trigonometria, tanto più ch'è sì agevole e piana. Le tre (μ, ξ, ρ) rappreſentano le due tavole (*Trig.* 127), dalle quali ſono ſtate finora dedotte empiricamente, quand'era dicevole troppo più cercar prima le generali, e da quelle ritrar le particolari.

§. XI.

Sommare ogni ſerie di Seni d'archi in progreſſione aritmetica.

Sia la ſerie generaliſſima $\text{ſen.}A + \text{ſen.}(A+B) + \text{ſen.}(A+2B) \ldots\ldots + \text{ſen.}(A+pB)$, di cui ſi dimanda la ſomma. E poichè è notiſſimo che (*Trig. Tav. II*, *form.* 23)

$$\text{coſ.}(A-\tfrac{1}{2}B) - \text{coſ.}(A+\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{ſen.}A$$
$$\text{coſ.}(A+\tfrac{1}{2}B) - \text{coſ.}(A+\tfrac{3}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{ſen.}(A+B)$$
$$\text{coſ.}(A+\tfrac{3}{2}B) - \text{coſ.}(A+\tfrac{5}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{ſen.}(A+2B)$$

ſe ſi piglia la ſomma di queſte tre equazioni, ſi ha

$$\text{coſ.}(A-\tfrac{1}{2}B) - \text{coſ.}(A+\tfrac{5}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\big(\text{ſen.}A + \text{ſen.}(A+B) + \text{ſen.}(A+2B)\big).$$

Or ſi noti, che qui eſſendo $p = 2$, rieſce $\tfrac{5}{2}B = \frac{2p+1}{2}B$. E poichè per qualunque valore di p, è manifeſto che ſempre il ſecondo termine del primo membro ammette $\frac{2p+1}{2}$ per coefficiente di B, riſulta

$$\text{n.}A + \text{ſen.}(A+B) + \text{ſen.}(A+2B) \ldots + \text{ſen.}(A+pB) = \frac{\text{coſ.}(A-\frac{1}{2}B) - \text{coſ.}(A+\frac{2p+1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}$$

$$= \frac{\text{ſen.}\frac{p+1}{2}B\,\text{ſen.}(A+\frac{1}{2}pB)}{\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Se la ſerie è infinita, $\text{coſ.}\left(A+\frac{2p+1}{2}B\right)$ ſpariſce, poichè $\text{coſ.}(A+\tfrac{1}{2}B+pB) = \text{coſ.}(A+\tfrac{1}{2}B)\,\text{coſ.}pB - \text{ſen.}(A+\tfrac{1}{2}B)\,\text{ſen.}pB$; li quali due termini ſi dileguano, per non eſſere aſſegnabili il coſeno ed il ſeno dell'arco infinito pB: laonde

$$\text{en.}A + \text{ſen.}(A+B) + \text{ſen.}(A+2B) + \text{ecc. all' infinito} = \frac{\text{coſ.}(A-\frac{1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Che ſe $A = B$, ſarà

$$\text{ſen.}B + \text{ſen.}2B + \text{ſen.}3B + \text{ecc. all' infinito} = \tfrac{1}{2}\,\text{cot.}\tfrac{1}{2}B.$$

Si noti, il che ſembra fuggito ad altri, che quando la progreſſione foſſe decreſcente, le ſteſſe formule nulla meno varrebbero facendovi B negativo. E ciò baſti detto una volta.

§. XII.

Sommare ogni ſerie di Coſeni d' archi in progreſſione aritmetica.

Sia da ſommare la ſerie generaliſſima $\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) \ldots + \text{coſ.}(A+pB)$. Eſſendo notiſſimo che (*Trig. Tav. II.*, *form.* 22.)

$$\text{ſen.}(A+\tfrac{1}{2}B) - \text{ſen.}(A-\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}A$$
$$\text{ſen.}(A+\tfrac{3}{2}B) - \text{ſen.}(A+\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}(A+B)$$
$$\text{ſen.}(A+\tfrac{5}{2}B) - \text{ſen.}(A+\tfrac{3}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}(A+2B)$$

ſe ſi prende la ſomma di queſte tre equazioni, ſi ha

$$\text{ſen.}(A+\tfrac{5}{2}B) - \text{ſen.}(A-\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\big(\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B)\big).$$

Dunque, ſenza ripetere il detto nel precedente §.,

$$\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) \ldots + \text{coſ.}(A+pB) = \frac{\text{ſen.}(A+\frac{2p+1}{2}B) - \text{ſen.}(A-\frac{1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}$$
$$= \frac{\text{ſen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{coſ.}(A+\frac{1}{2}pB)}{\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Se $p = \infty$, il termine $\text{ſen.}(A+\frac{2p+1}{2}B)$ ſpariſce, a tenor del moſtrato nell' antecedente §., e rimane

$$\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) + \text{ecc. all' infinito} = -\frac{\text{ſen.}(A-\frac{1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Che ſe inoltre $A = B$, riſulta

$$\text{coſ.}B + \text{coſ.}2B + \text{coſ.}3B + \text{ecc. all' infinito} = -\tfrac{1}{2}.$$

E' ammirabile la ſemplicità, con la quale pervengono direttamente a queſta formula, ed all' ultima del §. precedente, per diverſe ſtrade, il Sig. Cav. *Lorgna* (*Tom. I. di queſta Società*, *pag.* 358), ed il P. *Fontana* (*Tom. II.*, *pag.* 424).

§. XIII.

Sommare la ſerie $S = \text{ſen.}^n A + \text{ſen.}^n(A+B) + \text{ſen.}^n(A+2B) \ldots + \text{ſen.}^n(A+pB)$.

Sia primieramente n numero *diſpari*: ſarà, per la (μ),

$$\pm S = \frac{1}{2^{n-1}}\big(\text{ſen.}nA + \text{ſen.}n(A+B) + \text{ſen.}n(A+2B) \ldots + \text{ſen.}n(A+pB)\big)$$

$$-\frac{n}{2^{n-1}}\Big(\text{ſen.}(n-2)A+\text{ſen.}(n-2)(A+B)+\text{ſen.}(n-2)(A+2B)\ldots\ldots+\text{ſen.}(n-2)(A+pB)\Big)$$
$$+\frac{n(n-1)}{2^n}\Big(\text{ſen.}(n-4)A+\text{ſen.}(n-4)(A+B)+\text{ſen.}(n-4)(A+2B)\ldots\ldots+\text{ſen.}(n-4)(A+pB)\Big)$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{3\cdot 2^n}\Big(\text{ſen.}(n-6)A+\text{ſen.}(n-6)(A+B)+\text{ſen}\,(n-6)(A+2B)\ldots\ldots+\text{ſen.}(n-6)(A+pB)\Big)$$
$$+\text{ecc.}$$

Dunque in virtù del §. XI., e ſtando alle regole della (μ) circa il ſegno doppio, e la quantità de' termini,

$$S=\frac{\text{ſen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{ſen.}n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}nB}-\frac{n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{ſen.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$
$$+\,n(n-1)\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{ſen.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB):\ 2^n\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)\ \text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\ \text{ſen.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3\cdot 2^n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)B}+\text{ecc.}$$

Se $n=3$, per eſempio, ſi ha $S=-\dfrac{\text{ſen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{ſen.}3(A+\frac{1}{2}pB)}{4\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}$

$$+\frac{3\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{ſen.}(A+\frac{1}{2}pB)}{4\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

All'altro caſo di *n pari* ſerve la (ξ). Siccome queſta, ricevendo la legge dalla (γ) da cui deriva, ſi tronca in termini $\frac{n+2}{2}$, o vero in termini $\frac{n}{2}$ ſe ſi laſcia da parte l'ultimo, il qual rimane un coefficiente iſolato qualor ſi rimetta l'unità nelle veci di $\text{coſ.}(n-n)A$: così trattando la (ξ), come ho fatto or ora della (μ), ogni termine darà una ſerie, di cui ſi prenderà la ſomma nel §. XII.; le ſerie ſaranno dunque $\frac{1}{2}n$ di numero; ed il ſopraddetto coefficiente iſolato, ſempre diviſo per 2^{n-1}, ſarà ripetuto $(p+1)$ volte, cioè quanti ſono li termini della ſerie S. Ciò inteſo, e ſerbate le regole della (ξ) circa il doppio ſegno, ſi troverà

$$\pm S=\frac{\text{ſen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{coſ}\,n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}nB}-\frac{n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{coſ.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$
$$+\,n(n-1)\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{coſ.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB):\ 2^n\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\ \text{coſ.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3\cdot 2^n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)B}+\ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\ldots\ldots\frac{1}{2}n}{1.2\ldots\ldots\frac{1}{2}n}.$$

Se $n=4$, per eſempio, ſi ha $S = \frac{\text{ſen.}\,2(p+1)B\,\text{coſ.}\,4(A+\frac{1}{2}pB)}{8\,\text{ſen.}\,2B}$

$$-\frac{\text{ſen.}(p+1)B\,\text{coſ.}\,2(A+\frac{1}{2}pB)}{2\,\text{ſen.}B} + \frac{(p+1)3}{8}.$$

§. XIV.

Sommare la ſerie $S = \text{coſ.}^n A + \text{coſ.}^n(A+B) + \text{coſ.}^n(A+2B)\ldots + \text{coſ.}^n(A+pB)$.

La ſerie S ſi ſvolgerà col mezzo della (ρ), alla maniera del precedente §., e preſe nel XII le ſomme delle ſerie parziali, il cui numero, per n *diſpari*, ſarà $\frac{n+1}{2}$, ſi avrà

$$S = \frac{\text{ſen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{coſ.}\,n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}nB} + \frac{n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{coſ.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$
$$+ n(n-1)\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{coſ.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB) : 2^n\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\,\text{coſ.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3.2^n\,\text{ſen.}\frac{1}{2}(n-6)B} + \text{ecc.}$$

Per il caſo di n *pari* ſerve queſta medeſima formula, della quale però ſi dee prendere ſolamente $\frac{n}{2}$ termini, ed aggiungere a quelli il coefficiente iſolato, che ſi trovò nel §. X, moltiplicato per $(p+1)$ e diviſo da 2^{n-1}, ſiccome s'è viſto nel paſſato problema. Queſto ultimo termine ſarà dunque $\frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\ldots\ldots\frac{1}{2}(n+2)}{1.2\ldots\ldots\frac{1}{2}(n-2)}$.

Per trovare le ſomme de' §§. XI., e XII., *Eulero* è ricorſo alla teoria delle ſerie ricorrenti. Per quelle non meno, che per le ſuſſeguenti, il P. *Fontana* s'è ſervito degl' immaginarj (*loc. cit. pag.* 429 *a* 453); e ſebbene le ſue eſpreſſioni finali ſembrino molto diverſe dalle mie, pur ſi riducono a queſte agevolmente, e ſono del tutto equivalenti. Finalmente il Sig. Cav. *Lorgna* avea già applicato a queſti problemi (*loc. cit. pag.* 361) un ſuo metodo vaſto per la ſomma generale delle ſerie, dove ſi vale del termine generale ſotto forma differenziale. Se io mi ſono attentato a mettervi ancora la mano, mi luſingo non ſia per rincreſcere il vederli ſuperati per la prima volta dalle ſole forze della Trigonometria.

Il Sig. Cav. *Lorgna* avendo inoltre ſottomeſſo a quel ſuo metodo la ſommazione delle ſerie delle tangenti e delle cotangenti, delle ſecanti e delle coſecanti d'archi in progreſſione aritmetica, è pervenuto ad eſpreſſioni ſotto forme integrabili ne' caſi particolari non però generalmente: il perchè tai problemi ſembrano ancora ineſpugnabili dalle armi trigonometriche puramente. Non è così dei ſeguenti.

§. XV.

Sommare la ſerie delle tangenti e delle cotangenti d'archi in progreſſione geometrica creſcente.

E' noto che (*Trig. Tav. I, form. 39*)

$$\text{cot. } B - \text{cot. } 2B = \tfrac{1}{2}(\text{tang. } B + \text{cot. } B)$$
$$\text{cot. } 2B - \text{cot. } 4B = \tfrac{1}{2}(\text{tang. } 2B + \text{cot. } 2B)$$
$$\text{cot. } 4B - \text{cot. } 8B = \tfrac{1}{2}(\text{tang. } 4B + \text{cot. } 4B)$$

Dunque ſommando un numero n di queſte equazioni così progredienti, ſarà

$$\text{cot.} B - \text{cot.} 2^n B = \tfrac{1}{2}(\text{tang.} B + \text{cot.} B + \text{tang.} 2^1 B + \text{cot.} 2^1 B + \text{tang} 2^2 B + \text{cot.} 2^2 B \ldots\ldots + \text{tang.}\ 2^{n-1} B + \text{cot.}\ 2^{n-1} B).$$

§. XVI.

Sommare la ſerie delle tangenti d'archi in progreſſione geometrica decreſcente.

Queſto problema ſi riſolve agevolmente, ſe le tangenti ſiano diviſe da coefficienti nella medeſima progreſſione degli archi. Di fatti (*Trig. Tav. I, form. 39*)

$$\tfrac{1}{2}\text{cot.} \tfrac{1}{2} A - \tfrac{1}{1}\text{cot.}\ A = \tfrac{1}{2}\text{tang.} \tfrac{1}{2} A$$
$$\tfrac{1}{4}\text{cot.} \tfrac{1}{4} A - \tfrac{1}{2}\text{cot.} \tfrac{1}{2} A = \tfrac{1}{4}\text{tang.} \tfrac{1}{4} A$$
$$\tfrac{1}{8}\text{cot.} \tfrac{1}{8} A - \tfrac{1}{4}\text{cot.} \tfrac{1}{4} A = \tfrac{1}{8}\text{tang.} \tfrac{1}{8} A$$

Dunque da un numero n di sì fatte equazioni ſommate inſieme ſi avrà

$$\frac{1}{2^n}\,\text{cot.}\,\frac{A}{2^n}-\text{cot.}\,A=\tfrac{1}{2}\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}A+\tfrac{1}{4}\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{4}A+\tfrac{1}{8}\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{8}A\ldots\ldots+\frac{1}{2^n}\,\text{tang.}\,\frac{A}{2^n}.$$

Se $n=\infty$, ſarà $\frac{A}{2^n}$ un arco infinitamente piccolo, e $\text{cot.}\,\frac{A}{2^n}=\frac{1}{\text{tang.}\,\frac{A}{2^n}}=\frac{1}{\frac{A}{2^n}}=\frac{2^n}{A}$. La ſomma della ſerie infinita ſarà dunque $\frac{1}{A}-\text{cot.}\,A$. E ſe foſſe inoltre $A=90°$, ſarebbe $\frac{1}{90°}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\,\text{tang.}\,\frac{90}{4}+\frac{1}{8}\,\text{tang.}\,\frac{90}{8}+$ ecc.

Queſto problema è ſtato con equivalenti riſultati anche ſciolto per altro metodo dal Sig. Cav. *Lorgna*, nelle Memorie di Turino pegli anni 1786, 1787, pag. 215.

§. XVII.

Sommare la ſerie delle coſecanti d'archi creſcenti in progreſſione geometrica.

Poichè (*Trig.* 77)

$$\text{cot.}\,\tfrac{1}{2}A-\text{cot.}\,A=\frac{1}{\text{ſen.}\,A}=\text{coſec.}\,A$$

$$\text{cot.}\,A-\text{cot.}\,2A=\frac{1}{\text{ſen.}\,2A}=\text{coſec.}\,2A$$

$$\text{cot.}\,2A-\text{cot.}\,4A=\frac{1}{\text{ſen.}\,4A}=\text{coſec.}\,4A$$

ſarà, per un numero n di equazioni, così procedenti, ſommate inſieme,

$$\text{cot.}\,\tfrac{1}{2}A-\text{cot.}\,2^{n-1}A=\text{coſec.}\,A+\text{coſec.}\,2A+\text{coſec.}\,4A\ldots.+\text{coſec.}\,2^{n-1}A$$

§. XVIII.

Sommare la ſerie $\text{coſec.}\,A+\text{coſec.}\left(\frac{c}{n}+A\right)+\text{coſec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)$ + ecc. *dove* n *è numero diſpari.*

Nella ſerie (α), finita per n diſpari, n eſſendo il coefficiente di ſen.A, o ſia della prima poteſtà di ſen.A, e 2^{n-1} il coefficiente della maſſima, come s'è già veduto (§. VI.), ne viene, ſecondo la teoria delle equazioni, che $\frac{n}{2^{n-1}}$ è uguale ai prodotti di $(n-1)$ radici, combinate in tutte le maniere poſſibili: laonde $n = 2^{n-1}\left(\text{ſen.}A\ \text{ſen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\ldots\right.$ $+\ \text{ſen.}A\ \text{ſen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots + \text{ſen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{ſen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots$ $\left. + \text{ecc.}\right)$ Dividendo queſta equazione per la prima del §. VI, emerge $\frac{n}{\text{ſen.}nA} = \pm\left(\frac{1}{\text{ſen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)} + \frac{1}{\text{ſen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)} + \frac{1}{\text{ſen.}A} + \text{ecc.}\right)$

E però

$$\pm n\ \text{coſec.}\,nA = \text{coſec.}\,A + \text{coſec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{coſec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc.}$$

fino ad n termini, ed il ſegno negativo valendo qualvolta $n = 4m - 1$.

§. XIX.

Sommare la ſerie $\text{ſec.}A + \text{ſec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{ſec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc.}$ *dove* n *è numero diſpari.*

Nella ſerie (η), finita per n diſpari, ſi ha parimente $\frac{n}{2^{n-1}}$ = ai prodotti di $(n-1)$ radici come ſopra: laonde

$$n = 2^{n-1}\left(\text{coſ.}A\ \text{coſ.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\ldots + \text{coſ.}A\ \text{coſ.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots\right.$$
$$\left. + \text{coſ.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{coſ.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots + \text{ecc.}\right).$$

Dividendo queſta equazione per la quarta del §. VI., facilmente ſi giugne alla ſeguente.

$$n\ \text{ſec.}\,nA = \text{ſec.}A + \text{ſec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{ſec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc. fino ad } n \text{ termini.}$$

A queſta formula, ed a quella del precedente §. tornano quelle trovate da *Eulero* per altra via (247, 248).

CAPITOLO QUARTO.

Riſoluzione numerica delle equazioni di quarto grado per mezzo della Trigonometria.

La tavola, che ho prodotto (*Trig. Tav.* V), per la ſoluzione numerica d'ogni equazione del ſecondo e del terzo grado per mezzo della Trigonometria, ha paruto riſcuotere il gradimento di molti, ſiccome quella che guida la mano del Calcolatore ſenza veruno ſtudio e con tutta ſicurezza. Or m'accingo a preſtargli lo ſteſſo comodo per qualſivoglia equazione del quarto grado, la qual rappreſento, ſpogliata del ſecondo termine come ognun ſa poterſi far ſempre, con la formula generale

$$(\tau)\quad x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$$

e ſpezzatala in due fattori del ſecondo grado, per eſempio ($x^2 + mx + n$), ($x^2 - mx + r$), ottengo moltiplicandoli inſieme, $x^4 + (n + r - m^2)\, x^2 + m\,(r - n)\, x + nr = 0$; onde ſpicca eſſere $A = n + r - m^2$, $B = m(r - n)$, $C = nr$. Quindi poi naſce $r + n = A + m^2$, $r - n = \frac{B}{m}$, le quali due equazioni, ſommate e ſottratte l'una con l'altra, danno

$$(\upsilon)\quad 2r = A + m^2 + \frac{B}{m};\quad 2n = A + m^2 - \frac{B}{m}.$$

Ora queſte moltiplicate inſieme producono $4nr = A^2 + 2Am^2 + m^4 - \frac{B^2}{m^2}$, e poſto $4C$ in luogo di $4nr$, ſe ne ricava

$$(\phi)\quad m^6 + 2Am^4 + (A^2 - 4C)\, m^2 - B^2 = 0$$

equazione cubica derivata, che ſi riſolve come quelle del terzo grado, fatto $m^2 = y$; laonde avuto da eſſa il valore di m, ſi conſeguiſcono toſto dalle altre (υ) quelli di r, n; quindi li quattro di x dalle equazioni $x^2 + mx + n = 0$, $x^2 - mx + r = 0$: e queſti ſono

$x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{(\frac{1}{4}m^2 - n)}$, ovvero $x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 + \frac{B}{2m}\right)}$

$x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{(\frac{1}{4}m^2 - r)}$, ovvero $x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 - \frac{B}{2m}\right)}$

Tutto queſto è notiſſimo ai Geometri, nè l'ho ripetuto alla diſteſa ſe non a comodo d'ogni lettore.

L'equazione (ϕ) contien ſei valori di m; ma li tre poſitivi ſono eguali ai tre negativi, uno all'altro, come appare dall'equazione $m^2 = y$, che dà $m = \pm\sqrt{y}$. Soſtituito queſto valore di m nell'equazione (ϕ), ella diviene $y^3 + 2Ay^2 + (A^2 - 4c)y - B^2 = 0$; per toglier dalla quale il ſecondo termine, pongaſi $y = z - \frac{2}{3}A$, e ſorgerà finalmente l'equazione, che ſi ha da riſolvere, cioè:

$$(\chi)\quad z^3 - (\tfrac{1}{3}A^2 + 4C)z + (\tfrac{8}{3}AC - \tfrac{2}{27}A^3 - B^2) = 0$$

Per trovare il valore, o valori, di z, col mezzo della Trigonometria, la mia Tavola V eſibiſce le ſeguenti formule.

Caſo I. Se $4(\frac{1}{3}A^2 + 4C)^3 < 27(\frac{8}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2)^2$, ſi ha

$$(\psi)\quad \text{ſen.}\,D = \frac{\frac{2}{3}A^2 + 4C}{8AC - \frac{2}{9}A^3 - 3B^2} \times 2\sqrt{(\tfrac{1}{9}A^2 + \tfrac{4}{3}C)} = \frac{A^2 + 12C}{24AC - \frac{2}{3}A^3 - 9B^2} \cdot \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$\text{tang.}\,E = \sqrt[3]{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}D}$$

$$(\omega)\quad z = -\frac{\frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}}{\text{ſen.}\,2E}.$$

Caſo II. Se poi $4(\frac{1}{3}A^2 + 4C)^3 >$ ovvero $= 27(\frac{8}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2)^2$, ſi ha, dopo fatto il calcolo del ſecondo membro della ſola equazione (ψ), al qual do tuttavia, benchè impropriamente in tal caſo, il nome di ſen. D,

$$\text{ſen.}\,3F = \frac{1}{\text{ſen.}\,D}$$

$$z = \pm\,\text{ſen.}\,F \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = \pm\,\text{ſen.}(60^\circ - F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = \mp\,\text{ſen.}(60^\circ + F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

ne' quali tre valori di z ſi dee pigliare il ſegno ſuperiore quando l'omogeneo di comparazione nella (χ) è poſitivo, l'inferiore ſe il detto omogeneo ſia negativo.

Nel calcolar le equazioni precedenti, cominciando dalla (ψ), ſi deono mutare i ſegni di A, C, ſecondo che ciaſcuna di queſte quantità foſſe negativa nell'equazione (τ). Che ſe eſſendo C negativo, ſia inoltre $4C > \frac{1}{3}A^2$, allora il ſecondo termine della (χ) diventa poſitivo, e fa d'uopo mettere nella (ψ) tang. D in cambio di ſen. D, nelle (ψ, ω) $-(A^2 + 12C)$ in luogo di $(A^2 + 12C)$, e nella (ω) tang. $2E$ in vece di ſen. $2E$.

Eſpoſte le formule con li loro accidenti, daremo ora in ſuccinto il tipo di tutto il calcolo e delle regole da eſeguirſi in qualunque caſo.

Equazion da riſolvere: $x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$

Nelle ſeguenti equazioni ſi muteranno i ſegni di A, C, ſe in queſta foſſero negativi: ſi farà $A = 0$, ſe qui mancaſſe il ſecondo termine: e ſi oſſerveranno ſempre le regole de' ſegni per le linee trigonometriche.

$$\text{ſen.}D = \frac{A^2 + 12C}{24AC - \frac{2}{3}A^3 - 9B^2} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$\text{tang.}E = \sqrt[3]{\text{tang.}\tfrac{1}{2}D}$$

$$z = -\frac{\frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}}{\text{ſen. }2E}$$

Che ſe C ſia negativo, ed inoltre $12C > A^2$, ſi metterà in queſte formule $-(A^2 + 12C)$ in cambio di $A^2 + 12C$, tang. D in luogo di ſen. D, e tang. $2E$ in vece di ſen. $2E$.

Ma ſe riſulti dal calcolo ſen. $D > 1$, allora i valori reali di z ſaranno tre, e traſcurate le due ultime formule, ſi avrà

$$\text{ſen. }3F = \frac{1}{\text{ſen. }D}$$

$$z = \text{ſen. }F \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = \text{ſen.}(60^\circ - F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = -\text{ſen.}(60^\circ + F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$m = \sqrt{(z - \tfrac{2}{3}A)}$$

L'ultima equazione vale in tutti i caſi; e quando i valori di z ſono tre, porge altrettanti valori di m, ciaſcuno de' quali introdotto nelle ſeguenti, produce gli ſteſſi quattro valori della quantità ignota.

$$x = -\tfrac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\tfrac{1}{3}A - \tfrac{1}{4}z + \frac{B}{2m}\right)}$$

$$x = +\tfrac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\tfrac{1}{3}A - \tfrac{1}{4}z - \frac{B}{2m}\right)}$$

ESEMPIO I.

Sia da riſolvere l'equazione $x^4 + 3x^2 + 30x + 32 = 0$. E' dunque $A = 3$, $B = 30$, $C = 32$. E però

$$\text{ſen.}\, D = \frac{9 + 12.32}{24.96 - 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(9+4.96)} = \frac{131}{-1938} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{393}$$

$$\begin{array}{lcl}
\text{log. } 393 & = & 2.5943926 \\
\text{ſua metà} & & 1.2971963 \\
\text{log. } 2 & = & 0.3010300 \\
\text{compl.log.} 3 & = & 9.5228787 \\
\text{log.} \tfrac{2}{3}\sqrt{393} & = & 1.1211050 \\
\text{log. } 131 & = & 2.1172713 \\
-\text{compl.log.} 1938 & = & 6.7126462 \\
-\text{log. ſen.}\, D & = & 9.9510225
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
D & = & 243^\circ\, 17'\, 51'', 04 \\
\tfrac{1}{2} D & = & 121\ \ 38\ \ 55, 52 \\
-\text{log. tang.}\, \tfrac{1}{2} D & = & 0.2101530 \\
-\text{log. tang.}\, E & = & 0.0700510 \\
E & = & 130^\circ\, 23'\, 56'', 58 \\
2E & = & 260\ \ 47\ \ 53, 16 \\
-\text{log.}\, \tfrac{2}{3}\sqrt{393} & = & 1.1211050 \\
-\text{compl.log.ſen.}\, 2E & = & 0.0056252 \\
\text{log. } z & = & 1.1267302
\end{array}$$

$z = 13,388446$

$m = \sqrt{(13,388446 - 2)} = \sqrt{(11,388446)}$

log. $11,388446 = 1.0564644$

ſua metà $0.5282322 =$ log. $m =$ log. $3,374677$

$$x = -1,687339 \pm \sqrt{\left(-1 - 3,347111 + \frac{30}{6,749354}\right.} = -1,687339$$

$\pm\sqrt{0,097757} = -1,687339 \pm 0,312661$. E però

$x = -2$; $\qquad x = -1,374678$;

gli altri due valori ſono immaginarj.

ESEMPIO II.

Sia da riſolvere l'equazione $x^4 - 3x^2 + 30x + 56 = 0$. E' dunque $A = -3$, $B = 30$, $C = 56$. E però

$$\text{ſen.}\, D = \frac{9 + 12.56}{-24.3.56 + 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(9+672)} = \frac{227}{-4038} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{681}$$

Facendo i computi a norma del tipo, ſi troverà

$D = 257^\circ\, 57'\, 40'', 67$ $\qquad E = 132^\circ\, 58'\, 49'', 05$

$z = 17,44064$ $\qquad m = \sqrt{19,44064} = 4,409154$

$x = -2$ $\qquad x = -2,40916$

Gli altri due valori immaginarj.

ESEMPIO III.

Sia l' equazione $x^4 - 3x^2 - 30x - 88 = 0$, che dà $A = -3$, $B = -30$, $C = -88$. E' dunque C negativo, ed inoltre $12C > A^2$. E però

$$\text{tang.}D = \frac{12.88 - 9}{24.3.88 + 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(12.88 - 9)}$$

$$= \frac{349}{-582} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{1047}$$

$D = 94° 25' 13'', 94$ $\qquad$ $E = 45° 44' 14'', 66$

$z = -\text{cot.}2E \times \tfrac{2}{3}\sqrt{-(A^2 + 12C)} = -\text{cot.}2E \times \tfrac{2}{3}\sqrt{1047} = +0,555382$

$m = \sqrt{2,555382} = 1,598556$

$x = 0,799278 \pm \sqrt{10,244623} = 0,799278 \pm 3,200722$. Onde

$x = 4$; $\qquad$ $x = -2,401444$.

Gli altri due valori ſono immaginarj.

ESEMPIO IV.

Sia $x^4 - 12x^2 + 12x - 3 = 0$; laonde $A = -12$, $B = 12$, $C = -3$. E però

$$\text{ſen.}D = \frac{144 - 36}{24.36. + 8.144 - 9.144} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{108} = \frac{108}{720} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{108} = \frac{3}{20} \times 4\sqrt{3}.$$

Ma $\frac{3}{20} \times 4\sqrt{3} > 1$. Dunque ſen. $3F = \frac{20}{3} \times \frac{1}{4\sqrt{3}}$. Quindi

$z = 2,89898$; $\quad z = 4$; $\quad z = -6,89898$

$m = \sqrt{10,89898}$; $m = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $m = \sqrt{1,10102}$. Onde

$m = 3,301361$ $\qquad m = 3,4641016$ $\qquad m = 1,049295$

Prendendo il ſecondo valore di z e di m, ſi hanno li quattro ſeguenti di x;

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{\left(4 - 1 + \frac{12}{4\sqrt{3}}\right)} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 + \sqrt{3})}$$

$x = +\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 - \sqrt{3})}$; ovvero

$x = +0,4432768$; $x = -3,9073784$; $x = +2,8580831$; $x = +0,606018$

Che ſe ſi prende il primo valore di z e di m, naſce

$$x = -1,650680 \pm \sqrt{\left(4 - 0,724745 + \frac{6}{3,301361}\right)}$$

$$= -1,65068 \pm \sqrt{(3,275255 + 1,817432)}$$

$x =$

$x = +1,650680 \pm \sqrt{(3,275255 - 1,817432)}$; ovvero
$x = -1,65068 \pm 2,256698$; $x = +1,65068 \pm 1,207403$; cioè
$x = +0,606018$; $x = -3,907378$; $x = +2,858083$; $x = +0,443277$
Prendaſi pure il terzo valore di z e di m, e ſi troveranno parimente gli ſteſſi quattro valori di x.

CAPITOLO QUINTO.

Teoremi di Trigonometria rettilinea.

TEOREMA I.

Se due corde d'un cerchio ſcambievolmente ſi ſeghino, il rettangolo dai ſegamenti dell'una è uguale al rettangolo dai ſegamenti dell'altra.

Alla dimoſtrazione geometrica d'*Euclide* (*Lib.* 3, *prop.* 35) ſia lecito aggiugnere la ſeguente, ſiccome reſa più breve dal ſoccorſo della trigonometria.

Siano AC, BD (fig. 1) le due corde che ſi ſegano in E, e dalle loro eſtremità ſi deſcriva il quadrilatero $ABCD$. E poichè nel triangolo ABE ſta $AE : BE ::$ ſen.ABE : ſen.$BAE ::$ ſen. $\frac{1}{2}\mathfrak{Q}$: ſen. $\frac{1}{2}N$, detti $\mathfrak{Q}$, N, gli archi AD, BC. E ſimilmente nel triangolo CDE ſta $DE : CE ::$ ſen.DCE : ſen.$CDE ::$ ſen. $\frac{1}{2}\mathfrak{Q}$: ſen. $\frac{1}{2}N$. Sono dunque le ragioni $AE : BE$, $DE : CE$, le medeſime alla medeſima ſen. $\frac{1}{2}\mathfrak{Q}$: ſen. $\frac{1}{2}N$. E però $\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE}$, onde naſce $AE \times CE = BE \times DE$, che è ciò che dovea dimoſtrarſi.

Lo ſteſſo ſi ſarebbe trovato col mezzo de' triangoli ADE, BCE.

TEOREMA II.

Del quadrilatero inſcritto in un cerchio il rettangolo dalle diagonali è uguale ai rettangoli dai lati oppoſti. (fig. 1.)

$AC \times BD = 2$ ſen. $\frac{1}{2}(M+N) + 2$ ſen. $\frac{1}{2}(M+\mathfrak{Q}) = 2$ coſ. $\frac{1}{2}(N-\mathfrak{Q}) - 2$ coſ. $\left(M + \frac{1}{2}(N+\mathfrak{Q})\right)$, *Trig. Tav. II. form.* 16. Ma $\frac{1}{2}(N+\mathfrak{Q}) = 180^\circ - \frac{1}{2}(M+P)$. Dunque coſ. $\left(M + \frac{1}{2}(N+\mathfrak{Q})\right) = -$ coſ.$\frac{1}{2}(M-P)$. E però $AC \times BD = 2$ coſ. $\frac{1}{2}(N-\mathfrak{Q}) + 2$ coſ.$\frac{1}{2}(M-P) = 2$ coſ. $\frac{1}{2}(N+\mathfrak{Q}) + 4$ ſen. $\frac{1}{2}N$ ſen. $\frac{1}{2}\mathfrak{Q} + 2$ coſ. $\frac{1}{2}(M+P)$

$+ 4$ ſen. $\frac{1}{2} M$ ſen. $\frac{1}{2} P$, in virtù della citata formula. Or come coſ. $\frac{1}{2} (N + Q) = -$ coſ. $\frac{1}{2} (M + P)$, rimane $AC \times BD = 4$ ſen. $\frac{1}{2} N$ ſen. $\frac{1}{2} Q + 4$ ſen. $\frac{1}{2} M$ ſen. $\frac{1}{2} P$, ovvero

$$AC \times BD = BC \times AD + AB \times CD.$$

CAPITOLO SESTO.

Problemi di Trigonometria rettilinea.

PROBLEMA I.

Dati i lati del quadrilatero inſcritto in un cerchio, trovar l'eſpreſſione analitica d'una delle ſue diagonali. (fig. 1.)

Poichè (*Trigon. Tav. III, form.* 16) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC$ coſ. $ABC = AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC$ coſ. $ADC = AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC \times \frac{AD^2 + CD^2 - AC^2}{2AD \times CD}$, ſe ne ricava $AC^2 (AD \times CD + AB \times BC) = AD \times CD (AB^2 + BC^2) + AB \times BC (AD^2 + CD^2)$; ovvero

$$AC = \sqrt{\frac{(AB \times AD + BC \times CD)(AB \times CD + AD \times BC)}{AB \times BC + AD \times CD}}$$

PROBLEMA II.

Date tre linee AB, BC, CD (fig. 2.), *trovare il raggio del circolo in cui eſſe ſarebbero corde di tre archi, la ſomma de' quali ſia di* 180°.

Sia $ABCD$ il ſemicircolo, a cui s'adattino nella condizione impoſta le tre linee date; M, N, S gli archi ſotteſi, E il centro; e dicaſi $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DE = x$; ſarà ſen. $\frac{1}{2} M = \frac{a}{2x}$, ſen. $\frac{1}{2} N = \frac{b}{2x}$, ſen. $\frac{1}{2} S = \frac{c}{2x}$. Ma ſen. $\frac{1}{2} S$ $=$ ſen. $\frac{1}{2} (180° - M - N) =$ coſ. $\frac{1}{2} (M + N) =$ coſ. $\frac{1}{2} M$ coſ. $\frac{1}{2} N$ $-$ ſen. $\frac{1}{2} M$ ſen. $\frac{1}{2} N = \sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right)} \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right)} - \frac{ab}{4x^2} = \frac{c}{2x}$. Dunque $\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right) \left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right) = \left(\frac{ab}{4x^2} + \frac{c}{2x}\right)^2$. Donde ſi cava

$$x^3 - \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)\,x - \frac{1}{4}\,abc = 0$$

che è l'equazione a cui giugne anche il *Neuton* per diverſe altre vie (*Arith. univ. Sect.* 4, *Cap. I*).

PROBLEMA III.

Dati due lati e l'angolo intercetto d'un triangolo rettilineo, trovare il terzo lato. (fig. 3).

La formula unica, che riſolve queſto caſo, è (*Trig.*227), $BC = \sqrt{(AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \text{ coſ.} A)}$. Acciocchè ammetteſſe il computo per logaritmi, l'ho diviſa (228) in due formule, ciaſcuna delle quali contiene la differenza $(AC \backsim AB)$. Quando queſta ſia piccola, può giovare all'eſattezza il valerſi piuttoſto della ſomma: e queſto è lo ſcopo del preſente problema.

Pongaſi, nella formula, $(2 \text{ coſ.}^2 \frac{1}{2} A - 1)$ in vece di coſ.A, e ſi avrà $BC = \sqrt{((AB + AC)^2 - 4\,AB \times AC \text{ coſ.}^2 \frac{1}{2} A)}$. Quindi, col favor delle trasformazioni (208), ſi ottiene

$$\text{coſ.}m = \frac{2 \text{ coſ.} \frac{1}{2} A}{AB + AC} \sqrt{AB \times AC}$$

$$BC = (AB + AC) \text{ ſen.} m.$$

PROBLEMA IV.

Conoſcendo un angolo, un lato adjacente, e la ſomma degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.

Coi medeſimi dati ho compoſto (240) una formula, che determina l'altro angolo adjacente al lato noto. Eſſendomi poi venute ſott'occhio le faticoſe ſoluzioni del preſente problema, date dal Wiſthon (*Prælect. Aſtron. Lem. VI*), e dal *Paulino* (*Inſtit. Analyticæ*, *Romæ* 1738 *pag.* 198), mi poſi a cercarne una più ſemplice, e mi luſingo mi ſia venuto fatto.

In un triangolo ABC (fig. 3) ſiano le coſe note BC, B, e la ſomma $(AB + AC)$. Se ſi fa $AB + AC = s$, e per conſeguente $AC = s - AB$, ſarà (*Trig. Tav. III*, *form.* 16) $(s - AB)^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC \times AB \text{ coſ.}B = s^2 - 2s \times AB + AB^2$;

donde ſi cava $2AB(s - BC\,\text{coſ.}B) = s^2 - BC^2 = (s-BC)(s+BC)$. Si reſtituiſca il valore di s, e ſi avrà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}\big((AB+AC)-BC\big)\big((AB+AC)+BC\big)}{(AB+AC)-BC\,\text{coſ.}B}$$

PROBLEMA V.

Conoſcendo un angolo, un lato adjacente, e la differenza degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.

Procedendo come nel problema precedente, ſi troverà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}\big(BC - (AB \backsim AC)\big)\big(BC + (AB \backsim AC)\big)}{BC\,\text{coſ.}B - (AB \backsim AC)}$$

PROBLEMA VI.

Determinare le parti ignote d'un triangolo, nel qual ſi conoſcono un angolo, il lato oppoſto, ed il rettangolo dagli altri due lati. (fig. 3)

Siano le coſe note C, AB, e $(AC\times BC)$. Poichè $AB : \text{ſen.}C :: BC : \text{ſen.}A$, e $AB : \text{ſen.}C :: AC : \text{ſen.}B$; moltiplicando inſieme le due proporzioni, naſce $AB^2 : \text{ſen.}^2C :: AC\times BC : \text{ſen.}A\,\text{ſen.}B$. Ma (*Trig. Tav. II, form.* 16) $\text{ſen.}A\,\text{ſen.}B = \frac{1}{2}\,\text{coſ.}(A \backsim B) - \frac{1}{2}\,\text{coſ.}(A+B) = \frac{1}{2}\,\text{coſ.}(A \backsim B) + \frac{1}{2}\,\text{coſ.}C$. Dunque introducendo queſto valore nell'analogia, ſi raccoglie

$$\text{coſ.}(A \backsim B) = \frac{2(AC\times BC)\,\text{ſen.}^2C - AB^2\,\text{coſ.}C}{AB^2}$$

equazione, che porta alla cognizione degli angoli ignoti.

Per aver quella dei lati, s'è già veduto più volte che $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC\times BC\,\text{coſ.}C$. E' dunque $AB^2 + 2AC\times BC\,\text{coſ.}C = AC^2 + BC^2 = (AC \underset{\backsim}{+} BC)^2 \mp 2AC\times BC$. Se s'introduce, in cambio di coſ. C, una volta $(2\,\text{coſ.}^2\tfrac{1}{2}C - 1)$, facendo uſo inſieme de' ſegni ſuperiori; un'altra $(1 - 2\,\text{ſen.}^2\tfrac{1}{2}C)$, e s'adoprino gl'inferiori; ſi ottiene

$$AC + BC = \sqrt{\big(AB^2 + 4(AC\times BC)\,\text{coſ.}^2\tfrac{1}{2}C\big)}$$
$$AC \backsim BC = \sqrt{\big(AB^2 - 4(AC\times BC)\,\text{ſen.}^2\tfrac{1}{2}C\big)}$$

PROBLEMA VII.

Conoſcendo i tre angoli e la ſomma dei tre lati, determinare qualſivoglia lato. (fig. 3).

Poichè $BC : \text{ſen.}\,A :: AC : \text{ſen.}\,B :: AB : \text{ſen.}\,C :: BC + AC + AB : \text{ſen.}\,A + \text{ſen.}\,B + \text{ſen.}\,C$, per la XII del V di *Euclide*, ſarà dunque

$$BC = \frac{(AB + AC + BC)\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,A + \text{ſen.}\,B + \text{ſen.}\,C}.$$

PROBLEMA VIII.

Conoſcendo due angoli, e il lato compreſo, trovar la perpendicolare cadente dal terzo angolo. Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. I.

Siano i dati A, B, AB (figg. 4, 5), il queſito CD. Poichè (Trig. 210) $BD = CD \text{ cot.}\,B$, e $AD = CD \text{ cot.}\,A$, ſarà $BD \underset{\backsim}{+} AD = CD\,(\text{cot.}\,B \underset{\backsim}{+} \text{cot.}\,A) = CD \times \frac{\text{ſen.}\,(A \underset{\backsim}{+} B)}{\text{ſen.}\,A \text{ ſen.}\,B}$, (*Tav.II.form.*21). Dunque

$$CD = \frac{AB \text{ ſen.}\,A \text{ ſen.}\,B}{\text{ſen.}\,(A \underset{\backsim}{+} B)}$$

il ſegno inferiore valendo allorchè la perpendicolare cada fuori del triangolo, come nella fig. 5.

PROBLEMA IX.

Dati i tre lati, trovar la perpendicolare. (figg. 4, 5).

Moltiplicando inſieme le due formule (234, 213), ſi ha $\text{ſen.}\tfrac{1}{2}A \text{ coſ.}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)}{4\,AB \times AC}} \times \sqrt{\frac{(BC + AC + AB)(AC + AB - BC)}{4\,AB \times AC}}$. Ma $\text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}A \text{ coſ.}\,\tfrac{1}{2}A = \tfrac{1}{2}\text{ ſen.}\,A = \frac{CD}{2\,AC}$. Dunque

$$CD = \frac{1}{2\,AB} \times \sqrt{(BC + AC + AB)(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)(AC + AB - BC)}$$

PROBLEMA X.

Conoſcendo un angolo, il lato oppoſto, e la perpendicolare da quello ſu queſto, determinare gli altri due angoli. (figg. 4, 5).

Siano i dati ACB, AB, CD; e ACB ſi dica C. Poichè ſen. $A = \frac{BC \text{ ſen. } C}{AB}$, e $BC = \frac{CD}{\text{ſen. } B} = \frac{CD}{\text{ſen. } (A+C)}$, è dunque ſen. $A = \frac{CD \text{ ſen. } C}{AB \text{ ſen. } (A+C)}$, ovvero $\frac{CD \text{ ſen. } C}{AB} = \text{ſen.}(A+C) \text{ ſen.} A = \frac{1}{2} \text{ coſ.} C - \frac{1}{2} \text{ coſ.} (2A+C)$, *Trig. Tav. II, form.* 16. Per conſeguenza

$$\text{coſ.}(2A+C) = \text{coſ.} C - \frac{2\, CD \text{ ſen. } C}{AB}$$

equazione che fa conoſcere l'angolo A, e quindi il terzo.

Che ſe in vece degli angoli ſi cercaſſero i lati, credo la via più breve ſarebbe ancor quella di rintracciar prima gli angoli col mezzo di queſta formola.

PROBLEMA XI.

Determinare gli angoli, quando la baſe, i lati, e la perpendicolare ſono in continua proporzione geometrica. Newton loc. cit. probl. XV.

Sia (fig. 4) ∺ $AB : BC : AC : CD$; ſarà ancora $AB : BC :: AC : CD$, il che coſtituiſce ſimiglianza ne' triangoli ACB, ACD, e l'angolo ACB retto. Ora eſſendo $AB : BC :: BC : AC$, è pure per identità di ragioni $1 : \text{coſ.} B :: 1 : \text{tang.} B$. Dunque $\text{tang.} B = \text{coſ.} B$; e $\text{ſen.} B = \text{coſ.}^2 B = 1 - \text{ſen.}^2 B$. Ma l'equazione $\text{ſen.}^2 B + \text{ſen.} B = 1$ dà $\text{ſen.} B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = \text{coſ.} A$. Dunque gli angoli ſono determinati, e ſono, traſcurando i ſecondi, $B = 38° 10'$, $A = 51° 50'$, $C = 90°$.

PROBLEMA XII.

Eſſendo dati l'area, il perimetro, ed uno degli angoli, trovare il lato che gli è oppoſto. Newton probl. VIII.

Sia A l'angolo noto (figg. 4, 5), e ſi dica b^2 l'area, p il perimetro, x il lato cercato BC. Sarà $b^2 = \frac{1}{2} AB \times CD = \frac{1}{2} AB \times AC \,\text{ſen.} A$. Ora $AB + AC = p - x$; quindi $AB^2 + 2AB \times AC + AC^2 = p^2 - 2px + x^2 = p^2 - 2px + AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \text{ coſ.} A$, (*Trig. Tav. III, form.* 25). Dunque $2AB \times AC \, (1 + \text{coſ.} A) = p^2 - 2px$. Ma dal trovato prima ſpicca $AB \times AC = \frac{2b^2}{\text{ſen.} A}$. Soſtituito queſto valore, l'equazion precedente diviene $4b^2 \times \frac{1 + \text{coſ.} A}{\text{ſen.} A} = p^2 - 2px = 4b^2 \text{ cot.} \frac{1}{2} A$, (*Trig. Tav. I, form.* 41). Donde

$$x = \frac{1}{2} p - \frac{2b^2 \text{ cot.} \frac{1}{2} A}{p}.$$

PROBLEMA XIII.

Sottendere ad un angolo d'un triangolo dato ſcaleno una retta eguale al lato ſottopoſto al detto angolo, e che ſia ſegata in due parti eguali dal medeſimo lato. Queſto problema è tratto da *Boulliaud*, Aſtronomia philol. lib. I, cap. XV.

Sia ABC (fig. 6) il triangolo ſcaleno dato. Si dimanda di ſottendere all'angolo A una retta $DE = BC$; con queſto, che ſia $DF = FE = \frac{1}{2} BC$. Faccio $BD = x$, e nomino F ciaſcuno degli angoli uguali CFE, BFD.

E poichè $BC : \text{ſen.} A :: DE : \text{ſen.} A$, ſarà pure, per identità di ragioni, $AB : \text{ſen.} C :: AD : \text{ſen.} E :: AB - x : \text{ſen.} (C - F) :: AB - x :: \text{ſen.} C \text{ coſ.} F - \text{coſ.} C \text{ ſen.} F$. Ma $\text{ſen.} F = \frac{BD \text{ ſen.} B}{DF} = \frac{x \text{ ſen.} B}{\frac{1}{2} BC}$, e per conſeguenza $\text{coſ.} F = \sqrt{\left(1 - \frac{x^2 \text{ ſen.}^2 B}{\frac{1}{4} BC^2}\right)} = \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ ſen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC}$. Dunque $AB : \text{ſen.} C :: AB - x : \text{ſen.} C \times \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ ſen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC} - \text{coſ.} C \times \frac{x \text{ ſen.} B}{\frac{1}{2} BC}$. E però $AB : BC \text{ ſen.} C$, ovvero $1 : \text{ſen.} A :: AB - x : 2 \text{ ſen.} C \sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ ſen.}^2 B)} - 2x \text{ ſen.} B \text{ coſ.} C$; donde naſce $AB \text{ ſen.} A - x \text{ ſen.} A = 2 \text{ ſen.} C$

$\sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ ſen.}^2 B)} - 2x \text{ ſen.} B \text{ coſ.} C$, o pure $2 \text{ ſen.} C \sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ ſen.}^2 B)} = AB \text{ ſen.} A - x(\text{ſen.} A - 2 \text{ ſen.} B \text{ coſ.} C)$. Ma $\text{ſen.} A = \text{ſen.}(B + C)$, e $\text{ſen.}(B + C) - 2 \text{ ſen.} B \text{ coſ.} C = \text{ſen.}(C - B)$, *Trig. Tav. II*, *form.* 15. Dunque $2 \text{ ſen.} C \times \sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ ſen}^2 B)} = AB \text{ ſen.} A - x \text{ ſen.}(C - B)$. Elevando al quadrato, ed oſſervando che $AB \text{ ſen.} A = BC \text{ ſen.} C$, emerge $-4x^2 \text{ ſen}^2 B \text{ ſen}^2 C = 2x \times AB \text{ ſen.} A \text{ ſen.}(C - B) + x^2 \times \text{ſen.}^2 (C - B)$. Fatta la diviſione per x, ſi raccoglie

$$x = \frac{2 \, AB \text{ ſen. A ſen.} (C - B)}{\text{ſen}^2 (C - B) + 4 \text{ ſen}^2 B \text{ ſen}^2 C}$$

Trovato col mezzo di queſta equazione il punto D, da quello come centro, e con l'intervallo $\frac{1}{2} BC$, ſi deſcriverà un cerchio, il quale taglierà BC in un punto F, e la retta tirata per li punti D, F, ſino al concorſo con la AC prolungata, avrà le condizioni richieſte. Si potrebbe ancora trovare il punto E faciliſſimamente, poichè l'equazione medeſima ſomminiſtra il valore della CE, mutandovi ſolo AB in AC, e $(C - B)$ in $(B - C)$, come ognuno può ravviſar di leggieri nella dimoſtrazion precedente.

CAPITOLO SETTIMO.

Teoremi di Trigonometria sferica.

TEOREMA I.

Se due archi di cerchj ineguali inſiſtano ſulla medeſima baſe, e ſiano minori ciaſcuno della ſemicirconferenza, maggiore è quello deſcritto dal raggio minore.

Nella Trigonometria (385) ho laſciato ſenza prova, come verità intuitiva apparente dall'operazion del compaſſo, queſto teorema, da cui deriva per corollario; che l'arco di cerchio maſſimo (minor di 180°) è il più breve che poſſa condurſi da un punto all'altro ſopra la ſuperficie della sfera. Eſſendomi poi abbattuto in diverſe dimoſtrazioni geometriche, poco in vero ſodisfacenti, ho tratto dall'analiſi la ſeguente, che gode di tutta l'evidenza ed il rigor matematico.

Sia-

Siano (fig. 7) gli archi DBE, DAE, ſotteſi dalla medeſima corda DE, e minori ciaſcuno di 180°; il primo de' quali ſia deſcritto dal raggio FE, il ſecondo dal raggio CE; e ſia $CE > FE$. Dico eſſere $DBE > DAE$.

E che ſia il vero; la differenza dall'arco alla corda è contenuta nell'equazione, che ſegue, dimoſtrata (*Trig.* 152): cioè detto A l'arco, R il raggio; $A - 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}A = \frac{1}{3} \times \frac{\text{ſen.}^3\,\frac{1}{2}A}{R^2} + \frac{3}{4 \cdot 5} \times \frac{\text{ſen.}^5\,\frac{1}{2}A}{R^4} +$ ecc. che per brevità rappreſento così; $A - 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}A = \frac{m\,\text{ſen.}^3\,\frac{1}{2}A}{R^2} + \frac{n\,\text{ſen.}^5\,\frac{1}{2}A}{R^4} +$ ecc. Dunque fatto $DBE = B$, $DAE = A$, la corda $DE = 2K$, $CE = R$, $FE = r$, ſarà $B - 2K = \frac{mK^3}{r^2} + \frac{nK^5}{r^4} +$ ecc., e $A - 2K = \frac{mK^3}{R^2} + \frac{nK^5}{R^4} +$ ecc. Ma per ipoteſi eſſendo $R > r$, ne ſegue ognuno de' termini del ſecondo membro nell'ultima equazione eſſer minore d'ognuno de' termini ſimili nella penultima. Dunque $B - 2K > A - 2K$, e per conſeguenza aggiungendo $2K$ da una parte dell'altra, riſulta $B > A$, come dovea dimoſtrarſi.

L'equazione (152) non è applicabile agli archi maggiori di 180°; ma è coſa chiara che in quelli ſuccede tutto il contrario, che nei minori: imperocchè le periferie eſſendo come i raggi, ſe dalla maggiore ſi toglie una porzione più piccola di quella che ſi detrae dalla minore, come s'è veduto or ora, la circonferenza rimanente nel cerchio più grande ſarà maggior più che mai della rimanente nel piccolo.

TEOREMA II.

L'angolo a (*fig.* 8), *formato dalle corde degli archi* AB, AC, *è uguale a* $\frac{1}{2}$ P, *cioè alla metà dell'angolo al polo del cerchio minore che circoſcrive il triangolo sferico* ABC, *dico dell'angolo al polo, oppoſto al terzo lato* BC.

Del cerchio, che paſſa per li punti A, B, C, ſia deſcritta, a minor confuſione, dal polo P la ſola parte BMC.

Or queſta è d'egual numero di gradi (*Trig.* 394, 386) dell'angolo P: ed è inoltre doppia dell'angolo alla circonferenza, formato dalle corde aB, aC (*per la XX del III di Euclide*). Dunque ecc.

La facilità di queſta dimoſtrazione non iſcema già, ma piuttoſto accreſce l'importanza del preſente Teorema, ſe ſi guarda aver egli coſtato a *Lexell* una buona pagina di lavoro analitico-trigonometrico (*Atti di Pietroburgo per* 1782, *pag.* 64).

TEOREMA III.

Se due archi di cerchio maſſimo, terminati ad un cerchio minore o maſſimo, ſi tagliano, il rettangolo dalle tangenti dei mezzi ſegamenti dell'uno è uguale al rettangolo dalle tangenti dei mezzi ſegamenti dell'altro.

Siano (fig. 9) AB, DE li due archi, che ſi tagliano in F, e ſono terminati alla circonferenza $ADBE$, il cui polo è C; dal quale ſi tirino gli archi CA, CE, CF, e li perpendicolari CH, CG.

Ne' triangoli rettangoli CGF, CGA, che hanno il lato comune CG, ſta (*Trig.* 451), coſ. CF : coſ. CA :: coſ. GF : coſ. GA. E ſimilmente ne' triangoli CHF, CHE; coſ. CF : coſ. CE :: coſ. HF : coſ. HE. Ma per eſſer $CA = CE$, la prima ragione nelle due proporzioni è la ſteſſa. Dunque coſ. GF : coſ. GA :: coſ. HF : coſ. HE; ovvero (*Tav. II form.* 13) cot. $\frac{1}{2}(GA + GF)$: tang. $\frac{1}{2}(GA - GF)$ :: cot. $\frac{1}{2}(HE + HF)$: tang. $\frac{1}{2}(HE - HF)$. Come poi ne' triangoli iſoſceli l'arco perpendicolare ſpartiſce per mezzo la baſe, perciò $GA + GF = GB + GF = BF$; e ſimilmente $HE + HF = DH + HF = DF$. E per conſeguenza cot. $\frac{1}{2}BF$: tang. $\frac{1}{2}AF$ :: cot. $\frac{1}{2}DF$: tang. $\frac{1}{2}EF$; laonde

$$\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}AF\ \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}BF = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}DF\ \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}EF.$$

TEOREMA IV.

Le ſomme degli angoli oppoſti d'un quadrilatero sferico, inſcritto in un cerchio minore, ſono uguali. (fig. 10).

Sia P il polo del cerchio circoſcritto al quadrilatero $ABCD$, e per conſeguenza $AP = BP = CP = DP$. Ora $B + D = m + n + r + s$. Ma per eſſere iſoſceli i triangoli APB, APD, ecc. anche $A + C = m + r + n + s$. Dunque $A + C = B + D$.

TEOREMA V.

Se ad un cerchio minore ſia inſcritto un quadrilatero sferico con le ſue diagonali, il rettangolo dai ſeni delle mezze diagonali uguaglia la ſomma de' rettangoli dai ſeni delle metà de' lati oppoſti. (fig. 11)

Omeſſo il cerchio nella figura, s'intenda eſſere $ABCD$ il quadrilatero inſcritto; AC, BD li due archi diagonali di cerchio maſſimo; ed ognun de' ſei archi ſi ſupponga ſotteſo dalla ſua corda, la quale nominerò con lettere minuſcole corriſpondenti, dicendo ac quella dell'arco AC, ab quella dell'arco AB, ecc. Or s'è già provato ſopra (*Cap. V*, *Teor. II*), che $ac \times bd = bc \times ad + ab \times cd$. Dunque $2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AC \times 2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BD = 2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BC \times 2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AD + 2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AB \times 2\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} CD$. E dividendo per 4,

$$\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AC\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BD = \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BC\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AD + \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AB\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} CD$$

CAPITOLO OTTAVO.

Problemi di Trigonometria sferica.

PROBLEMA I.

Eſprimere uno degli archi diagonali con li lati del quadrilatero sferico inſcritto.

Ferme le condizioni della fig. 11, come nel precedente Teorema, ripiglieremo ciò che per le corde s'è dimoſtrato (*Cap. VI*, *Probl. I*) cioè che $ac = \sqrt{\frac{(ab.ad + bc.cd)\ (ab.cd + ad.bc)}{ab.bc + ad.cd}}$.

Donde naſce

$$\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AC = \sqrt{\frac{(\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AB\,\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AD + \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BC\,\text{ſen.} \tfrac{1}{2} CD)(\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AB\,\text{ſen.} \tfrac{1}{2} CD + \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AD\,\text{ſen.} \tfrac{1}{2} B}{\text{ſen.} \tfrac{1}{2} AB\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} BC + \text{ſen.} \tfrac{1}{2} AD\ \text{ſen.} \tfrac{1}{2} CD}}$$

PROBLEMA II.

Dati i tre lati d' un triangolo sferico, trovar l' eſpreſſione analitica dell' uno o dell' altro de' ſegamenti, coſtituiti dall' arco perpendicolare in qualſivoglia de' lati medeſimi. (figg. 12, 13)

Sia AD l'arco perpendicolare ſul lato BC del triangolo ABC. Si ha (*Tav. VI, form.* 5), $\text{tang.}\,BD = \text{coſ.}\,B\;\text{tang.}\,AB$. Ma (*Tav. VII, form.* 9) $\text{coſ.}\,B = \dfrac{\text{coſ.}\,AC - \text{coſ.}\,BC\;\text{coſ.}\,AB}{\text{ſen.}\,BC\;\text{ſen.}\,AB}$. Soſtituito queſto valore, riſulta

$$\text{tang.}\,BD = \frac{\text{coſ.}\,AC - \text{coſ.}\,BC\;\text{coſ.}\,AB}{\text{ſen.}\,BC\;\text{coſ.}\,AB}.$$

Nella ſteſſa maniera ſi troverebbe

$$\text{tang.}\,CD = \frac{\text{coſ.}\,AB - \text{coſ.}\,BC\;\text{coſ.}\,AC}{\text{ſen.}\,BC\;\text{coſ.}\,AC};$$

il che baſti accennato una volta, anche per li tre problemi ſeguenti.

PROBLEMA III.

Dati due angoli e il lato compreſo, eſprimer uno de' ſegamenti di queſto lato.

Poſto nell'equazione $\text{tang.}\,BD = \text{coſ.}\,B\;\text{tang.}\,AB$ il valor di $\text{tang.}\,AB$ (*Tav. VII, form.* 36), naſce

$$\text{tang.}\,BD = \frac{\text{ſen.}\,BC}{\text{tang.}\,B\;\text{cot.}\,C + \text{coſ.}\,BC}.$$

PROBLEMA IV.

Dati li tre angoli, eſprimere un ſegamento di qualſivoglia d' eſſi, coſtituito dall' arco perpendicolare ſul lato oppoſto.

Poichè (*Tav. VI, form.* 15) $\text{cot.}\,BAD = \text{coſ.}\,AB \times \text{tang.}\,B$. Ponendo il valore (*Tav. VII, form.* 29) di $\text{coſ.}\,AB$, ſi ricava

$$\text{cot.}\,BAD = \frac{\text{coſ.}\,C + \text{coſ.}\,A\;\text{coſ.}\,B}{\text{ſen.}\,A\;\text{coſ.}\,B}.$$

PROBLEMA V.

Dati due lati e l'angolo compreſo, eſprimer l'uno de' ſegamenti di queſto.

Introdotto nell'equazione $\text{cot.}\,BAD = \text{coſ.}\,AB\ \text{tang.}\,B$ il valore (*Tav. VII, form.* 16) di $\text{tang.}\,B$, emerge

$$\text{cot.}\,BAD = \frac{\text{ſen.}\,A}{\text{tang.}\,AB\ \text{cot.}\,AC - \text{coſ.}\,A}.$$

PROBLEMA VI.

Dati due lati, e l'angolo intercetto, trovare il terzo lato.

Nel caſo che il lato cercato ſia piccolo, ad averlo con eſattezza ho propoſto (*Trig.* 478) la formola $\text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \sqrt{(\text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}(BC \backsim AB) + \text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,AB\ \text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}B)}$, e l'ho ridotta a forma capace del calcolo logaritmico. Ma quando la differenza $(BC \backsim AB)$ de' lati dati ſia tenue, può giovare alla preciſione il valerſi piuttoſto della ſomma: al che ſi perviene nel modo ſeguente.

Poichè $\text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}B = 1 - \text{coſ.}^2\,\tfrac{1}{2}B$; e $\text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}(BC \backsim AB) = \text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}(BC + AB) - \text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,AB$, (*Tav. II, form.* 26); ponendo queſti valori nell'equazion precedente, ella ſi converte così

$$\text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \sqrt{(\text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}(BC + AB) - \text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,AB\,\text{coſ.}^2\,\tfrac{1}{2}B)}$$

ovvero per maggior comodo nel computo

$$\text{ſen.}\tfrac{1}{2}AC = \text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}(BC + AB)\sqrt{\left(1 - \frac{\text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,AB\ \text{coſ.}^2\,\tfrac{1}{2}B}{\text{ſen.}^2\,\tfrac{1}{2}(BC + AB)}\right)}$$

Queſta formola poi ſi può calcolare col mezzo delle ſole tavole trigonometriche in logaritmi, dividendola in due (*Trig.* 207), come ſegue.

$$\text{coſ.}\,m = \frac{\text{coſ.}\,\tfrac{1}{2}B}{\text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}(BC + AB)} \times \sqrt{\text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,AB}$$

$$\text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \text{ſen.}\,m\ \text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}(BC + AB).$$

PROBLEMA VII.

Trovar l'eſpreſſione analitica della ſuperficie d'un tronco di fuſo, come AEG (fig. 14), terminato da un arco EG di cerchio minore, il cui polo è A.

Poichè la ſuperficie d'un ſegmento di sfera, generato per eſempio dalla rivoluzione del piano AEF intorno alla porzione AF dell'aſſe, EF eſſendo perpendicolare ad AF, ha per eſpreſſione, come ſi dimoſtra in Geometria, $AF \times 360°$, ovvero $(1 - \text{coſ.}\, AE)\, 360° = 2\ \text{ſen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360°$; s'inſtituiſca l'analogia: l'angolo EAG alla porzione AEG della ſuperficie del ſegmento, come 360° alla ſuperficie intiera del ſegmento medeſimo; ovvero $A : AEG :: 360° : 2\ \text{ſen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360° :: 1 : 2\ \text{ſen.}^2 \frac{1}{2} AE$. Quindi *la ſuperficie d'un tronco di fuſo*, come AEG, $= A \times 2\ \text{ſen.}^2 \frac{1}{2} AE =$ *angolo del fuſo moltiplicato pel ſeno verſo della lunghezza del tronco*.

PROBLEMA VIII.

Determinare meccanicamente una ſuperficie piana eguale a quella d'un triangolo sferico dato.

Abbiam dimoſtrato (*Trig.* 499), che *tratti* 180° *dalla ſomma dei tre angoli d'un triangolo sferico, il reſiduo moltiplicato pel raggio della sfera uguaglia la ſuperficie del triangolo*. Ciò poſto, col detto raggio deſcrivi un cerchio, e taglia della ſua circonferenza quanto rilevano inſieme li tre angoli del triangolo dato. Dalle eſtremità della circonferenza tagliata conduci due diametri. Dei quattro ſettori che naſcono, l'area di due oppoſti ed eguali equivale alla sferica che ſi cerca. A queſta coſtruzione, ch'è dell'Ab. Gua (*Mém. Paris* 1783), e che per la ſua maraviglioſa ſemplicità, e per li ſervigi che può rendere alla deſcrizione de' planisferj, degna mi ſembra d'eſſere ripetuta e divolgata, non ſo che aggiunger due regolette. La ſuperficie richieſta conſiſte nei due ſettori minori, mentre la ſomma dei tre angoli non ecceda 270°; ne' due maggiori quand'ella ſtia tra li 270, e li 360. Che ſe oltrepaſſi queſt'ultimo limite, allora fa d'uopo deſcriver due cerchi, in ciaſcun de' quali ſi toglierà una circonferenza uguale alla ſemiſomma degli angoli, e procedendo come s'è detto per la ſomma intiera, ſi otterrà l'area sferica ſcompartita in quattro ſettori eguali.

PROBLEMA IX.

Dati i tre lati d'un triangolo sferico, trovare la ſomma degli angoli.

Poichè ad aver l'area d'un triangolo sferico è neceſſario conoſcer la ſomma degli angoli, il preſente problema riceve importanza, ſe vogliaſi l'area, ed in cambio degli angoli ſi conoſcano i lati.

Sia s la ſemiſomma de' lati a, b, c, (fig. 15), oppoſti agli angoli A, B, C. E poichè $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(A+B+C) = \text{coſ.}\,\frac{1}{2}(A+B)\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}C - \text{ſen.}\,\frac{1}{2}(A+B)\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}C = (\text{coſ.}\,\frac{1}{2}A\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}B - \text{ſen.}\,\frac{1}{2}A\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}B)\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}C - (\text{ſen.}\,\frac{1}{2}A\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}B + \text{coſ.}\,\frac{1}{2}A\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}B)\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}C$; ſe ſi pongono nell'ultimo membro i valori notiſſimi (*Tav. VIII, form.* 11), di $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-b)\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}$, di $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-a)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}$, e così quelli analoghi di $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}B$, $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}B$, $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}C$, $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}C$, ſi conſeguiſce $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(A+B+C)$

$$= \left(\sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-a)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}\sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-b)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,c}} - \sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-b)\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}\sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-a)\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,c}}\right)\sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,b}} - \left(\sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-b)\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}\sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-b)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,c}} + \sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-a)}{\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}}\sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-a)\,\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,c}}\right)\sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-a)\,\text{ſen.}(s-b)}{\text{ſen.}\,a\,\text{ſen.}\,b}} = \frac{\sqrt{\text{ſen.}\,s\,\text{ſen.}(s-a)\,\text{ſen.}(s-b)\,\text{ſen.}(s-c)}}{\text{ſen}\,a\,\text{ſen.}\,b\,\text{ſen.}\,c}\left(\text{ſen.}\,s - \text{ſen.}(s-c) - \text{ſen.}(s-b) - \text{ſen.}(s-a)\right).$$

Ma $\text{ſen.}\,s - \text{ſen.}(s-c) = 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}c\,\text{coſ.}(s-\frac{1}{2}c) = 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}c\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(a+b)$; e $\text{ſen.}(s-b) + \text{ſen.}(s-a) = 2\,\text{ſen.}\left(s-\frac{1}{2}(a+b)\right)\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(a\backsim b) = 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}c\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(a\backsim b)$, (*Tav. II, form.* 22, 18). Dunque $\text{ſen.}\,s - \text{ſen.}(s-c) - \text{ſen.}(s-b) - \text{ſen.}(s-a) = -2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}c\left(\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(a\backsim b) - \text{coſ.}\,\frac{1}{2}(a+b)\right) = -2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}c \times 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}b\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}a$, (*Tav. II*, *form.* 16). E però $\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(A+B+C) = -\frac{4\,\text{ſen.}\frac{1}{2}a\,\text{ſen.}\frac{1}{2}b\,\text{ſen.}\frac{1}{2}c}{\text{ſen.}\,a\;\text{ſen.}\,b\;\text{ſen.}\,c} \times \sqrt{\text{ſen.}\,s\;\text{ſen.}(s-a)\;\text{ſen.}(s-b)\;\text{ſen.}(s-c)}$. Ora $\text{ſen.}\,a = 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}a\;\text{coſ.}\frac{1}{2}a$, e la ſteſſa traſformazione ricevono $\text{ſen.}\,b$, $\text{ſen.}\,c$; quindi definitivamente

$$\text{coſ.}\,\frac{1}{2}(A+B+C) = -\frac{\sqrt{\text{ſen.}\,s\;\text{ſen.}(s-a)\;\text{ſen.}(s-b)\;\text{ſen.}(s-c)}}{2\,\text{coſ.}\frac{1}{2}a\;\text{coſ.}\frac{1}{2}b\;\text{coſ.}\frac{1}{2}c}$$

L'Ab. *Gua* (*loc. cit.*) s'abbatte, in vece di queſta, in una formula, che contiene il valore della tangente della ſemiſomma degli angoli: la qual formula è aſſai men comoda al calcolo, avendo per numeratore $1 + \text{coſ.}\,a + \text{coſ.}\,b + \text{coſ.}\,c$, e per denominatore il doppio del mio numeratore.

PROBLEMA X.

Dati i tre angoli, trovare il perimetro.

Detta S la mezza ſomma degli angoli, la formula, che ho trovata or ora, ſi riduce, col mezzo del triangolo ſupplementario, alla ſeguente: con che ſi riſolve il problema ſenza difficoltà

$$\text{ſen.}\,\frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{\sqrt{-\text{coſ.}\,S\;\text{coſ.}(S-A)\;\text{coſ.}(S-B)\;\text{coſ.}(S-C)}}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}A\;\text{ſen.}\frac{1}{2}B\;\text{ſen.}\frac{1}{2}C}$$

PROBLEMA XI.

Dati i tre lati, trovar la perpendicolare ſu l'un qualſivoglia d'eſſi. (figg. 12, 13).

Stando alle eſpreſſioni del Problema IX, $\text{ſen.}\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\text{ſen.}(s-a)\;\text{ſen.}(s-c)}{\text{ſen.}\,a\;\text{ſen.}\,c}}$, e $\text{coſ.}\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\text{ſen.}\,s\;\text{ſen.}(s-b)}{\text{ſen.}\,a\;\text{ſen.}\,c}}$.

Laonde $2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B\;\text{coſ.}\frac{1}{2}B = \frac{2\sqrt{\text{ſen.}\,s\;\text{ſen.}(s-a)\,\text{ſen.}(s-b)\,\text{ſen.}(s-c)}}{\text{ſen.}\,a\;\text{ſen.}\,c}$ $= \text{ſen.}\,B$, (*Tav. I*, *form.* 6). Ma (*Tav. VI*, *form.* 6), $\text{ſen.}\,B = \frac{\text{ſen.}\,AD}{\text{ſen.}\,AB} = \frac{\text{ſen.}\,AD}{\text{ſen.}\,c}$. Dunque

$$\text{ſen.}\,AD = \frac{2\sqrt{\text{ſen.}\,s\;\text{ſen.}(s-a)\;\text{ſen.}(s-b)\;\text{ſen.}(s-c)}}{\text{ſen.}\,a}$$

PRO-

PROBLEMA XII.

Dati i tre angoli, trovar la medeſima perpendicolare.

Col mezzo del triangolo ſupplementario, la formola ora compoſta ſi converte nella ſeguente, la qual ſi troverebbe direttamente col metodo ſteſſo tenuto per quella.

$$\text{ſen.}\ AD = \frac{2\sqrt{-\text{coſ.}\ S\ \text{coſ.}(S-A)\ \text{coſ.}(S-B)\ \text{coſ.}(S-C)}}{\text{ſen.}\ A}$$

Si noti, che la perpendicolare in un triangolo sferico ha per ſuo ſupplemento nel triangolo ſupplementario la perpendicolare cadente dalla medeſima parte, cioè ſopra il lato ſupplementale dell'angolo, da cui parte la perpendicolare nel primo triangolo: il che ſi dimoſtra facilmente con l'equazione $\text{ſen.}\ AD = \text{ſen.}\ AB\ \text{ſen.}\ B$.

PROBLEMA XIII.

Dati i tre angoli, trovar la diſtanza loro dal polo del cerchio minore, che circoſcrive il triangolo. (fig. 16)

Sia AP la diſtanza cercata, e PF perpendicolare ſopra AC, il che dà $AF = FC$, per eſſere $AP = PC$: ſarà (*Tav. VI*, *form.* 10), $\text{tang.}\ AP = \frac{\text{tang.}\ AF}{\text{coſ.}\ PAF}$. Ma $2S = A+B+C = 2PBA + 2PBC + 2PAC = 2B + 2PAC$: laonde $PAF = S - B$. E però $\text{tang.}\ AP = \frac{\text{tang.}\ \frac{1}{2} AC}{\text{coſ.}\ (S-B)}$. Di più

$$\text{tang.}\ \tfrac{1}{2} AC = \frac{\text{ſen.}\ \frac{1}{2} AC}{\text{coſ.}\ \frac{1}{2} AC} = \sqrt{-\frac{\text{coſ.}\ S\ \text{coſ.}\ (S-B)}{\text{coſ.}\ (S-A)\ \text{coſ.}\ (S-C)}},$$

(*Tav. VIII*, *form.* 12). Dunque

$$\text{tang.}\ AP = \sqrt{\frac{-\ \text{coſ.}\ S}{\text{coſ.}(S-A)\ \text{coſ.}(S-B)\ \text{coſ.}(S-C)}}$$

PROBLEMA XIV.

Trovar la diſtanza medeſima, eſſendo dati i tre lati. (*fig.* 16)

Sia PE perpendicolare ſopra AB, e AD ſopra BC. Sarà $\text{ſen.}\,EPF = \text{ſen.}\,EPA\ \text{coſ.}\,APF + \text{coſ.}\,EPA\ \text{ſen.}\,APF = \frac{\text{ſen.}\,AE}{\text{ſen.}\,AP} \times \text{coſ.}\,AF\ \text{ſen.}\,PAF + \text{coſ.}\,AE\ \text{ſen.}\,PAE \times \frac{\text{ſen.}\,AF}{\text{ſen.}\,AP}$, (*Tav. VI*, *form.* 6, 12). Ma perchè (*Tav. VI*, *form.* 2), $\text{tang.}\,AE = \text{tang.}\,AP\ \text{coſ.}\,EAP$, $\text{tang.}\,AF = \text{tang.}\,AP\ \text{coſ.}\,PAF$, il che dà $\frac{\text{ſen.}\,AE}{\text{ſen.}\,AP} = \frac{\text{coſ.}\,AE\ \text{coſ.}\,EAP}{\text{coſ.}\,AP}$, e $\frac{\text{ſen.}\,AF}{\text{ſen.}\,AP} = \frac{\text{coſ}\,AF\ \text{coſ.}\,PAF}{\text{coſ.}\,AP}$; perciò ſoſtituendo queſti valori, ſi ha $\text{ſen.}\,EPF = \frac{\text{coſ.}\,AE\ \text{coſ.}\,AF}{\text{coſ.}\,AP} \times (\text{ſen.}\,PAF\ \text{coſ.}\,PAE + \text{coſ.}\,PAF\ \text{ſen.}\,PAE) = \frac{\text{coſ.}\,AE\ \text{coſ.}\,AF\ \text{ſen.}\,BAC}{\text{coſ.}\,AP}$. Ora $AE = \frac{1}{2}AB$, $AF = \frac{1}{2}AC$, $EPF = \frac{1}{2}BPA + \frac{1}{2}APC = 180^\circ - \frac{1}{2}BPC$. Dunque $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}BPC\ \text{coſ.}\,AP = \text{coſ.}\,\frac{1}{2}AB\ \text{coſ.}\,\frac{1}{2}AC\ \text{ſen.}\,A$. Similmente ſi prova eſſere $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}APC\ \text{coſ.}\,AP = \text{coſ.}\,\frac{1}{2}AB\ \text{coſ.}\,\frac{1}{2}BC\ \text{ſen.}\,B$. Ma $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}APC = \frac{\text{ſen.}\,AF}{\text{ſen.}\,AP}$, e $\text{ſen.}\,B = \frac{\text{ſen.}\,AD}{\text{ſen.}\,AB}$. Dunque $\text{ſen.}\,AF\ \text{cot.}\,AP\ \text{ſen.}\,AB = \text{coſ.}\,\frac{1}{2}AB\ \text{coſ.}\,\frac{1}{2}BC\ \text{ſen.}\,AD$, ovvero $\text{ſen.}\,\frac{1}{2}AC \times 2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}AB = \text{tang.}\,AP\ \text{coſ.}\,\frac{1}{2}BC\ \text{ſen.}\,AD$. Quindi preſo il valore di $\text{ſen.}\,AD$ nel probl. XI, naſce $2\,\text{ſen.}\,\frac{1}{2}AB\ \text{ſen.}\,\frac{1}{2}AC\ \text{ſen.}\,BC = \text{tang.}\,AP\ \text{coſ.}\,\frac{1}{2}BC \times 2\sqrt{\text{ſen.}\,s\ \text{ſen.}\,(s-a)\ \text{ſen.}\,(s-b)\ \text{ſen.}\,(s-c)}$; donde

$$\text{tang.}\,AP = \frac{2\ \text{ſen.}\,\frac{1}{2}AB\ \text{ſen.}\,\frac{1}{2}AC\ \text{ſen.}\,\frac{1}{2}BC}{\sqrt{\text{ſen.}\,s\ \text{ſen.}\,(s-a)\ \text{ſen.}\,(s-b)\ \text{ſen.}\,(s-c)}}$$

CAPITOLO NONO.

Applicazioni all' Aſtronomia.

PROBLEMA I.

Ridurre al ſolſtizio ogni altezza meridiana del Sole, oſſervata ne' giorni circonvicini. (fig. 17)

Sia BD un quarto dell' eclittica, BE un quarto dell' equatore, AC la declinazione oſſervata del Sole: ſi cerca la differenza da AC a DE.

Il triangolo BAC, rettangolo in A, convertendoſi in BED, rettangolo in E, conſerva coſtanti due angoli, cioè l' angolo retto, e l' angolo B. Si ha quindi (*Trig.* 647), $\text{tang.}\,\frac{1}{2}dAC : \text{tang.}\,\frac{1}{2}dBC :: \text{tang.}(AC + \frac{1}{2}dAC) : \text{tang.}(BC + \frac{1}{2}dBC)$. Ma $BC + \frac{1}{2}dBC = BC + \frac{1}{2}CD = BD - \frac{1}{2}CD = 90^\circ - \frac{1}{2}CD = 90^\circ - \frac{1}{2}dBC$. Dunque $\text{tang.}(BC + \frac{1}{2}dBC) = \text{cot.}\,\frac{1}{2}dBC$. E però $\text{tang.}\,\frac{1}{2}dAC = \text{tang.}^2\,\frac{1}{2}dBC\ \text{tang.}(AC + \frac{1}{2}dAC)$. Ma dAC eſſendo di pochi ſecondi, od anche minuti, ſi può far ſenza errore $\text{tang.}\,\frac{1}{2}dAC = \frac{dAC}{2R''}$, R'' eſſendo il raggio in minuti ſecondi. Per conſeguenza $dAC = 2R''\ \text{tang.}^2\,\frac{1}{2}dBC\ \text{tang.}(AC + \frac{1}{2}dAC)$. Or ſe chiamiſi D la declinazione oſſervata del Sole, dD la ſua differenza dalla declinazione ſolſtiziale, e dL la diſtanza del Sole dal ſolſtizio in longitudine, ſi ha finalmente

$$dD = 2R''\ \text{tang.}^2\,\tfrac{1}{2}dL,\ \text{tang.}(D + \tfrac{1}{2}dD)$$

Queſta formola, in cui ſi farà $\frac{1}{2}dD$ negativo nelle oſſervazioni poſteriori al ſolſtizio, può ſervire eſattiſſimamente per dieci e per dodici giorni avanti e dopo, e merita quindi eſſer antepoſta alla proporzione tra i cangiamenti nella declinazione e i quadrati de' tempi, la quale non può valere che per poche ore.

PROBLEMA II.

Data l'altezza del polo, ed oſſervate in un medeſimo verticale due ſtelle, di cui ſi conoſcono le declinazioni e le aſcenſioni rette, e per conſeguenza i momenti de' loro paſſaggi al meridiano, trovar che ora foſſe quando fu fatta l'oſſervazione. (fig. 18)

Sia P il polo dell'equatore, Z il zenit, S, T le due ſtelle. Le coſe note ſono: $PZ =$ *diſtanza dal polo al zenit*, $PT =$ *diſtanza dal polo alla ſtella più alta*, $PS =$ *diſtanza dal polo alla ſtella più baſſa*, $TPS =$ *differenza tra le aſcenſioni rette delle due ſtelle*, preſa dalla parte dove è minore di 180°. Si cerca $TPZ =$ *angolo orario della ſtella più elevata*.

Se dal polo P ſi cala PE perpendicolare ſul verticale, i due triangoli rettangoli TEP, SEP, che hanno il lato comune PE, danno (*Trig.* 453), $\text{coſ.}\,TPE : \text{coſ.}\,SPE :: \text{tang.}\,PS : \text{tang.}\,PT$. Laonde (*Tav. II*, *form.* 13, 10), $\text{cot.}\,\tfrac{1}{2}(SPE+TPE) : \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(SPE-TPE) :: \text{ſen.}(PS+PT) : \text{ſen.}(PS-PT)$. E per conſeguenza

$$\text{cot.}\,(TPE+\tfrac{1}{2}TPS) = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}TPS \times \frac{\text{ſen.}(PS+PT)}{\text{ſen.}(PS-PT)}$$

equazione che fa conoſcere l'angolo TPE. Ma ne' triangoli rettangoli PET, PEZ, ſi ha parimente $\text{coſ.}\,ZPE : \text{coſ.}\,TPE :: \text{tang.}\,PT : \text{tang.}\,PZ$. Dunque

$$\text{coſ.}\,ZPE = \text{coſ.}\,TPE\ \text{tang.}\,PT\ \text{cot.}\,PZ.$$

Aggiunto ZPE a TPE, ſi ottien l'angolo TPZ che ſi dimandava. Queſta ſoluzione è più comoda di quella che ho dato (*Trig.* 756).

In generale quella delle due ſtelle, ch'è più vicina al polo, deve aver l'angolo orario minore. Ma la via più ſpedita per ſaper ſe due ſtelle poſſano oſſervarſi in un medeſimo verticale, è quella di farne la prova ſopra un globo munito di circolo verticale.

PROBLEMA III.

Trovar l'angolo orario apparente *di un aſtro nell'orizzonte*, cioè compreſo l'effetto della refrazione.

L'angolo orario vero nell'orizzonte ſi trova per mezzo della formula $\text{coſ.}\,\textit{ang. or.} = -\,\text{tang.}\,\textit{lat.}\ \text{tang.}\,\textit{declin.}$ (*Trig.* 758). Detto m l'aumento dell'angolo orario per cauſa della refrazione, abbiamo trovato (757), $\text{coſ.}\,(\textit{ang. or.} + m) = \text{coſ.}\,\textit{ang. or.}\left(1 - \dfrac{\text{ſen.}\,\textit{refr. oriz.}}{\text{coſ.}\,\textit{lat.}\ \text{coſ.}\,\textit{decl.}\ \text{coſ.}\,\textit{ang. or.}}\right)$. Meſſo nel denominatore il valor precedente di $\text{coſ.}\,\textit{ang. or.}$, ſi acquiſta con più ſemplicità

$$\text{coſ.}\,(\textit{ang. or.} + m) = \text{coſ.}\,\textit{ang. or.}\left(1 + \frac{\text{ſen.}\,\textit{refr. oriz.}}{\text{ſen.}\,\textit{lat.}\ \text{ſen.}\,\textit{decl.}}\right).$$

PROBLEMA IV.

Trovar una formola eſatta e comoda per la parallaſſe di latitudine. (fig. 19).

In un triangolo sferico ABC, che ſi converte in ABD, conſervando coſtanti AB, A; fatto $CD = dAC$, $BD - BC = dBC$, $ABC = B$, $CBD = dB$, ha luogo (*Trig.* 696) l'equazione rigoroſa che ſegue: $\dfrac{\text{ſen.}\,dBC\ \text{ſen.}\,AB}{\text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,(BC + dBC)} = 2\ \text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}dB\ \left(\text{coſ.}\,AB\ \text{ſen.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB) - \text{coſ.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB)\ \text{cot.}\,A\right)$. Ma il triangolo ABD dà (*Trig. Tav. VII*, *form.* 13), $\text{cot.}\,A = \dfrac{\text{ſen.}\,AB\ \text{cot.}\,(BC + dBC) - \text{coſ.}\,AB\ \text{coſ.}\,(B + dB)}{\text{ſen.}\,(B + dB)}$. Soſtituendo queſto valore nell'equazion precedente, e moltiplicandola per $\text{ſen.}\,(B + dB)$, ne naſce $\dfrac{\text{ſen.}\,dBC\ \text{ſen.}\,AB\ \text{ſen}\,(B + dB)}{\text{ſen.}\,BC\ \text{ſen.}\,(BC + dBC)} = 2\ \text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}dB\ \big(\text{coſ.}\,AB\ \text{ſen.}\,(B + dB)\ \text{ſen.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB) + \text{coſ.}\,AB\ \text{coſ.}\,(B + dB)\ \text{coſ.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB) - \text{ſen.}\,AB\ \text{coſ.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB)\ \text{cot.}\,(BC + dBC)\big) = 2\ \text{ſen.}\,\tfrac{1}{2}dB\ \big(\text{coſ.}\,AB\ \text{coſ.}\,\tfrac{1}{2}dB - \text{ſen.}\,AB\ \text{coſ.}\,(B + \tfrac{1}{2}dB)\ \text{cot.}\,(BC + dBC)\big)$. Si moltiplichi l'equazione per ſen.$(BC+dBC)$, e ſi ponga $\frac{\text{ſen.}\ dB}{\text{coſ.}\ \frac{1}{2}\,dB}$ in cambio di 2 ſen.$\frac{1}{2}dB$, ſi otterrà

$$\frac{\text{ſen.}\,dBC\ \ \text{ſen.}\,AB\ \ \text{ſen.}(B+dB)}{\text{ſen.}\,BC}=\text{ſen.}\,dB\left(\text{coſ.}\,AB\ \ \text{ſen.}(BC+dBC)-\frac{\text{ſen.}\,AB\ \text{coſ.}(B+\frac{1}{2}dB)\ \ \text{coſ.}(BC+dBC)}{\text{coſ.}\ \frac{1}{2}\,dB}\right).$$

Ma perchè nel triangolo ABD, ſen.$(BC+dBC)$: ſen.A :: ſen.$(AC+dAC)$: ſen.$(B+dB)$; poſta la ſeconda ragione invece della prima nell'analogia (*Trig.* 542), ſen.dAC : ſen.dB :: ſen.BC ſen.$(BC+dBC)$: ſen.AB ſen.A, ſi raccoglie ſen.dB $=$ ſen.$dAC\times\frac{\text{ſen.}\,AB\ \ \text{ſen.}(B+dB)}{\text{ſen.}\,BC\ \ \text{ſen.}(AC+dAC)}$, il qual valore introdotto nell'equazion precedente, e fatta la riduzione, ſi conſeguiſce

$$\text{ſen.}\,dBC=\left(\text{ſen.}\,dAC:\text{ſen.}(AC+dAC)\right)\left(\text{coſ.}\,AB\ \text{ſen.}(BC+dBC)-\frac{\text{ſen.}\,AB\ \text{coſ.}(BC+dBC)\ \text{coſ.}(B+\frac{1}{2}\,dB)}{\text{coſ.}\ \frac{1}{2}\,dB}\right).$$

Or ſia A il zenit, B il polo dell'eclittica, C il luogo vero dell'aſtro, D l'apparente; e ſi noti che $\frac{\text{ſen.}\,dAC}{\text{ſen.}(AC+dAC)}=\frac{\text{ſen.}\ \textit{parall. altezza}}{\text{coſ.}\ \textit{alt. apparente}}=\text{ſen.}\,\textit{par. oriz.}$ E' inoltre coſ.$\frac{1}{2}dB$ $=$ coſ.$\frac{1}{2}$ *parall. longit.*, il qual ſi può far ſenza ſcrupolo eguale all'unità in tutti i caſi: e ſimilmente ſi poſſono mettere gli archi in luogo di ſen.dBC, e di ſen.*parall. oriz.* Con queſte condizioni ſi ottiene

parall. latit. $=$ *par. oriz.* (coſ. *alt. nonag.* coſ. *lat. appar.* — ſen. *alt. non.* ſen. *lat. app.* coſ. (*diſt. vera non.* $+\frac{1}{2}$ *par. longit.*))

Queſta formula, la qual merita ſenza dubbio la preferenza ſu quella che ho dato (*Trig.* 804), m'è ſtata ſuggerita dal Sig. de *Lambre*, ma la dimoſtrazione di lui è diverſa.

PROBLEMA V.

Trovare una formola eſatta e comoda per la paralaſſe di declinazione.

Sia B il polo del mondo, e tutto il rimanente come ſopra; allora la ſteſſa formula finale del precedente problema ſi eſprimerà così:

$$\textit{rall. declin.} = \textit{par. oriz.}\left(\text{ſen.}\,\textit{alt. del polo}\ \text{coſ.}\,\textit{decl. appar.} - \text{coſ.}\,\textit{alt. del polo}\ \text{ſen.}\,\textit{decl. appar.}\ \text{coſ.}\left(\textit{ang. or.} + \tfrac{1}{2}\,\textit{par. aſc. r.}\right)\right)$$

Anche queſta dev'eſſer anteposta a quella che ho dato (805).

Si avverta, che a tener conto dell'ellitticità della Terra fa d'uopo, sì in queſta che nella antecedente, adoperare la parallaſſe orizzontale ſpettante al luogo per cui ſi fa il calcolo, e l'altezza di polo diminuita dell'angolo della verticale (802).

PROBLEMA VI.

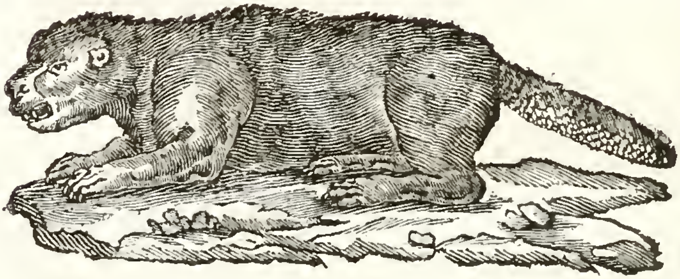
Determinare da tre oſſervazioni la poſizione del corſo di una cometa, ſuppoſto uniforme e per linea retta. Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. XXX.

Sia in A l'oſſervatore; la cometa, al momento della prima oſſervazione, in B; della ſeconda in C; della terza in D. E' nota la ragione $BC:CD$, ovvero $BC:BD$, ſupponendoſi il moto proporzionale agl' intervalli di tempo tra le reſpettive oſſervazioni; e ſi conoſcono inoltre per oſſervazione gli angoli BAC, CAD. Quel che ſi chiede è l'angolo B.

Ora (*Trig. Tav. III, form. 22*), $BC = \dfrac{AB}{\text{coſ.}B + \text{ſen.}B\ \text{cot.}BAC}$, e $BD = \dfrac{AB}{\text{coſ.}B + \text{ſen.}B\ \text{cot.}BAD}$. E' dunque $BC : BD :: \text{coſ.}B + \text{ſen.}B\ \text{cot.}BAD : \text{coſ.}B + \text{ſen.}B\ \text{cot.}BAC$. E dividendo la ſeconda ragione per coſ. B, $BC : BD :: 1 +$

tang. B cot. BAD : $1 +$ tang. B cot. BAC . Donde ſi cava

$$\text{tang.}\,B = \frac{BD - BC}{BC\,\text{cot.}BAC - BD\,\text{cot.}BAD} = \frac{1 - \frac{BC}{BD}}{\frac{BC}{BD}\,\text{cot.}BAC - \text{cot.}BAD}.$$



MEMORIE

Fig. II.

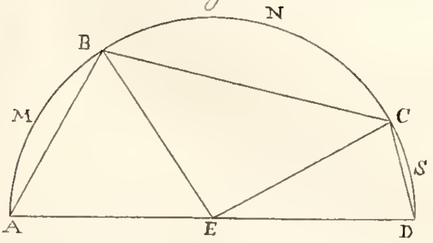


Fig. III.

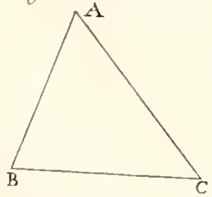


Fig. VI.

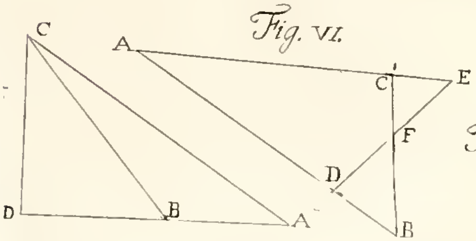
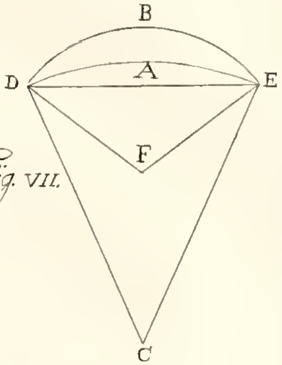


Fig. VII.



III.

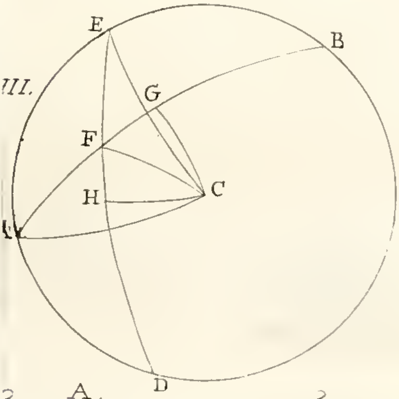
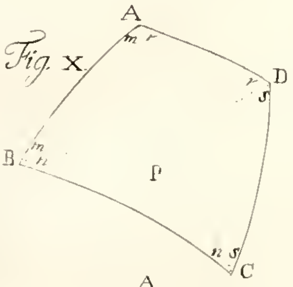


Fig. X.


A
m r
D
r s
B
m n
P
n s
C

ig. XII.

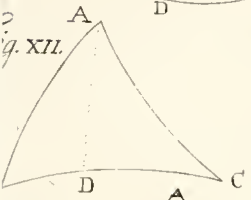


Fig. XIII

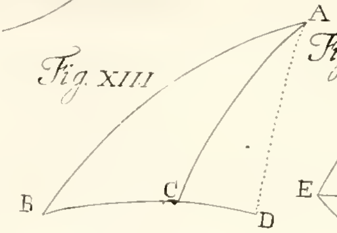


Fig. XIIII.

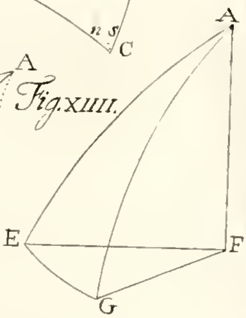


Fig. XVI.

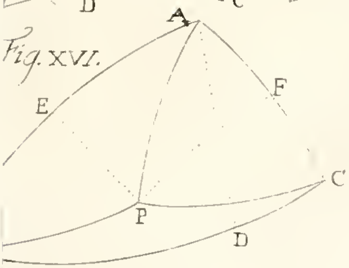
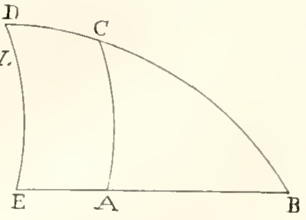


Fig. XVII.



ig XVIIII.

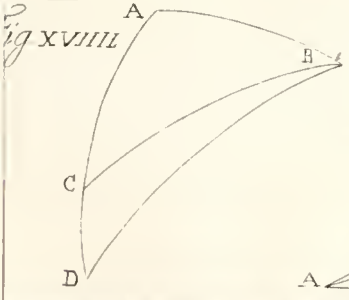
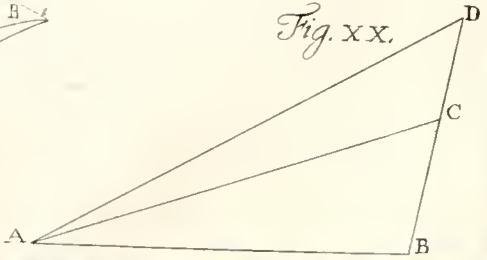


Fig. XX.



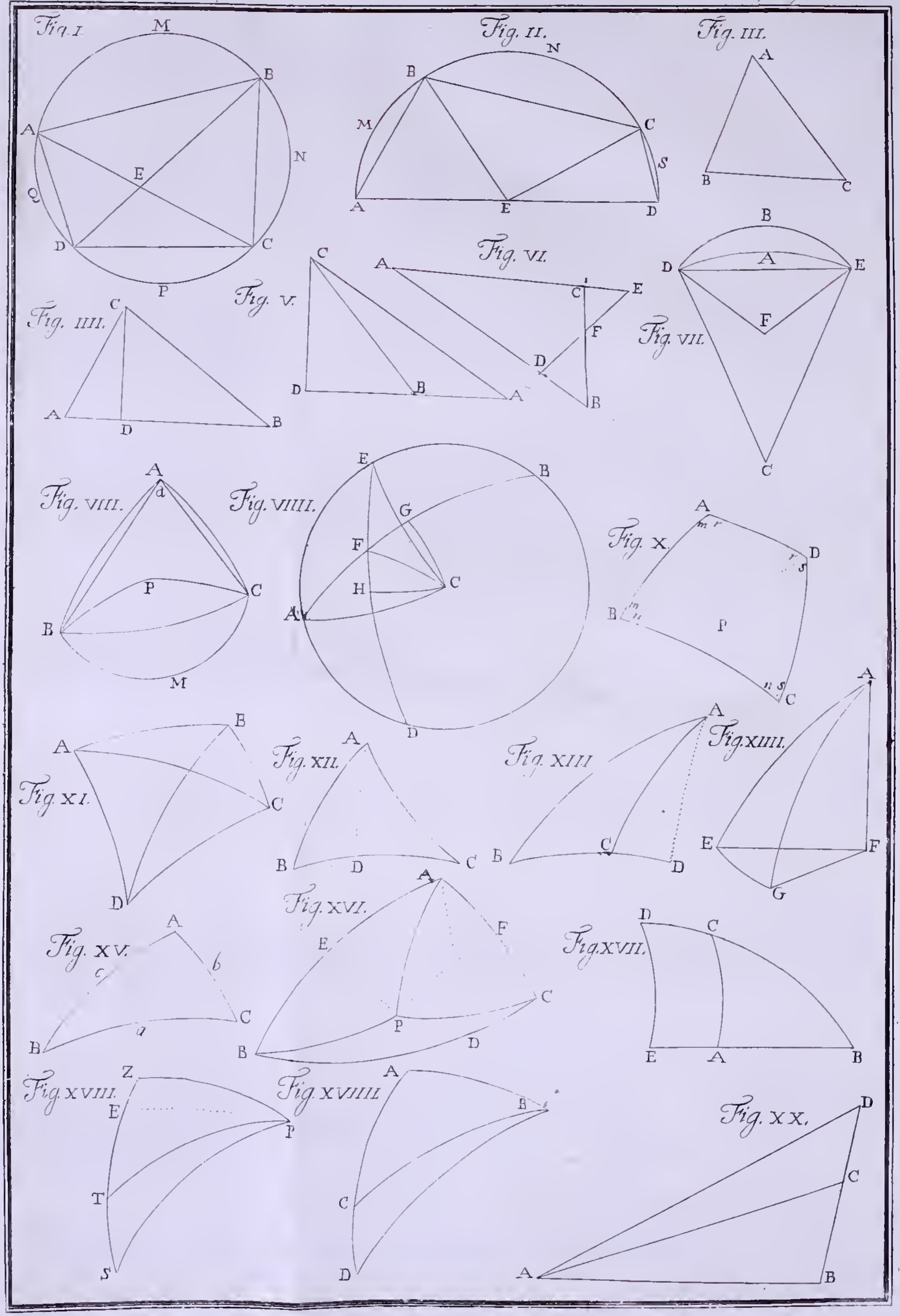


Fig. I.
M
B
A
E
N
Q
D
C
P
Fig. II.
N
B
M
C
S
A
E
D
Fig. III.
A
B
C
Fig. IIII.
C
A
D
B
Fig. V.
C
D
B
A
Fig. VI.
A
C
E
F
D
B
Fig. VII.
B
A
D
E
F
C
Fig. VIII.
A
a
P
C
B
M
Fig. VIIII.
E
B
G
F
C
H
A
D
Fig. X.
A
m r
D
r s
B
m n
P
n s
C
A
B
C
Fig. XI.
D
Fig. XII.
A
B
D
C
Fig. XIII
A
B
C
D
Fig. XIIII.
A
E
F
G
Fig. XV.
A
c
b
C
a
B
Fig. XVI.
A
E
F
C
P
D
B
Fig. XVII.
D
C
E
A
B
Fig. XVIII.
Z
E
P
T
S
Fig. XVIIII.
A
B
C
D
Fig. XX.
D
C
A
B

MEMORIA

SOPRA LA SALINAZIONE ARTIFICIALE

Del Sig. Cav. VITTORIO FOSSOMBRONI.

SE il tempo, che ſi perde a ſviluppare Argomenti, s'impiegaſſe a verificare dei Fatti, avremmo manco diſpute, e più verità. In occaſione adunque di eſaminare accuratamente varie Officine di Sale nelle Volterrane Campagne, fummo (*a*) affollati da una gran varietà d'opinioni, ed impegni; e ci parve, che mentre tante oppoſte teorie ſi andavano ſottilmente perfezionando, noi poteſſimo con vantaggio comune approfondire la realtà dei dati in queſtione. Ci faremo un piacere pertanto di eſporre alcuni dei principali riſultati dedotti dall'eſame, che abbiamo potuto fare dai libri d'Amminiſtrazione, e dalle varie eſperienze iſtituite in diverſe Saline, coſtruite, e condotte con diverſi principj; ma procureremo, che il tutto ſi preſenti con la maggior brevità poſſibile, avendo poſto ogni cura per ridurre queſte ſpeculazioni ai loro minori termini, acciocchè il maggior lavoro da noi fattovi, riſulti in altrettanto riſparmio di tempo per chi vorrà leggere i preſenti fogli.

Abbiette, umili, erano le Fabbriche, o i Laboratorj ove formavaſi, o criſtallizzavaſi il Sale comune, nelle antiche Saline artificiali Toſcane, come riſulta dall'iſpezione della Fig. 1. 3. della Tav. I.: reclamava contro la loro coſtruzione anguſta, e miſerabile il ſentimento di umanità; e ſembrava non meno alzar la voce con plauſibile apparenza la Fiſica più ragionata. I Salinatori grondanti di ſudore in un cuocente ippocauſto; la teoria dell'evaporazione, che ſembra ri-

---

(*a*) Non potrei parlare ſingolarmente di me ſolo, ſenza il rincreſcimento di fare un torto al celebre Sig. *Giovanni Fabbroni* Sottodirettore del R. Gabinetto Fiſico di Toſcana, con gli aiuti, e ſuggerimenti del quale dotto, e laborioſo ſoggetto, è ſtato condotto il preſente lavoro.

chiedere la ſuperficie più eſteſa nel Liquido evaporante, e la maggior maſſa poſſibile d' aria ſoprincumbente, eccitavano l' uomo, ed il Fiſico alla riforma. L' uno, e l' altro dovevanvi eſſere ſpinti vie più, conſiderando, che le ſtraniere, e più accreditate Saline ſono ampj, e ſterminati Edifizi (*a*).

Se la teoria, ſe l' eſempio non ſi foſſe tante volte trovato in fallo a fronte della patria, ed inveterata eſperienza, niente biſognava di più. Ma l' eſempio dell' altre nazioni, quantunque in tutt' altro induſtrioſe, può eſſere deviato dalle circoſtanze, e pregiudizi locali, e quindi non per tutto applicabili, e la Teoria non invariabilmente s' appoggia ſopra dati ſicuri, e ſopra baſi inconcuſſe. La formazione del Salmarino è nell' attual coſtume aſſai più eſſenziale ai Popoli, che l' eſcavazione del più prezioſo Metallo. Molti ſono gli individui della ſocietà, che giammai videro l' Oro, che non ne poſſederono, che non ne poſſeggono, e che non perciò ſi chiamano infelici. Ben ſciagurato, e tapino reputerebbeſi il più miſerabile tra gli uomini, ſe non aveſſe Sale da far più grati i giornalieri cibi. I Popoli trovano un contento nell' uſo del Sale; i manifattori del medeſimo un ſufficiente guadagno; i Negozianti un articolo di commercio; la Pecuaria una materia utiliſſima per la ſalute del Beſtiame, non meno che per la bontà della Lana; ed i Governi una ſorgente d' entrata.

L' oggetto è intereſſantiſſimo: adunque per ogni punto di viſta ſotto il qual ſi contempli, merita bene di far ſoggetto delle conſiderazioni di chiunque ami i ſuoi ſimili quanto ſe ſteſſo.

L' evaporazione maggiore d' un' acqua ſalſa, da ottenerſi nel più breve intervallo di tempo, e col minor conſumo di fuoco poſſibile, è il Problema da riſolverſi per l' utile ſalinazione. A tale oggetto diretti ſi i Salinatori, ma con diverſe vedute, alcuni proclamarono tale, o tal' altra forma, e profondità di caldaje; Altri una maggiore, o minore ampiezza dell' Edifizio in cui ſi effettua la ſalinazione. Se l' oggetto è

(*a*) Si poſſono conſultare le Tavole di n. 255, 257, 265 dell' Enciclopedia, e le Tavole II. e III. del Trattato delle Saline artificiali del Profeſſore *Cancrin* per prendere idea della Coſtruzione degli Edifizi, di cui ſi tratta.

importante per tutti i Popoli, lo è ancora maggiormente per noi, giacchè evidentemente oſſervammo, che diminuito il prezzo del Sale, ſe ne accrebbe notabilmente il conſumo, come previdero i buoni economiſti, e come deſiderarono i veri Patriotti in vantaggio del commercio, e del Beſtiame lanuto.

Noi ſi ebbe il comodo forſe unico, ed invidiabile, di potere iſtituire la più ſcrupoloſa, e legale comparazione tra Edifizi Salinatorj antichi anguſti (Tav. I. Fig. 1. e 3.), ed altri moderni ampliſſimi (Tav. I. Fig. 2. e 4.,) e ſiamo quindi in ſtato di eſpor col fatto quale delle due coſtruzioni ſia più economica, e più confacente all' intereſſe di queſta importantiſſima ſabbricazione (*a*).

Dall' eſame autentico dei libri di Amminiſtrazione riſulta ad evidenza, che le anguſte Saline antiche Tav. I. Fig. 1., e 3., dettero non ſolo il conſueto prodotto nell' anno in cui ſeguì l' eſame comparativo; ma che le ampie Saline Tav. I. Fig. 2, e 4. nuovamente coſtruite cagionarono un diſcapito conſiderabile.

Tralaſciando peraltro tuttociò, che a tale eſame economico è relativo; paſſeremo alla eſpoſizione delle noſtre eſperienze, e ſpecolazioni.

Per diminuire il dettaglio dei lunghi calcoli neceſſarj per giungere ai debiti reſultati, abbiamo formato la Tavola ſeconda, che adeſſo andremo deſcrivendo, e così ſi manifeſterà in breve ciò, che l' eſperienza ha ſuggerito.

La prima delle Colonne verticali contiene il calore dell' ambiente degli Edifizi, come quello che merita conſiderazione; giacchè a parità di tutte le altre circoſtanze il calore dell' aria, che è a contatto colla ſuperficie dell' acqua evaporante contribuiſce con la ſua maggiore, o minore intenſità, alla più, o meno energica evaporazione, ed a prima

---

(*a*) Sarà d'uopo ſapere, che la coſtruzione di queſte nuove Saline (Tav. I. Fig. 2. e 4.) s' appoggia incirca ai principj iſteſſi di quelle gia da noi citate a pagina 3, con più alcune diverſità introdottevi dal loro Autore. Il confronto della loro figura (Tav. I. Fig. 2. e 4.) con le figure date da *Cancrin*, e dagli Enciclopediſti mettono il *Lettore* in ſtato di rilevarne la differenza. Sarà bene avvertire frattanto, che le caldaje erano in eſſe di piombo, mancando l' abilità, e il comodo di farle di ferro come lo ſono in molte delle Saline ſopraccitate.

giunta ſi ſcorge, che le vecchie Moje, o Saline dette di S. Lorenzo, e di S. Giovanni (Tav. I. Fig. 1.) come che anguſte, ed inveſtite nel loro interno dal calor diretto della fiamma, e dalle braci, godono di un'aria aſſai più calda, e più rapidamente rinnovata, che quella delle Moje nuove (Tav. I. Fig. 2. e 4.); ed in fatti dalla prima cotta di una delle vecchie Saline detta di S. Lorenzo, cominciata a forno freddo con gradi 29 di calore dentro l'Edifizio, alla ſeconda cotta ſi riduſſe ſubito a gradi 36, e nella vecchia Salina detta di S. Giovanni fu parimente principiato con gradi 28, ed alla ſeconda cotta fummo ſubito a gradi 33 mentre negli Edifizj nuovi più ampli, anche principiando dalla terza cotta con gradi 28, non ſi conduſſero nella quarta, che a gradi 31.

La ſeconda Colonna contiene i gradi della Salatura appartenente alle acque adoperate in ciaſcuna cotta; queſti gradi ſono dell'Areometro di Beaume, ognuno dei quali gradi rappreſenta una centeſima parte di Sale.

La terza Colonna eſprime il calore dell'acqua eſpoſta alle evaporazioni avanti di eſſere introdotta nelle caldaje.

La quarta Colonna rappreſenta l'area eſpreſſa in denari quadrati delle caldaje *cc* (Tav. I. Fig. 3.) tanto nel fuoco di S. Lorenzo, tanto in quello di S. Giovanni delle vecchie Saline, e di S. Leopoldo *bb* (Tav. I. Fig. 4.), Salina più ampia, e di nuova coſtruzione: e ſi vede, che queſt' ultima è molto maggiore di ciaſcheduna delle due prime, e ciò dovrebbe eſſere vantaggioſo alla produzione dei nuovi forni, giacchè ſi ſa, che in parità di circoſtanze l'evaporazione ſuccede tanto più facilmente, quanto la ſuperficie è più eſteſa; abbiamo detto in parità di circoſtanze, giacchè ſopra di queſto alcuni Fiſici prendendo dei caſi particolari, e non conſiderando, che talvolta diminuendoſi la ſuperficie con l'iſteſſa maſſa d'acqua s' aumenta l'altezza, ma s' aumenta ancora l'intenſità del fuoco, o del calore, ſono caduti in equivoche, ed erronee eſpreſſioni, e tra queſti *Muſchembroek*, e *Lambert*.

La Colonna quinta rappreſenta il volume dell'acqua eſpoſta all'evaporazione eſpreſſa in denari cubici.

La ſeſta eſprime in denari cubici la quantità dell'acqua in ciaſcheduna cotta perdutaſi tanto per evaporazione, che è la maſſima parte, quanto per eſſerſi eſtratta dalle caldaje con il Sale tiratone fuora, e queſta è una piccola parte, che ſi potrebbe volendo ancor eſſa ridurre a calcolo.

La ſettima Colonna contiene in denari cubici il volume dell' acqua reſtato nelle caldaje, dopo ciaſcuna cotta.

L' ottava Colonna rappreſenta in libbre la quantità delle legna impiegate in ciaſcheduna cotta.

La nona dimoſtra il tempo impiegato in ciaſcheduna cotta eſpreſſo in ore, ed in minuti.

La decima rappreſenta le ſtaja di Sale miſurato dopo eſſere ſtato eſtratto dalle caldaje, ed ammontato ſopra alcuni tavolati declivi eſpreſſamente ſituati preſſo le caldaje, acciò il Sale vi reſti a ſgrondare l' acqua che conteneva, e che in termine dell' arte ſi denominano *Gabbei*.

L' undecima Colonna è molto intereſſante, giacchè rappreſenta in numeri rotondi il Sale effettivo eſtratto in ciaſcheduna cotta, e liberato da ogni quantità di umido, che conteneva. Tale operazione fu inſtituita in due maniere; cioè prima prendendo, dopo un' ora e mezzo che il Sale era ſtato nei Gabbei, una data quantità di eſſo Sale eſattamente peſata, ed eſpoſta alla decrepitazione, con ripeſarla in ſeguito, deducendo dal peſo diminuito la maſſa dell' acqua, che conteneva. Il ſecondo metodo poi fu affatto differente, e venne ad eſſere come un riſcontro del primo. In fatti furono preſe dopo il ſolito tempo di un' ora e mezzo, in ciaſcheduno degli Edifizi tanto nuovi che vecchi due libbre di Sale dai Gabbei, e queſte furono ſciolte in libbre dodici di acqua dolce, che all' Areometro ſegnava zero. Queſto Areometro graduato da M.^{r} *Beaume* come ſopra avvertimmo importa per ogni grado una centeſima parte di Sale; ed in conſeguenza ſiccome l' acqua nell' acqua medeſima non gravita, così in queſta maſſa fluida riſultante di dodici libbre d' acqua dolce, e due di Sale, cioè di libbre quattordici, ſe l' Areometro ſegnava un numero m di gradi, e m centeſime parti di Sale dovevano eſſere in quella maſſa fluida; ma quattordici libbre ſono grani 96768; in conſeguenza le due libbre credute di ſale, o ſia li grani 13824 ſi riducevano a grani $\frac{m}{100} \times 96768$; con queſta formula è ſtata calcolata tutta l'undecima colonna, e ſi è trovato, che il Sale fabbricato dai nuovi, e più ampli forni, ridotto a ſale effettivo, e privo d'acqua, diminuiſce conſiderabilmente più che quello dei forni vecchi.

La decimaſeconda, e decimaterza Colonna rappreſentano i gradi dell'Igrometro coſtruito da *Brander*, il quale per ogni grado eſprime un grano e mezzo d'acqua ſovrabbondante per ogni piede cubico d'aria; e qui parimente l'eſperienza ha offerto un reſultato poco favorevole ai nuovi Edifizi (Tav. I. Fig. 2.), mentre l'umidità dell'aria ſi vede ſempre fuori degli Edifizi vecchi (Tav. I. Fig. 1.) maggiore, che dentro; là dove negli Edifizi nuovi l'umidità dell'aria è maggiore dentro, che fuori. E' credibile, che nei vecchi Edifizi l'anguſtia del luogo, la poſizione del tetto, e delle fineſtre come ſi vede (Tav. I. Fig. 1.) che obbliga la corrente d'aria avvampata *evk* a ſtriſciare prima di uſcire ſopra la ſuperficie dell'acqua delle caldaje, e ſul Sale dei Gabbei; ed il commercio immediato tra la fiamma, e le braci, e l'aria della ſtanza, quanto rendono queſti Edifizi incommodi per chi ſenza eſſervi accoſtumato debba trattenervisi, altrettanto contribuiſcano alla più energica evaporazione, e proſciugamento del Sale; ſicchè in queſte non ſo, ſe noi diremo Fabbriche, o Capanne per quanto vedute di paſſaggio preſentino un' idea poco luſinghiera, oſſervandole con Fiſica curioſità ſi viene a confeſſare, che non vi è ommeſſa circoſtanza (ſalvo il riſparmio per gli operanti, e le caldaje di riſcaldamento *aa* (Tav. I. Fig. 4.) aggiunte negli Edifizi nuovi) neceſſaria per ottenere un gran prodotto; ſicchè non ſi ſaprebbe decidere, ſe debbaſene l'idea a delle Fiſiche teorie, o al caſo, che contraſta alla ragione il numero, e l'importanza delle ſcoperte; il tutto può riſcontrarſi nel diſegno Tavola I. con l'anneſſa deſcrizione.

La decimaquarta Colonna contiene i rapporti dell'umidità contenuta in una eguale quantità di Sale fabbricato nei vecchi, e nei nuovi Edifizi, e ſi vede, che diviſa per eſempio una maſſa data di Sale dei vecchi Edifizi di S. Lorenzo in 1000 eſſa contiene 90 parti d'acqua, e che diviſa nelle medeſime 1000 parti una egual maſſa di Sale fabbricato ai nuovi Edifizi di S. Leopoldo, eſſa contiene 160 parti di acqua. Si rende molto intereſſante queſta varietà, perchè reſulta dalla Tavola III., che il Sale ſtagionato non meno di anni 17 è meno umido ſolamente gradi 2 $\frac{1}{2}$ di quello, che abbia più umidità, che ſia poſſibile, e che ſia fabbricato ſolamente di un'ora e mezzo; onde tutte l'eſperienze della Tavola III. ſono ſtate eſpreſſamente iſtituite, e calcolate per dimoſtrare, che ſe tra lo ſpazio 17 anni, e quello di un'ora, e mezzo di tempo, la variazione dell'umidità contenuta nel Sale non eccede gradi 2 $\frac{1}{2}$ è molto conſiderabile la differenza di un grado di umidità, che trovaſi tra il Sale del vecchio Edifizio di S. Lorenzo, e quello del nuovo Edifizio di S. Leopoldo all'iſteſſa epoca di fabbricazione.

La decimaquinta Colonna contiene il rapporto del tempo ad una medeſima quantità di Sale prodotto, riſultante dai medj degli elementi occorſi nelle varie cotte eſeguite tanto ai vecchi, quanto ai nuovi forni; e ſiccome l'acqua eſpoſta all'evaporazione era come vedeſi dalla ſeconda Colonna dotata di varj gradi di ſalatura, così è convenuto ridurre col calcolo tutti queſti rapporti alla medeſima Salatura. Si vede pertanto, che il conſumo del tempo tra la Salina di S. Lorenzo, e quella di S. Leopoldo non differiſce; e che in quella di S. Giovanni è aſſai maggiore; ſicchè in ſomma il conſumo del tempo è maggiore nei vecchi Edifizi, che nei nuovi, e perciò ſi ſcorge che a forno caldo debbono verificarſi cinque cotte il giorno annunziate dal Fautore dei nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.), in vece delle ſole tre, o quattro, che ſi fanno nei forni di vecchia coſtruzione (Tav. I. Fig. 1.).

Segue la Colonna decimaſeſta con il rapporto del conſumo delle legna al prodotto, che parimente è ſtato col calcolo ridotto alla medeſima Salatura d'acqua in tutti i forni, e qui ſi ſcorge, che il conſumo di S. Leopoldo, è maggiore di ciaſcheduno di quelli dei due nuovi Edifizi, e preciſamente prendendo un medio tra i rapporti d'ambedue i vecchi forni ſi ottiene il rapporto delle legna conſumate in S. Leopoldo al medio dei rapporti di quelle conſumate nei vecchi forni come 1637, 1272, e per conſeguenza nelle legna appariſce uno ſcapito ſenſibile.

La Colonna decimaſettima preſenta il conſumo dell'acqua relativamente al medeſimo prodotto, ſempre calcolato alla medeſima ſalatura, e qui tornano come ſi è detto riguardo al tempo, i nuovi forni ad avere un vantaggio ſopra i vecchi, vedendoſi in queſti un conſumo d'acqua a colpo d'occhio maggiore, che in quelli.

La Colonna decimaottava rappreſenta la moltiplicazione delle legna, e del tempo rapporto al medeſimo prodotto, e ridotta alla medeſima ſalatura, e ſi vede, che in queſta combinazione per quanto il S. Giovanni (*a*) abbia qualche vantaggio ſul S. Leopoldo (*b*), ha con queſto ultimo tanto ſvantaggio il S. Lorenzo, (*c*) che i vecchi forni reſtano per queſti titoli a ſvantaggio con i nuovi.

La Colonna decimanona rappreſenta la moltiplicazione del tempo, e dell'acqua rapporto al prodotto calcolata alla medeſima ſalatura, e qui parimente i vecchi forni ſono a ſvantaggio riguardo ai nuovi.

La vigeſima Colonna offre la moltiplicazione delle legna, e dell'acqua (calcolata la medeſima ſalatura) riſpetto al medeſimo prodotto, e qui veramente i vecchi forni ſono a vantaggio a riguardo dei nuovi, e ſi combina giuſto, che i due elementi delle legna, e dell'acqua ſono i più diſpendioſi per la fabbricazione del Sale, ed in conſeguenza eſſendo i nuovi forni (riſpetto a tali elementi) a ſvantaggio con i vecchi ne ſegue, che la ſalinazione in eſſi deve riuſcire più diſpendioſa.

La Colonna vigeſimaprima pone ſotto occhio la moltiplicazione della ſalatura, del tempo, delle legna, e dell'acqua riſpetto al medeſimo prodotto, e qui ſi vede che il tempo minore occorrente nei nuovi Edifizi influiſce più di tutti gli altri elementi ad eſſi ſvantaggioſi, e coſtituiſce i detti nuovi Edifizi nel totale della ſalinazione (mettendo a calcolo il tempo) in qualche vantaggio riſpetto ai vecchi, di maniera che riſulta da queſta eſperienza, che il ſale fabbricato con i nuovi forni coſterebbe più di quello fabbricato con i vecchi, ma ſe ne otterrebbe in egual tempo una maggior quantità, ed il preciſo di queſte variazioni riſulta eſaminan-

---

(*a*) Vecchia Salina, (Tav. I. Fig. 1. e 3.).

(*b*) Salina nuova, (Tav. I. Fig. 2. e 4.).

(*c*) Altra vecchia Salina, poco dalla prima già detta differente, come reſulta ancora dalla ſpiegazione della Tav. I. alla Fig. 2.

do i numeri delle ſopra deſcritte Colonne, ma per diminuire l'indagine abbiamo ſegnato in fondo della Tavola i reſultati proſſimi dei conſumi dell'acqua, del tempo, e delle legna.

Fu verificato, che le Saline nuove, e più ampie, (Tav. I. Fig. 2.) nelle quali il fuoco paſſando per anguſti laboratorj lambiſce in tutta la lunghezza le caldaje, ſi poſſono ottenere ſino a cinque cavate, o cotte di Sale in 24 ore, o ſia quaſi due di più, che negli antichi, e più anguſti (Tav. I. Fig. 1.). Fu verificato ancora dal rapporto unanime dei Mojatori o Salinatori, che quanto più ſono vecchie le caldaje, tanto più ſi rallenta la ſalinazione, e fu verificato in ſine, che nelle Saline nuove erano per l'impeto del fuoco più ſoggette a fonderſi, e guaſtarſi le caldaje; per la qual coſa non poteva verificarſi l'effettuazione di cinque cotte il giorno.

D'appreſſo ai libri autentici ſi potè rilevare, che la ſpeſa fatta per rifondere le caldaje nei nuovi Edifizi (Tav. I. Fig. 4.), ſupera di aſſai quelle fatte per rifondere le caldaje degli Edifizi vecchi (Tav. I. Fig. 3.); e paragonando la quantità occorſa nei nuovi, e nei vecchi Edifizi dal Gennajo 1790 al 28 Luglio 1791 ſi trova, che il prodotto del Sale diviſo per la ſpeſa delle riſpettive fuſioni ſta dai vecchi Edifizi ai nuovi come 437 : 312.

Eſſendo in realtà come abbiamo precedentemente congetturato, che le nuove Saline produceſſero una libbra di Sale per poco più di ogni libbra, e mezzo di legna, prodotto, che per quanto poſſa eſſere inferiore riſpetto alle moje vecchie, per le quali con l'iſteſſo raziocinio ſi è trovato occorrer meno di una libbra, e mezzo di legne per ogni libbra di Sale, non oſtante è inſigne riſpetto a quello di alcune famoſe Saline d'Europa; e per citarne una trovaſi, che a *Chateau Salins* ſi ottengono 120000 libbre di Sale con 90 corde di legna. La corda è 8 piedi lunga, 4 larga, e 3 ½ alta. Il piede cubico di legna in cataſta ſi valuta libbre 31 ſe è legna dolce, e 33 ſe è legna forte; dunque prendendo un medio, cioè 32, e la corda eſſendo 10080 piedi cubici avremo per 120000 libbre di Sale il conſumo di libbre 322560 di legna, cioè circa due libbre, e mezzo per ogni libbra di Sale.

Aggiunger ſi deve ancora ai pregi dei nuovi Edifizi eſſer falſo ciò, che da alcuni ſi adduce contro di eſſi, cioè che producano il Sale di peggior qualità, mentre anzi l'acqua ſalata non entrando nelle caldaje da Sale *bb* (Fig. 4. Tav. I.) prima d'eſſere ſtata in quelle di riſcaldamentto *aa* (Fig. 4. Tav. I.), dove ſubiſce una tal quale preliminare concentrazione, ne ſuccede, che depoſita in eſſe caldaje di riſcaldamento varie parti ſelenitiche, e terroſe, le quali altrimenti entrerebbero nelle caldaje da Sale, e ſi potrebbero in parte meſcolare con il Sale ſteſſo. In prova di ciò ſi ſono eſtratti da eſſe caldaje degli ſtrati di ſelenite alti un pollice, e più. Ciaſcheduno comprende, che queſta materia non è aſſolutamente entrata nel Sale fabbricato ai nuovi Edifizi, il quale adunque non può eſſere ſtato ſe non più puro che quello dei vecchi; ed intanto ſi verificano le accuſe, che alcuni gli danno con dire, *che ſala meno*, *e che è meno attivo* in quanto che è più umido.

In una pariglia di caldaje dei nuovi forni furono variate le dimenſioni, cioè furono reſi più anguſti i laboratorj come lo erano nella loro primitiva coſtruzione, e ſi trovò che il prodotto dei più anguſti ai più ampli ſtava come 3329 : 2561.

Trovammo in oltre che i nuovi forni nello ſtato di laboratorj più ampli, in cui erano nei giorni dell'eſperienze della ſcorſa Eſtate dell'anno 1791 per quanto riſparmiaſſero di tempo, e d'acqua riſpetto ai vecchi, ſono ad eſſi così inferiori riſpetto al conſumo delle legna, che tenuto conto ancora della più coſtoſa manutenſione, onn ſieno punto economici.

Supponſi finalmente che i nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.) nelle primitive dimenſioni di laboratorj più anguſti, come erano nell'anno 1790, faceſſero molto più Sale a parità di circoſtanze dei forni vecchi (Tav. I. Fig. 2.), ed il conſumo delle legna foſſe eguale, o eccedeſſe di così poco il vero conſumo dei forni vecchi, che atteſa maggior quantità di un tale neceſſario prodotto foſſero ſempre da riguardarſi per un plauſibile ſtabilimento; in fatti ſi è congetturato, che ſarebbero ſtati più vantaggioſi d'una delle più famoſe Saline d'Europa, e che le annunziate ciuque cotte per giorno ſi realizzarono a maraviglia.

L'inconveniente più ſoſtanziale da evitarſi in quello ſtato ſi riduceva ad impedire efficacemente la frequente fuſione delle caldaje. L'autore iſteſſo dei nuovi Edifizi propoſe a tale effètto di abolire il cenerario, deprimere la giacitura del combuſtibile, e ſoſtituire alla volticciola del forno un prolungamento delle caldaje di ſalinazione, e per conſeguenza acquiſtare un'area acquea più efficacemente evaporante uguale a braccia quadre 24 circa. In oltre tolto il cinerario, e abbaſſato il ſocolare è ſperabile che la fiamma non ſi vibri con tanta celerità, e forza contro le proſſime pareti delle caldaje, che per conſeguenza non ſoggiacciano alle fuſioni, quando ancora i lavoranti manchino della debita cautela, e di più il calore delle braci ardenti anderà a profitto degli elaboratori, e fuggirà meno la fiamma.

Noi non ardiremmo d'aſſerire, che diſpoſti in tal guiſa i nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.) foſſero efficaci quanto ſono i vecchi (Tav. I. Fig. 1.) per le ragioni, che tra poco accenneremo, ma le frequenti fuſioni crediamo che ſi eviterebbero; ed è certo che quando il divario tra' vecchi, e i nuovi così ridotti foſſe tenue, non può aſſerirſi ſe metteſſe conto l'abbandonare quelle ampie fabbriche.

Ma per meglio ſpiegarci faremo parola primieramente di un forno ideato dal celebre Profeſſore di Padova *Giovanni Arduino*, e da lui deſcritto all'illuſtre, e dotto Propoſto *Laſtri* di Firenze. Eſſendo al preſente pubbliche con la ſtampa le dimenſioni, e i principj di un tale forno, ci aſterremo dal ripeterne la deſcrizione, avvertendo ſolo che in ſoſtanza il calore invece d'inveſtire la ſuperficie eſterna delle caldaje ſtriſcia con una continua, e rapida corrente d'aria ſopra la ſuperficie dell'acqua contenuta nelle caldaje ſteſſe, e ne fomenta l'evaporazione. Queſta idea ſembrandoci degna, che ſe ne faceſſe un ſaggio nell'eſperienze private, e deſiderando di poterne fare un paragone eſatto coi noſtri forni, ſi chieſe il dettaglio dei conſumi, e dei prodotti; ma il Profeſſore *Arduino* riſpoſe al Propoſto *Laſtri* di non potere in queſto darne ſoddisfazione, mentre ſapeva ſoltanto, che nei luoghi, ove queſto ſuo forno era ſtato meſſo in opera ſi conſumava la metà meno di quello che ſi faceſſe con i forni di prima.

Quindi ſi può inferire che i forni, che avevano prima in quei paeſi, foſſero non molto felici riſpetto almeno al conſumo del tempo, e delle legna, mentre riſulta dall' eſperienze eſpoſte nella Tavola IV., che l'acqua in queſto ſiſtema ſubiſce una ſcarſa evaporazione riſpetto agli altri metodi; ma nondimeno non è ſtata ſenza utilità queſta notizia, giacchè è ſervita a illuſtrare la teoria dei forni Volterrani.

La detta Tavola IV. preſenta il riſultato di molte eſperienze fatte ad un fornello eſpreſſamente edificato a fine di avere ſott'occhio degli elementi più deciſivi per aſſeſtare un giudizio. Queſto fornello fu in principio ſtabilito ſul ſiſtema dei vecchi forni Volterrani, e portava una caldaja lunga braccia due, e larga un mezzo braccio, nella quale ſi metteva acqua a diversa altezza, eſponendola all'evaporazione per un'ora, e mezzo con libbre 50 di legna ſempre uguale. La prima linea orizzontale della Tavola IV. preſenta l'eſito di queſta prima claſſe d'eſperienze, e moſtra eſſer vero il proverbio dei mojatori Volterrani, cioè, *che meno acqua dà più Sale*; poichè in effetto l'evaporazione ſi vede ſcemare ſenſibilmente quando aumenta la quantità d'acqua, e con progreſſo coſtante dai due ſoldi ſino ai nove d'altezza, onde non è che evaporata tutta l'acqua ne venga più Sale da una minor doſe, che da una maggiore, ma in proporzione del conſumo di legna, e del tempo l'evaporazione è più efficace, e rapida, e per conſeguenza la produzione del Sale in eguali tempi con minor maſſa d'acqua, che con una maggiore; bene inteſo ſempre, che non per queſto ſi dovrebbe eſporne un ſottiliſſimo velo d'acqua ſulle caldaje, giacchè allora per troppi altri titoli lo ſcapito ſupererebbe il guadagno.

La ſeconda linea orizzontale preſenta i reſultati del medeſimo fornello, ma ridotto ad avere il fuoco di riverbero, o piutoſto obliquo, che debba dirſi coerentemente al meccaniſmo dei nuovi forni (Tav. I. Fig. 4.). E qui è da notarſi, che la medeſima ſuddetta caldaja aveva ad ogni mezzo braccio una lamina di piombo verticale così che la capacità di eſſa veniva ad eſſere diviſa in quattro parti, in ciaſcuna delle quali l'acqua ſtava ſeparata. Ciò fu fatto per conoſcere la degradazione dell'influenza del calore ſull'acqua della caldaja, e di fatti ſi vede, che là dove con il fuoco diretto queſte quattro diviſioni evaporavano preſſo a poco nell'iſteſſa maniera, ſalva quella ineguaglianza occaſionata dalla caſuale diſpoſizione delle legna; in queſto ſecondo metodo del fuoco obliquo, la prima diviſione comechè vicina al fuoco evapora molto più dell'altre, e le ſeguenti vanno ſcemando con l'ordine iſteſſo, con cui s'allontanano dal fuoco, preſcindendo dall'ultima, che eſſendo lambita verticalmente dalla fiamma uſcente dall'elaboratorio, aumenta un poco ſulle due precedenti.

Si vede, che avendo eſpoſto con queſto fuoco obliquo le medeſime altezze di 2, 3, e 6 ſoldi d'acqua dentro la caldaja come nelle tre eſperienze normali *A*, *B*, *C* l'evaporazione ottenuta non ſi è combinata altro, che nell'eſperienza *B* con l'altezza di tre ſoldi d'acqua, ma nelle altre il fuoco obliquo ha prodotto ſempre un'evaporazione minore.

La quarta linea orizzontale preſenta l'eſito dell'eſperienze fatte ſul forno d'*Arduino*. Per eſeguirle fu coſtruita una caldaja parimente di piombo, alta poco più di tre ſoldi, e ſituata ſotto una volta murata, come preſcrive il medeſimo *Arduino*, facendo paſſare il fuoco tra la ſuperficie dell'acqua, e la ſuddetta volta di mattoni; l'eſito fu che l'evaporazione nel tempo iſteſſo rieſcì minore non ſolo dell'eſperienze normali a fuoco diretto, ma ancora di quello ottenuta col fuoco obliquo.

Allora s'offerſe alla fantaſia il penſiero di ſoſtituire alla volta murata la caldaja, che avea ſervito alle prime due claſſi di eſperienze, e fare in conſeguenza, che il fuoco obliquo lambiſſe inferiormente la ſuperficie dell'acqua come preſcrive *Arduino*, e dalla parte ſuperiore il fondo d'un'altra caldaja, di maniera che ſi riuniſſero ſull'iſteſſo fuoco, e il principio addottato dall'Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello addottato da *Arduino*.

In tre maniere fu eſperimentata queſta nuova idea di fare evaporare l'acqua come vedeſi nella terza linea orizzontale. La prima maniera fu d'infondere all'altezza di due ſoldi l'acqua tanto nella caldaja ſuperiore quanto nell'inferiore. L'evaporazione della ſuperiore fu di denari 8 vale a dire minore dell'evaporazione ottenuta nelle circoſtanze analoghe del fuoco diretto, e del fuoco obliquo; ma ſommati queſti 8 denari con gli altri otto denari evaporati contemporaneamente dalla caldaja inferiore, coſtituiſcono un'evaporazione totale di un ſoldo, e quattro, e che ſupera l'evaporazione del fuoco obliquo della ſeconda linea orizzontale, per quanto però ſia minore di quella ottenuta con il fuoco diretto. La ſeconda maniera fu con ſoldi tre d'acqua tanto nella caldaja inferiore, che ſuperiore; ed allora la ſomma delle due evaporazioni ſuperò quelle del fuoco obliquo, e del fuoco diretto. La terza maniera conſiſte nell'infondere ſoldi ſei d'acqua nella caldaja ſuperiore, e ſoldi tre nell'inferiore, e la ſomma delle due evaporazioni eccedè ancora in queſto caſo quelle ottenute con le prime due claſſi d'eſperienze, tanto con il fuoco obliquo, quanto con il fuoco diretto.

Sembra pertanto, che l'idea di queſto nuovo forno, che riuniſce nel tempo iſteſſo il principio addottato dall' Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello di *Arduino* meriti di eſſere con ulteriori eſami illuſtrata, giacchè ſebbene nell'attuali eſperienze non abbia portato ſempre un vantaggio, è credibile, che poſſa combinarſi in maniera, che tal vantaggio ſi realizzi coſtantemente.

Fu ancora provato ſe l'evaporazione dell'acqua ſalata ſi faceſſe con diverſità da quella dell'acqua dolce, accordando qualche influenza all'attrazione delle molecole ſaline verſo l'acqua, e l'eſito non moſtrò differenza ſenſibile.

Dopo aver paragonato le tre ſuddette maniere d'applicare il fuoco alle evaporazioni, credemmo eſpediente illuſtrare una queſtione, che ſembra intatta all'inveſtigazione de' Fiſici, e che in ciaſcheduna occaſione, nella quale occorra di fare evaporare dei fluidi, dee eſſere di non lieve utilità.

E' manifeſto, che una data quantità di materia combuſtibile ſi può diſporre in maniere diverſe, e adattarla ad inveſtire col proprio calore una ſuperficie di varia grandezza; per eſempio quattro candele acceſe poſſono ſituarſi in maniera, che inveſtano con la loro fiamma una ſuperficie di due pollici quadrati; e le iſteſſe poſſono avvicinarſi fra loro in maniera, che tutte le quattro fiamme non inveſtano che una ſuperficie di un pollice quadrato, vale a dire quattro volte minore della prima; pare indubitabile, che ciaſchedun punto della prima ſuperficie debba eſſere inveſtito da un valore quattro volte meno intenſo di quello che inveſte la ſeconda ſuperficie, giacchè qui non pare, che debba aver luogo quella maravaglioſa proprietà del calor ſolare, che nel fuoco d' uno ſpecchio uſtorio fonde un metallo a molte braccia di diſtanza, mentre poi rimoſſo quel metallo anche di qualche linea dal vero punto del fuoco, invece di fonderſi dura fatica a riſcaldarſi notabilmente; avendoſi perciò una ſpecie di violazione alla legge, con la quale l' attività dei raggi ſolari s' accreſce quando eſſi ſi riuniſcono, e ravvicinano tra loro. Quindi ſe ciaſcheduna di quelle due ſuperficie coſtituiſce la baſe di un vaſo parallelepipedo, il quale abbia i ſuoi lati verticali affatto naſcoſti dal fuoco, la di cui azione per conſeguenza ſi limiti ſolo alla baſe contenente una data ed uguale quantità d' acqua; è chiaro, che la ſuperficie dell' acqua aderente alla baſe del primo vaſo ſarà in egual tempo riſcaldata meno di quello, che ſia per eſſere la ſuperficie omologa dell' acqua contenuta nel ſecondo vaſo. E che qualora la legge con cui il calore ſi propaga agli ſtrati ſuperiori (legge che dovrebbe eſſere analoga ai quadrati delle diſtanze) non vi ſi opponga affatto, ne dovrebbe ſuccedere adunque, che il vaſo di più anguſta baſe foſſe per riſcaldarſi più ſollecitamente, e preſtarſi per conſeguenza ad una più energica evaporazione in tempo eguale.

Ma l' evaporazione non è dovuta ſolamente al riſcaldamento dell' acqua, entrandovi a fomentarla come principio ſolvente l' aria, che è a contatto della ſuperficie ſuperiore del fluido, e in conſeguenza per queſto rifleſſo l' evaporazione ſarà tanto più energica, quanto più eſteſa ſarà la ſuperficie ſuperiore del fluido a circoſtanze eguali; mentre al contrario pareva, che quanto più anguſta foſſe ſtata la baſe, altrettanto maggiore avrebbe dovuto eſſere l' evaporazione per cauſa dell' intenſità del calore.

Secondo un tal raziocinio non è dunque nè la più eſteſa, nè la più alta poſſibile la figura, che debba avere un dato vaſo d' acqua, acciò in un dato tempo con eguale quantità di fuoco produca la medeſima evaporazione; ma ſiccome „ La ragion dietro ai ſenſi ha corte l' ali " avanti d' impegnarci allo ſviluppo d' una formula analitica, la quale riunendo i neceſſarj elementi, preſenti la ſoluzione di queſto intereſſante Problema, abbiamo deſiderato di conſultare l' eſperienza.

Diminuita adunque di un quarto la caldaja da prima deſcritta, ed eſpoſta ad un calore diretto come nella prima claſſe d'eſperienze, ma riunito in tre quarti ſoli dello ſpazio, che occupava allora, v' abbiamo ſucceſſivamente infuſo tre maſſe d'acqua eguali a quelle delle tre eſperienze normali *A*, *B*, *C*, di maniera che nella prima eſperienza corriſpondente ad *A* avea due ſoldi, e otto denari d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che quella di *A*, che conteneva un' egual maſſa d'acqua in un' eſtenſione $\frac{1}{4}$ maggiore, ed in un' altezza di otto denari minore. Nella ſeconda eſperienza corriſpondente a *B* avea 4 ſoldi d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che nella ſuddetta *B* con tre ſoldi d'altezza, e $\frac{1}{4}$ più di ſuperficie. Nella terza finalmente corriſpondente a *C* l'evaporazione fu parimente maggiore; di maniera che queſta diminuzione di $\frac{1}{4}$ di baſe fu aſſolutamente vantaggioſa.

Si vede dalla ſeſta linea, che fu proceduto a diminuire la baſe riducendola alla metà, indennizzando la perdita dell' eſtenſione coll' aumento d'altezza, che nella corriſpondente ad *A* era quattro ſoldi, e nella corriſpondente a *B* era ſoldi ſei; ed in tutte queſte eſperienze l'evaporazione, come riſulta dalla Tavola, diminuì ſenſibilmente.

Per terminare la ſerie ſi riduſſe, come vedeſi nella ſettima linea, la caldaja ad un ſolo quarto di baſe, e vi s' infuſe acqua corriſpondente ad *A*, vale a dire con otto ſoldi d'altezza, e l'evaporazione fu minore non ſolo dell' eſperienze della linea quinta, ma ancora di quelle della quarta.

Si manifeſta pertanto, che atteſa probabilmente la colliſione di queſti due elementi, intenſità di calore, ed eſtenſione di ſuperficie, vi è una figura da dare al fluido evaporante la quale porta la maſſima evaporazione, e nel caſo noſtro eſſendo di ſoldi 800 cubici di maſſa, ſi trova queſta figura ad una ſuperficie di ſoldi 300 quadrati con un' altezza di ſoldi 2, e $\frac{2}{3}$.

Con ſimili ajuti dell' eſperienza, ci luſinghiamo, che l'analiſi non laſcierà d'offrire de' riſultati utili. Chi vorrà internarſi nella ſtrada, che s' aprì con queſte contemplazioni potrà moltiplicare l'eſperienze, e poſcia conſultare la bella Memoria di M.^r de la *Grange* (Accad. delle Scienze di Parigi

rigi

rigi 1772) ſulla maniera di formare le Tavole dei Pianeti per mezzo delle oſſervazioni, o pure la Memoria che M.r de *Condorcet* ha inſerito nel volume d' eſperienze Idrauliche impreſſo a Parigi nel 1777. Tornando frattanto alle modificazioni, che occorreſſero alle Saline Volterrane, e primieramente rivolgendo il penſiero alla variazione indicata a pagina 26, 27, ci pare coerentemente a queſte preliminari eſperienze ſi poſſa decidere, che biſognerebbe avvicinare le quattro caldaje attuali *aa*, *bb* alle quattro corriſpondenti, che dovrebbero eſſere ſul forno *CB* (Tav. I. Fig. 4.), di maniera che occupaſſero la volticciola del forno *B*, e non già ingombrare queſta volticciola con un'altra caldaja di più, mentre la ſuperficie evaporante ſi verrebbe a fare troppo eſteſa: tale avvicinamento di caldaje ſarebbe ancora preferibile all'aggiunta di un'altra di più, perchè s'abbrevierebbe il corſo della fiamma, e ſi potrebbe riſtringere per lo lungo la capacità dell'Edifizio.

Queſta diminuzione di capacità inerendo alle oſſervazioni fatte coll'Igrometro pare che ſarebbe utile ancora in tutte le dimenſioni delle ſtanze medeſime per la più facile eſpulſione del vapore, mentre avendo trovato in eſſe nei giorni dell'eſperienze più umido di quello che foſſe nell'aria eſterna, pare che ſi confermi ciò, che il raziocinio ancora ſuggeriſce; cioè che il vapore ſtaccato dalle caldaje avanti d'uſcire da quelle grandi ſtanze, abbia luogo di raddenſarſi in umidità, dal che, e il proſciugamento del Sale, e l'ulteriore evaporazione non poſſono non ſentirne ſvantaggio.

Ed appunto per tali motivi (abbiamo avanzato precedentemente, e ci ſiamo riſerbati adeſſo a dirne la ragione) che non oſtante la modificazione ideata, e poc'anzi eſpoſta, noi non ardiremmo d'aſſerire, che i nuovi forni foſſero per arrivare a produrre quanto i vecchi, il vero prodotto dei quali è maggiore di quello che fu creduto prima di coſtruire i nuovi.

Queſti vecchi forni (Tav. I. Fig. 1.) ſono per vero dire d'un'apparenza così ributtante, e quelli che vi lavorano ſono eſpoſti ad una traſpirazione così violenta, che è troppo naturale, che un animo ſenſibile cerchi d'immaginare qualche coſa di più umano per gli operanti, e di più ſodisfazione per l'occhio, ed i limiti non ſono preſcritti allo ſpirito umano, talchè non poſſa giungerſi ad ottenere forni più eleganti, meno laborioſi, e d'egual frutto; non oſtante una certa tradizione per la quale ſi pretende, che qualunque volta ſi ſia voluto fare delle mutazioni a queſti forni ſempre ſi ſia peggiorato di condizione.

E' notabile, che taluno aſſeriſce aver l'eſperienza canonizzato la figura iſteſſa delle fornaci vecchie (Tav. I. Fig. 1.), come la più perfetta poſſibile, e ſopra di queſto veramente, per quel che riguarda il prodotto grande, ed il piccolo conſumo di legna, pare che i principj Fiſici s'accordino con la preteſa eſperienza, mentre oltre tutti i rifleſſi, che veggonſi dettagliati nella Tavola I. biſogna convenire, che atteſa quella corrente calda *evk* (Fig. I.), che ſtriſcia ſopra le caldaje, l'acqua eſpoſta in eſſe profitta nel tempo medeſimo, e del calor diretto attivo per ſe ſteſſo molto, e di quello di riverbero ſulla ſuperficie dell'acqua ſecondo il principio che fa onore alla ſopra deſcritta invenzione d'*Arduino*.

Reſta un altro punto da eſaminare, ed è il metodo col quale ſi riceve il Sale dai Magazzinieri in Volterra ov'è condotto in ſacca dalle vicine moje. Si ſceglie dai Miniſtri quel ſacco, che più a lor piace per ſervir di norma ai reſtanti, e queſto ſi miſura ſpargendo con una delicatezza, e lentezza indeſcrivibile il Sale a mano dentro uno ſtajo ſin che ſia fatto colmo, e ſe ne rade con attenzione grandiſſima l'eceſſo, eſſendo poi in libertà dei Miniſtri medeſimi valutare il contenuto del ſacco a miſura, o peſo di ſtaja come a lor piace, ad oggetto di coſtringere il Fabbricatore a farlo di grana eguale, e non laſciarvi tropp'acqua; ma queſto metodo non è meno equivoco, che laborioſo, per aſſicurarſi della vera quantità del Sale, che il Fabbricante rimette ai Magazzini. O la Comunità lo prenda dall'Impreſario a peſo, o a miſura, ſempre v'è il caſo per errori, o volontarj, o involontarj. Il Sale è una certa così fatta materia, che può meſcolarſi con l'acqua, creſcer di peſo, e non di volume; può l'iſteſſo Sale variare di volume eccesſivamente, e *Lambert* trovò, che poteva differirne nella miſura da 11 a 8, ed in conſeguenza venne in capo d'immaginare un compenſo meno operoſo, e ſenza dubbio più eſatto con cui i

Miniſtri della Dogana di Volterra poſſano con ſoddisfazione ancora del Conduttore aſſicurarſi della quantità effettiva del Sale, che il Conduttore loro conſegna. Queſto metodo conſiſterebbe nell'introdurre l'uſo d'un Areometro di una ſcala più eſatta dell'ordinario, che ſarebbe facile farla giungere ad eſprimere una milleſima parte di Sale per ogni grado; la manovra ſarebbe ſempliciſſima, e la formula l'iſteſſa, che quella eſpoſta nel deſcrivere la Colonna undecima della Tav. II. Crediamo, che queſta ſarebbe una di quelle occaſioni, nelle quali la Fiſica ſervirebbe al più bel fine, che ella abbia, cioè ai vantaggi delle manifatture, e alla tranquillità dei contratti, ben inteſo però, che queſta nuova pratica non trovaſſe un oſtacolo nel naturale attaccamento, che ſi ha generalmente all'antiche coſtumanze, perchè allora con i fermenti, che ecciterebbe prima di prender piede, produrrebbe inconvenienti forſe maggiori di quelli, che ſi vorrebbero evitare; come talora inſiſtendo per la guarigione di malattie tollerabili del corpo umano, ſi mutano le condizioni, e ſi rendono malate delle parti intereſſanti di eſſo, che erano ſane.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I.

Rappreſenta la Pianta, e lo Spaccato dimoſtrativo di una delle vecchie, e nuove Saline.

Figura 1.

E' lo ſpaccato di una delle vecchie Moje, o Saline (poco differendo eſſe fra loro).

A	Porticato.
E	Conſerva.
BQ	Uſcio d'ingreſſo.
mn	Forno.
cs	Caldaje con acqua che bolle.
D	Sale eſtratto da una precedente cotta, e ſituato a ſgrondare ſopra un piano inclinato, detto *Gabbeo*.
f	Condotto per il quale ſcende l'acqua ſalſa dalla Conſerva *E* nelle Caldaje.

eq Bocca, o apertura per la quale ſi gettano le legna nel Forno.

K Abbaino per il quale entra lume nel laboratorio, e dà eſcita al vapore, e fumo.

L'oggetto di queſta Tavola dimoſtrativa non è ſolo quello di far vedere la relazione che hanno i nuovi ai vecchi Edifizj, ma bensì di dare idea d'un utiliſſimo giuoco, che deve neceſſariamente far l'aria in tal coſtruzione di Edifizio, e di Forno.

Egli è certo, che il fuoco acceſo in *mn* richiamerà quivi una corrente d'aria dall'apertura più diretta, e più baſſa, che è la Porta *BQ* per mezzo della bocca del forno *qe*, e tal corrente ſi è voluta rappreſentare ſenſibilmente con le lettere *uqbde*. Scendendo eſſa nel Forno *mn* ne diſcaccerà per la parte più alta *e* della feritoia *qe* l'aria più leggera e più calda, che avea di già ſopraſtato ai precedenti iſtanti della combuſtione. Queſta corrente d'aria *evk* retrograda non potendo avere egreſſo per la vicina Porta, nè molto vagare per l'Edifizio anguſtiſſimo, baſſiſſimo, dovrà dirigerſi verſo l'Abbaino *K*, e quaſi ſtriſciando nella Caldaja *cs* in ebullizione, e lambendo il Sale umido *D*, contribuirà moltiſſimo al più pronto proſciugamento del Sale in un ambiente caldiſſimo, alla più rapida evaporazione dell'acqua, ed alla eſpulſione del vapore umido fuori della riſtrettiſſima capacità dell'Edifizio.

Figura 2.

Lo ſpazio *CFGHILP* circoſcritto da linee punteggiate è lo ſpaccato d'una delle nuove Saline, e ſi è ſovrappoſto a quello delle vecchie, acciò reſulti la diverſità dell'interna capacità relativa.

Z Lanterna coperta da un tetto a padiglione ſoſtenuto da colonnini di legno, che laſciano aperte tutte e quattro le parti della medeſima per l'altezza *gh*, da dove ha l'egreſſo il vapore.

T Tetto della fabbrica a padiglione aperto nel mezzo in tutta la lunghezza, e larghezza delle caldaje, reſtandovi ſopra detta apertura la ſuddeſcritta lanterna.

La linea punteggiata *rp* rappreſenta il livello dell'acqua delle Caldaje di riſcaldamento *aa* (Fig. 4.), e la linea *pe* quello delle Caldaje di Salinazione *bb* (Fig. 4.).

CP E' il livello del terreno.

Figura 3.

E' la pianta delle vecchie Saline.

E	La Conſerva dell'acqua ſalſa.
A	Porticato.
ff	Condotti per introdurre l'acqua nelle Caldaje.
cc	Caldaje.
D	Forno nel quale non ſono ſituate ancora le Caldaje.
E	Gabbeo, o ſia piano inclinato ſul quale ſi pone a ſgrondare il Sale *D* (Fig. 1.)
bb	Porte d'ingreſſo.
dd	Bocche, o aperture per le quali ſi gettano le legna nel Forno.
rs	Condotto praticato per introdurre l'acqua ſalſa dal Pozzo nella Conſerva *E*.

Figura 4.

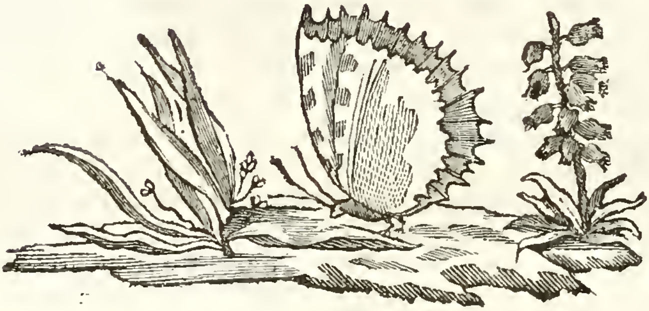
Pianta d'una delle nuove Saline, che ſono compagne fra di loro.

Dal lato *CD* ſi vede il Forno ſenza Caldaje, ma armato come conviene per riceverle.

E	Piccola Conſerva dalla quale ſi partono i Condotti, che introducono l'acqua nelle Caldaje.
f	Condotto che porta l'acqua nella Conſerva medeſima.
aa	Caldaje di riſcaldamento, dalle quali per mezzo di due condotti paſſa l'acqua nelle due Caldaje *bb* di ſalinazione.
B	Metà della volticciola del Forno, ove ſi porgono i combuſtibili, la di cui fiamma ſtriſciando ſotto le Caldaje eſce per i Camini *SS*.

hh Porte d'ingreſſo.

AA Cordonate, per le quali ſi ſcende nelle due Gallerie, ove corriſpondono le due bocche laterali del Forno, da cui s'introducono le legna ad abbruciare.



lterra nel L 1791. Tav. II. *pag.* 78

	XI	XII	XIII	XIV		XX	XXI
	effet. Sale eri rodi.	Umidità dell' aria fuori dell' Edifizio.	Umidità dell' aria dentro dell' Edifizio.	Umidità d le eſpreſſ decimal	atura, acqua otto.	Rapporto dell' acqua conſumata, delle Legna, e della Salatura al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell' acqua conſumata, e del tempo al prodotto.
	aja.	Gradi.	Gradi				
M	6 4	86	76	0,090	: 1	330724483740:1	99548069605740:1
Moj	9 2	46	38	0,125	: 1	139044135384:1	45467432270568:1
Moja	7 8 0 6	66	68	0,160	: 1	259850611734:1	61584594980958:1

Reſultato totale dell' eſperienze fatte alle Saline di Volterra nel Luglio, e Agoſto dell' Anno 1791.

Tav. II. *pag.* 78

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI
		Calor degli Edifizj al Termometro di Reaumur.	Salatura dell' acqua dedotta dall' Areometro.	Calore dell' acqua da evaporare.	Arce evaporanti.	Acqua eſpoſta all' evaporazioni.	Acqua conſumata.	Acqua reſidua.	Legna impiegate.	Tempo impiegato.	Sale prodotto miſurato.	Quantità effettiva del Sale in numeri rotondi.	Umidità dell' aria fuori dell' Edifizio.	Umidita dell' aria dentro dell' Edifizio.	Umidita del Sale eſpreſſa in decimali.	Rapporto della Salatura, e del tempo al prodotto.	Rapporto della Salatura, e delle legna al prodotto.	Rapporto della Salatura, e dell' acqua conſumata al prodotto.	Rapporto della Salatura, del tempo, e legna al prodotto.	Rapporto della Salatura, del tempo, e dell' acqua conſumata al prodotto.	Rapporto dell' acqua conſumata, delle Legna, e della Salatura al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell' acqua conſumata, e del tempo al prodotto.
		Gradi	Gradi	Gradi	Denari quadrati	Denari cubici.	Denari cubici.	Denari cubici.	Libbre.	Ore, Minuti.	Staja.	Staja.	Gradi.	Gradi								
Moja di S. Lorenzo	Prima Cotta	29	24 ⅔	16 ½	5571120	320009136	212629968	107379168	3996	5 : 4	62	56	86	76	0,090 : 1	113 : 1	1454 : 1	85150485 : 1	438892 : 1	25630295985 : 1	330724483740 : 1	99548069605740 : 1
	Seconda Cotta	36	24	16 ⅔		374552736	242283672	132269064	3772	4 : 58	81 ½	74										
Moja di S. Giovanni	Prima Cotta	28	24 ½	20	3126160	195385000	146929520	48455480	1792	5 : 45	45	39	46	38	0,125 : 1	200 : 1	1091 : 1	78027012 : 1	356400 : 1	25514832924 : 1	139044135384 : 1	45467432270568 : 1
	Seconda Cotta	33	24 ½	20 ½		179754200	107852520	71901680	1773	5 : 10	48	42										
Moja di S. Leopoldo	Prima Cotta	22	22 ½	19 ½	6431712	369823440	117378744	72356760	4977	6 : 1	32	27	66	68	0,160 : 1	113 : 1	1637 : 1	75669951 : 1	387969 : 1	17933778387 : 1	259850611734 : 1	61584594980958 : 1
	Seconda Cotta	26	22 ½	19 ½		376255152	220286136	155969016	3036	3 : 30	69	58										
	Terza Cotta	28	23	19 ½		307114248	136673880	170440368	3091	3 : 2	60	50										
	Quarta Cotta	31	23 ½	19		308722176	160792800	147929376	2634	3 : 18	66 ¼	56										

Si è detto Staja per intelligenza comune quantunque il Sale nel proſciugarſi non ſcemi ſempre di volume come di maſſa.

Conſumo di tempo dei vecchi, e dei nuovi proſſimamente come 15 ½ : 11 ∽∽ Conſumo di acqua dei vecchi, e dei nuovi proſſimamente come 81 ½ : 76 ∽∽ Conſumo di Legna dei vecchi, e dei nuovi proſſimamente come 12 : 16 ∽∽

nari Tav. III. *pag.* 78

I lore			$\frac{1}{82}$
vi ſoffice, o calcata; da		8 a	11
, di circa			$\frac{1}{5}$
rometro di *Beaumè*.			
zo di.....	San Ottaviano	25	$\frac{1}{2}$
	San Giuſto	25	
	San Lino	23	
	Santa Maria	20	
	San Giovanni	17	$\frac{3}{4}$
; cioè			
aſciuttiſſimo dei Magazzini Volterrani		14	$\frac{1}{2}$
n Magazzino notoriamente umido		13	$\frac{4}{5}$
San Giovanni, e San Lorenzo		13	$\frac{7}{8}$
oje nuove, e ſtato nella reſpettiva Stufa		13	$\frac{1}{4}$
di San Lorenzo		13	$\frac{1}{2}$
Ore 24 di San Giovanni		12	$\frac{9}{10}$
	di San Lorenzo	13	
e 1 $\frac{1}{2}$	di San Giovanni	12	$\frac{1}{2}$
	dei Nuovi Edifizj	12	

N. ſia nella maggiore abbondanza di umido, che eſiſte in 17. Anni, e più non eſtendendoſi, che da Gradi 12. nente fabbricato ai nuovi Edifizi, e quello delle Moje di nque riconoſca un Epoca medeſima di fabbricazione. Un ende per aſciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lonumero di libbre 17. $\frac{1}{2}$.

Tavola di Eſperienze Preliminari

Tav. III. *pag.* 78

Differenza della deperdizione del Sale contenuto nell'acque ſalſe, trà l'evaporazione lenta, e il maſſimo bollore - - - - - $\frac{1}{82}$

Della quantità effettiva della Saletta, che ſecondo l'eſperienze di *Lambert* entra in una data miſura, poſtavi ſoffice, o calcata; da - - - - 8 a 11

N. B. Si vide in Volterra, che lo ſtajo pieno di Saletta ben ſoffice, abbaſſi in altezza col ſolo perquoterlo, di circa - - - - - $\frac{1}{5}$

Del peſo ſpecifico dell'acqua dei diverſi Pozzi delle Moje, quale ſu trovato il dì 2. Agoſto 1791. coll'Aerometro di *Beaumè*.

Pozzo di.....	San Ottaviano	25 $\frac{1}{2}$
	San Giuſto	25
	San Lino	23
	Santa Maria	20
	San Giovanni	17 $\frac{1}{4}$

Della quantità del Sale effettivo, che ſi trovò il dì 2. Agoſto nella Saletta fabbricata alle ſeguenti epoche; cioè

Num. 1.	non più recente, che di Anni 17, e conſervato in luogo aſciuttiſſimo dei Magazzini Volterrani		14 $\frac{1}{2}$
Num. 2.	di Anni 4. Sal roſſo conſervato in un Magazzino notoriamente umido		13 $\frac{4}{5}$
Num. 3.	di Meſi 4. delle Moje di San Giovanni, e San Lorenzo		13 $\frac{7}{8}$
Num. 4.	di Giorni 5. delle Moje nuove, e ſtato nella reſpettiva Stuſa		13 $\frac{1}{4}$
Num. 5.	di Giorni 4. di San Lorenzo		13 $\frac{1}{2}$
Num. 6.	di Ore 24 di San Giovanni		12 $\frac{7}{10}$
Num. 7.		di San Lorenzo	13
Num. 8.	di Ore 1 $\frac{1}{2}$	di San Giovanni	12 $\frac{1}{2}$
Num. 9.		dei Nuovi Edifizj	12

N. B. E da oſſervarſi, che molto anguſta è la ſcala delle differenze nella maggior quantità di effettivo Sale, o ſia nella maggiore abbondanza di umido, che eſiſte in una data maſſa di Saletta, quantunque fabbricata in epoche molto diſtanti, come ſono un ora, e mezza da 17. Anni, e più non eſtendendoſi, che da Gradi 12. a Gradi 14 $\frac{1}{2}$. Deve dunque apprenderſi per notabile la differenza di un mezzo Grado trà il Sale recentemente fabbricato ai nuovi Edifizi, e quello delle Moje di San Giovanni; ed ancor più quella del Sale di San Lorenzo, che è di un Grado intero più aſciutto, quantunque riconoſca un Epoca medeſima di fabbricazione. Un grado più dì umido importa ſette libbre di Acqua per ogni cento libbre di Sale: vale a dire, che ſe ſi prende per aſciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lorenzo di Num. 7. conterrà libbre 10 $\frac{1}{2}$ per cento d'Acqua, e quello de i Nuovi Edifizi ne conterrà un numero di libbre 17. $\frac{1}{2}$.

e Preliminari. IIII. *pag.* 78

		Altezza dell' acqua eſpoſta all' evaporazioni.	Altezza dell' acqua evaporata.				
	za . .	Soldi.	Altezza prima	ltezza conda	Altezza terza	Altezza quarta	Altezza media.
	, e i.		Soldi, e denari.	oldi, e enari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.
I Fuoco diret		C: 6	=: 6	=: 7	=: 6	=: 5	=: 5
II. Fuoco a river Caldaja ſ		6	=: 10				
III. Fuoco a river Caldaja ſopra,		Caldaja ſuperiore. 6 Caldaja inferiore 3	1: = —				
IIII Fuoco a river Caldaja inferio do Ardui							
V. Fuoco diretto a Caldaja		Corriſponde a C: 8	—				
VI.							

Tavola di Eſperienze Preliminari

Tav. IIII. *pag.* 78

	Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.				
	Soldi, e Denari.	Altezza prima Soldi, e denari.	Altezza ſeconda Soldi, e denari.	Altezza terza Soldi, e denari.	Altezza quarta Soldi, e denari.	Altezza media. Soldi, e denari.	Soldi.	Altezza prima Soldi, e denari.	Altezza ſeconda Soldi, e denari.	Altezza terza Soldi, e denari.	Altezza quarta Soldi, e denari.	Altezza media. Soldi, e denari.	Soldi.	Altezza prima Soldi, e denari.	Altezza ſeconda Soldi, e denari.	Altezza terza Soldi, e denari.	Altezza quarta. Soldi, e denari.	Altezza media. Soldi, e denari.	Soldi.	Altezza prima Soldi, e denari.	Altezza ſeconda Soldi, e denari.	Altezza terza Soldi, e denari.	Altezza quarta Soldi, e denari.	Altezza media. Soldi, e denari.
I Fuoco diretto.	A: 2: =	1 : 4	1 : 8	1 : 7	1 : 5	1 : 6	B: 3	=: 10	1 : 6	1 : 4	1: 2	1 : 2	C: 6	=: 6	1 : =	=: 10	=: 8	=: 9	9	=: 3	=: 7	=: 6	=: 5	=: 5
II. Fuoco a riverbero con Caldaja ſopra.	2: =	1 : 7	1 : 1	=: 10	1 : =	1 : 1	3	1 : 10	1 : =	=: 11	1 =	1 : 2	6	=: 10	=: 4	=: 3	=: 4	=: 5						
III. *Fuoco* a riverbero con Caldaja ſopra, e ſotto.	Caldaja ſuperiore 2 : =	1 : =	=: 4	=: 8	=: 9	=: 8	3	1 : 6	=: 8	=: 4	=: 8	=: 9	Caldaja ſuperiore. 6	1 : =	=: 4	=: 4	=: 4	=: 6						
	Caldaja inferiore 2 : =	—	—	—	—	=: 8	3	—	—	—	—	—	Caldaja inferiore 3	—	—	—	—	=: 7						
							Con acqua ſalata a 25 gradi. 3	1 : 1	=: 7	=: 7	=: 10	=: 9												
IIII. Fuoco a riverbero con Caldaja inferiore ſecondo Arduino.	Forno caldo. 2 : =	—	—	—	—	1 : =	3	—	—	—	—	1 : =												
V. Fuoco diretto con $\frac{1}{4}$ di Caldaja.	Corriſponde ad A: 2: 8	Si aſciugò affatto. —	—	—	—	2 : 8	Corriſponde a B: 4	—	1 : 7	2 : 1	2 : 1	1 : 11	Corriſponde a C: 8	—	1 : 2	1 : 9	1 : 9	1 : 6						
VI. Fuoco diretto con $\frac{1}{2}$ Caldaja.	Corriſponde ad A: 4	—	—	1 : 7	2 : 2	1 : 10	Corriſponde ad B: 6	—	—	1 : 7	2 : 4	1 : 11												
VII. *Fuoco diretto* con $\frac{1}{4}$ di Caldaja.	Corriſponde ad A : 8	—	—	—	3 : =	3 : =																		

Tav: I.

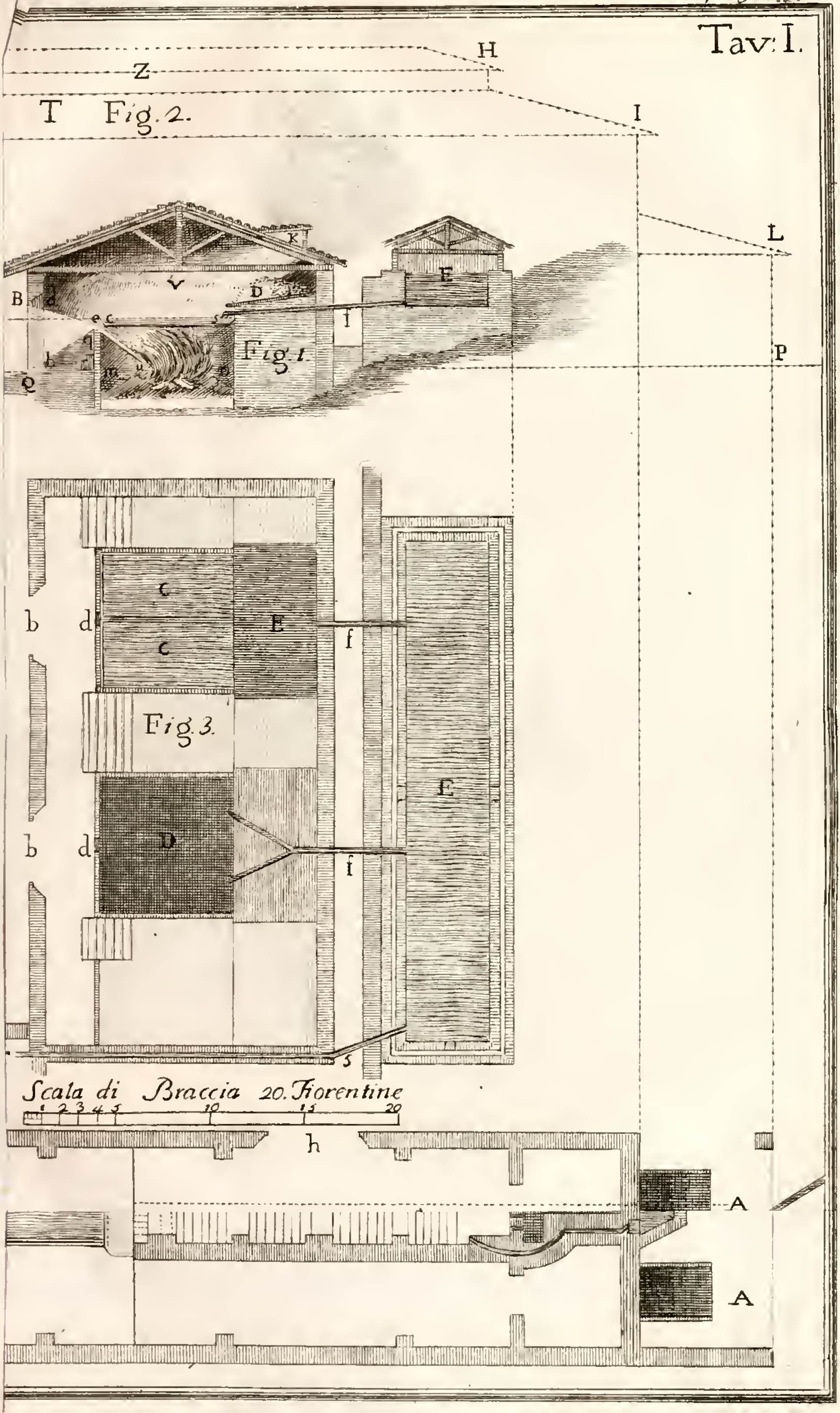


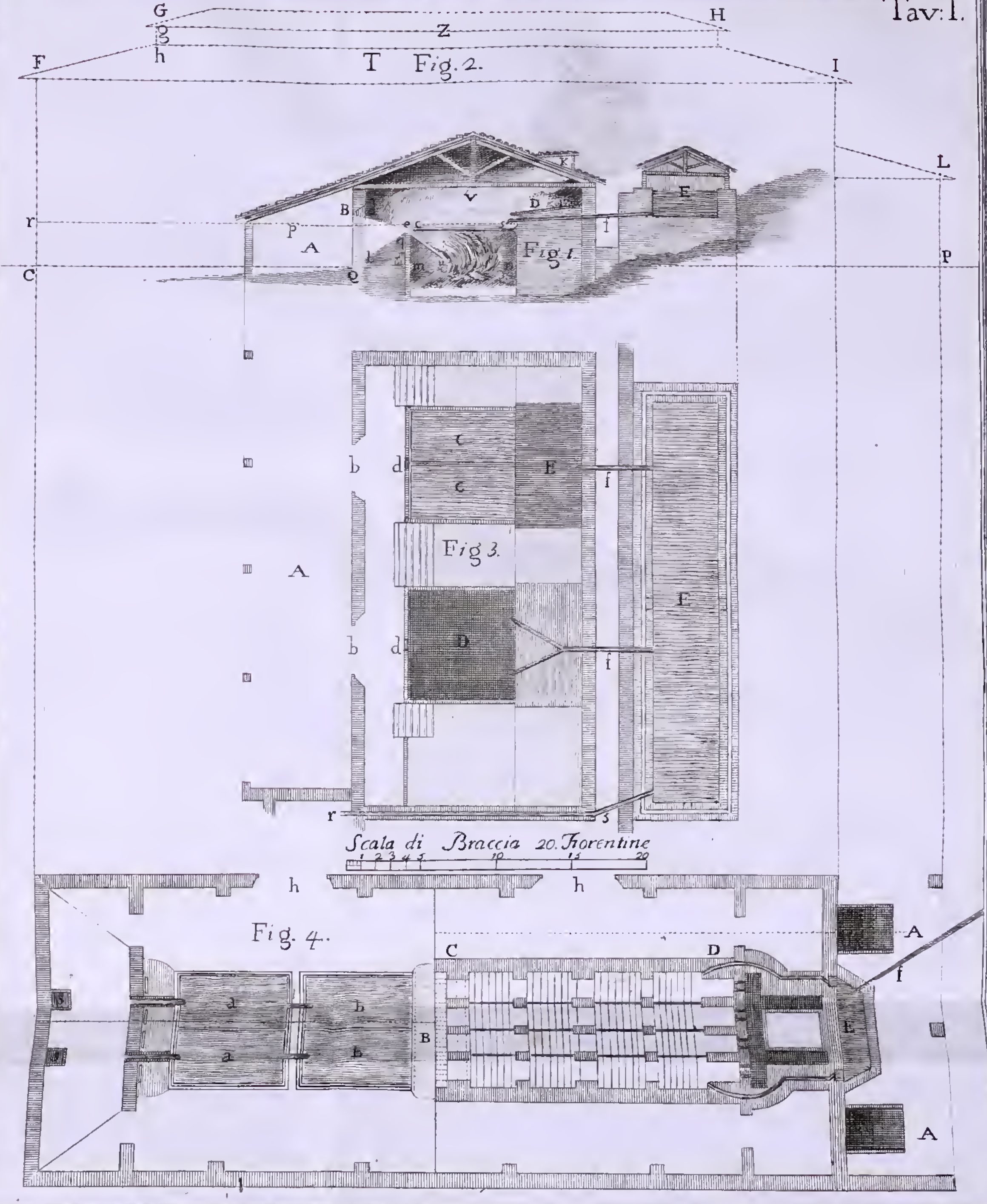
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

T
Z
H
I
L
P
K
V
B
D
d
e
c
s
f
E
b
q
m
u
o
Q
C
h
A
A
Scala di Braccia 20. Fiorentine
1 2 3 4 5 10 15 20

Tav: I.


G
g
h
H
Z
F
T
Fig. 2.
I
L
r
C
P
K
V
B
D
E
p
e c
A
f
q
l
m
n
Fig. 1.
b
d
c
c
E
f
A
Fig. 3.
D
f
E
r
s
Scala di Braccia 20. Fiorentine
1 2 3 4 5 10 15 20
h
h
Fig. 4.
C
D
A
f
a
a
b
b
B
E
A

SAGGIO

INTORNO ALLA RETTIFICAZIONE DELL' AREOMETRO, E A' DIFFERENTI SUOI USI

Del P. GIOVAMBATTISTA DA S. MARTINO.

IL determinare con preciſione il peſo, ed il volume de' liquori è uno de' più intereſſanti oggetti, che offrir ſi poſſa alla ponderazione de' Fiſici. Finchè l'uomo viſſe pago, e contento d'idee groſſolane, e confuſe; finchè perduto dietro a vane quiſtioni, paſceaſi unicamente di ſoffiſtiche ſottigliezze, atte ſoltanto ad avvilire la ſcienza, poco moſtravaſi curante di acquiſtar delle nozioni eſatte intorno all'eſſenza delle coſe, ed al mutuo rapporto degli eſſeri. Ma ora, che lo ſpirito di oſſervazione è divenuto abituale fra noi; ora che ſi procede in ogni coſa per via di eſatti confronti; che ſi ſerba da per tutto il rigore del metodo; ora, che ſeguendo le traccie della Natura, s'avanza il Filoſofo a gran paſſi nella carriera delle utili cognizioni, non dovea più traſcurarſi un oggetto, che atteſi i ſuoi rapporti, può divenire della maſſima importanza nell'incremento delle ſcienze, nell' eſercizio delle arti, nella pratica del commercio, e generalmente in tutti gli uſi della vita civile. Fra i molti mezzi, onde ſtabilire ſenza equivoco il peſo relativo de' corpi, che ſi trovano in iſtato di liquore, il più adattato all'intelligenza comune ſarebbe l'Areometro, oſſia, Peſa-liquori, come lo ſteſſo ſuo nome ce l'indica; ma deſſo è tuttavia lontano dal poterſi meritare quel grado di fiducia, che eſige lo ſtato attuale delle noſtre cognizioni. Tutti i Fiſici hanno conoſciuta la neceſſità di perfezionare queſto ſtrumento; ma i loro sforzi non corriſpoſero ſempre al loro zelo. Tra il numero ben grande degli Areometri, che vengono coſtruiti alla giornata, e che girano in vendita per le noſtre contrade, è difficile trovarne uno, che atto ſia ad appagare le noſtre mire: offrono eſſi una graduazione del tutto arbitraria; parlano un linguaggio, che non è punto inteſo; nè ſono paragonabili l'uno all'altro; ſenza la qual condizione l'iſtrumento è mancante d'uno de' più eſſenziali requiſiti. Quello del Sig. *Baumè* coſtruito pe' ſali, ed annunziato nella Parte V. de' ſuoi *Elementi di Farmacia*, ha tutto il merito; ma atteſi i principj della ſua graduazione eſſo non ſerve, che per una ſola ſpecie di ſale. Quello eſeguito dal medeſimo Autore pe' liquori ſpiritoſi, non indica le proporzioni dell'acqua, e dello ſpirito, che ſi trovano entro al meſcuglio. Varj altri Areometri inventati in ſeguito ſono riuſciti anche comparabili; ma la loro coſtruzione è talmente complicata, che non eſſendo poſſibile affidarli tra le mani delle perſone ordinarie, rimangono per lo più condannati a non dover giammai ſortire dal Gabinetto de' Fiſici.

In rifleſſo a tali coſe mi crederò lecito di azzardare un nuovo paſſo intorno a queſta parte di Fiſica, che ha per oggetto la *liquidometria*; cercherò di rettificare un iſtrumento, che può portare dei deciſi vantaggi, ed il pubblico illuminato ſarà in grado di decidere dell'eſito delle mie intenzioni. Lo ſcopo, che mi propongo, è di ſuggerire un Areometro *univerſale*, onde abbia a ſervire per tutti i liquori; *adattato all' intelligenza di tutti*, ed il cui maneggio rieſca facile ad ogni claſſe di perſone, ed in fine *comparabile* in guiſa, che tutti quelli, che ſaranno coſtruiti ſecondo i principj, che andrò diviſando, ſieno ſempre conſentanei a ſe ſteſſi, ed immerſi nello ſteſſo fluido, indichino coſtantemente lo ſteſſo grado. Se ciò addivenga, poche ſaranno le ſcienze, le manifatture, le arti, cui non occorra fare uſo frequente di queſta comoda Macchinetta. La Fiſica ſpecialmente, la Farmacia, la Chimica, la Tintoria, le Drogherie, le Fabbriche de' zuccheri, de' ſali, de' ſaponi, de' nitri, e molte altre di ſimil genere, non ne dovranno fare a meno: le Famiglie ſteſſe particolari avranno, onde conoſcere il peſo ſpecifico delle acque delle decozioni, de' moſti, de' vini, e di altrettali liquori, che poſſono occorrere o per capo di commercio, o per altri uſi domeſtici. Per dare un certo ordine alle mie idee, comincierò dall'eſporre la coſtruzione più acconcia, ed opportuna dell'Areometro; inſegnerò

gnerò la maniera di graduarlo in guiſa, che ſia comparabile, e ſerva per tutti gli uſi; parlerò in ſeguito del peſo ſpecifico de' liquori, additando il modo di rilevarlo, e di riconoſcere altresì la proporzione, e la doſe delle ſoſtanze, che entrano nelle varie diſſoluzioni; eſaminerò in fine la cauſa, per cui i liquori acquiſtano maggior volume, preſcriverò il metodo di determinare il loro aumento col mezzo dell' Areometro, e vedrà ognuno quali utili conſeguenze ſe ne poſſano ricavare dall' eſpoſizione di queſti oggetti.

ARTICOLO I.

Della coſtruzione dell' Areometro.

Tutta la teoria dell' Areometro ſta appoggiata al ſeguente principio: *Un corpo ſolido men peſante d'un egual volume di fluido, nel quale è immerſo, galleggia in parte; ed il volume del fluido uguale alla parte di eſſo immerſa, peſa come tutto il ſolido.* Quindi immerſo un galleggiante ſucceſſivamente in diverſi liquori, il peſo ſpecifico di eſſi ſarà in ragione inverſa del ſuo affondamento, e la parte di eſſo, che rimane a galla indicherà la differenza del loro peſo. Quantunque però la figura, la grandezza, la forma di queſto corpo galleggiante non alterino per nulla la indicata legge univerſale; pure per rendere più ſenſibile il grado del ſuo affondamento, e quindi per rilevare con più preciſione il peſo ſpecifico de' differenti liquori, ſi è cercato di dare all' Areometro una coſtruzione, che foſſe conducente a queſto fine; e quella che verrò ora ſoggiungendo, in ſeguito alle moltiplici prove, e ai varj confronti, che ne feci, mi è ſembrata degna di tutta la preferenza.

La fig. *A* della Tavola poſta alla fine di queſto Saggio rappreſenta un vaſe cilindrico di rame, di ottone, di ſtagno, o di qualſivoglia altro metallo, il quale deve eſſere internamente intonacato d'una buona vernice a olio, per impedire l'azione corrodente de' liquori acidi ſopra i metalli. L'altezza del detto vaſe potrà eſſere di otto pollici in circa del piede di Parigi, e del diametro di due pollici. Due linee al di ſotto dell' orlo ſuperiore s' inſeriſca il tubetto *L*, che pieghi dolcemente allo'ngiù, il quale dovrà ſervire per dare ſcolo al liquore ſuperfluo, allorchè ſe ne ſarà riempiuto il vaſe, ad oggetto di mantenere la ſuperficie de' liquori ad un livello ſempre uniforme. Lungo l'altezza del vaſe vi ſi annette il tubo *B* del diametro di dieci linee per un di preſſo, ed al lato, ove ſta unito al vaſe, vi ſi praticano alquanti fori *aaaa*, affinchè il fluido verſato nel vaſe *A*, ſe ne paſſi liberamente entro al tubo *B*. Serve queſto tubo per immergervi la palla del Termometro *GH* fatto a mercurio, e graduato ſecondo la diviſione di *Reaumur*: di maniera che ſtando la palla *H* immerſa entro al fluido, la tabella *G* ſe ne rimane al di ſopra, ove ſi oſſervano i gradi.

La fig. *DEF* rappreſenta un galleggiante, che forma la parte più eſſenziale dell'iſtrumento; anzi quella, cui più propriamente conviene il titolo di Areometro, il quale immergendoſi entro al fluido contenuto nel vaſe *A*, col ſuo maggiore, o minore affondamento, per mezzo de' gradi notati lungo il ſuo cannello dimoſtra il peſo ſpecifico del fluido ſteſſo. Si forma queſto galleggiante del medeſimo metallo, ond'è formato il vaſe, ma di una lamina alquanto più ſottile, affinchè rieſca più leggiero, e s'intonaca all'eſterno con uno ſtrato di vernice. Molti preferiſcono il galleggiante di vetro, per la ragione che il metallo è più ſuſcettibile di variazione per le alternative del caldo, e del freddo. Ma oltr'a che il vetro è aſſai più fragile; queſta obbiezione ſvaniſce del tutto, ſubito che ſi abbia a ſcandagliare il liquore ſempre a un determinato grado di calore, come vedremo in appreſſo. La forma del galleggiante indicata dalla figura ſembra eſſere la più conveniente. Il cannello *D* ſia della lunghezza di cinque pollici, ed otto linee, ed il ſuo diametro di due linee, e tre quarti, avvertendo, che in tutta la ſua lunghezza ſerbi lo ſteſſo diametro preciſamente, il che è coſa affatto eſſenziale. La cipolla *E* abbia venti linee di diametro orizzontale, e linee otto di diametro verticale. La sfera *F* non ecceda le otto linee di diametro, ed il collo, che uniſce la sfera alla cipolla, ſia della lunghezza di tre linee. Entro alla sfera *F* ſi fa entrare una data porzione di pallini da ſchioppo, i quali fanno l'ufficio di ſavorra per tenere il galleggiante diritto verticalmente, quando ſta immerſo nel fluido, e per ſare, che ſi affondi ſino a quel dato punto, che meglio converrà. Si verſano queſti pallini per l'eſtremità ſuperiore del cannello aperta, la quale poi ſi chiude con ſughero, o con cera ſpagna.

La maggiore, o minore ſenſibilità dell' iſtrumento dipende interamente dalla proporzione tra la capacità del cannello, e la capacità del corpo del galleggiante; di maniera che quanto più grande ſarà la capacità del ſuo corpo in proporzione della capacità del ſuo cannello, tanto più ſenſibile ſarà l'iſtrumento, e più atto ad indicare le minime differenze; e quindi ſta ſempre in noſtro arbitrio il renderlo ſenſibile quanto a noi piace. Tutta l'avvertenza conſiſte nel far sì, che la capacità del corpo del galleggiante ſia tante migliaja di volte maggiore della capacità, che porta l'eſtenſione di un grado del cannello, quante milleſime parti di peſo ſi vuole, che ſieno indicate dalla differenza di un grado. Io tengo un'Areometro, ogni grado del quale indica la differenza di $\frac{1}{10000}$ di peſo, perchè la capacità del corpo del galleggiante ſta alla capacità di un grado del cannello, come diecimila ad uno. Di tali Areometri ſenſibiliſſimi ottima coſa ſarà, che ogni Fiſico ne ſia proveduto per rilevare col mezzo di eſſi le più minute differenze fra alcuni liquori, che poco differiſcono fra loro nella gravità. Ma dovendo io proporre un iſtrumento da eſſere adoperato da chiunque, ed acconcio a tutti gli uſi della vita ſociale, era coſa neceſſaria, che aveſſe a portare un ſufficiente numero di gradi, e che allo ſteſſo tempo il ſuo cannello non foſſe talmente lungo da recare imbarazzo nel ſuo maneggio, o che difficilmente ſe ne rimaneſſe diritto verticalmente, quando ſta immerſo nel fluido. Per le quali coſe ſtando alle dimenſioni più ſopra deſcritte, la capacità del corpo del galleggiante, computando inſieme la sfera *F*, e la cipolla *E* ſarà per un di preſſo di duemila linee cubiche; ed il cannello eſſendo della lunghezza di pollici cinque, ed otto linee, e del diametro di due linee, e tre quarti porterà comodamente cento gradi, ognun de' quali ſarà della capacità di linee quattro in circa. Quindi la capacità di tutto il corpo del galleggiante ſarà alla capacità di ciaſcun grado del cannello, come $4 : 2000 = 2 : 1000$, e per conſeguenza ogni grado porterà il divario di due milleſimi di peſo; il che ſerve a conciliare inſieme un baſtante numero di gradi con una ſenſibilità, ch'è al di là delle ordinarie in queſto genere di ſtrumenti.

La regola *CC* poſta orizzontalmente ſopra l'orlo del vaſe *A*, è una placca formata dello ſteſſo metallo, onde ſono coſtruiti gli altri pezzi; deve eſſere conſiſtente, bene appianata, e della larghezza di un pollice in circa. Conviene altresì che ſia amovibile per poterſi levare, e riporre, conforme al biſogno, e con le due eſtremità rivolte all'ingiù per poterſi incaſſare alle pareti eſterne del vaſo. Il foro *I* in mezzo alla placca ſia del diametro di ſei in otto linee, pel quale poſſa liberamente alzarſi, ed abbaſſarſi il cannello del galleggiante, quando ſta immerſo nel liquore. Serve queſta placca per oſſervare al livello di eſſa i gradi dell'affondamento dell'Areometro notati lungo il cannello *D*. Comunemente vengono oſſervati i detti gradi alla ſuperficie del liquore: io preferiſco di oſſervarli orizzontalmente al livello della placca; sì perchè ſi diſtingue meglio un oggetto poſto in linea orizzontale, di quel che ſia guardandolo dall'alto al baſſo; sì perchè ſi viene a ſcanſare l'errore, che può naſcere dall'aſcendimento del fluido poſto in contatto col cannello; sì finalmente ancóra perchè reſtiamo garantiti dall'illuſione, che fanno i raggi della luce rifrangendoſi nel fluido. La pratica ſervirà di conferma a quanto vengo dall'annunziare; ed ognuno vedrà in effetto quanto ſieno utili, e vantaggioſe queſte cautele.

ARTICOLO II.

Della graduazione dell' Areometro.

Coſtruito l'Areometro ſecondo le avvertenze ſopra indicate, dobbiamo cercar la maniera di graduarlo in guiſa, che debba riuſcire comparabile, col marcare in eſſo due termini fiſſi, ed invariabili. La proporzione ſopra riferita da ricercarſi fra la capacità del corpo del galleggiante, e quella del ſuo cannello non può mai adempiere queſto oggetto; ella ſerve unicamente per ottenere ad un di preſſo quella ſenſibilità, che ſi deſidera nell'iſtrumento, non mai la neceſſaria eſattezza delle ſue indicazioni. Per fiſſare dunque queſti due termini conviene traſcegliere due liquori o naturali, o artefatti, che abbiano i ſeguenti requiſiti. 1. Che ſieno facili ad ottenerſi in ogni circoſtanza di luogo, e di tempo; 2. che il loro peſo ſpecifico ſia ſempre coſtante; 3. che la gravità dell'uno ſia notabilmente diverſa da quella dell'altro. Pel primo di queſti due termini comunemente vien traſcelta l'acqua diſtillata; ma affinchè ſia atta a compiere meglio queſto oggetto, io ho l'avvertenza primieramente che ſia diſtillata a lento fuoco, dacchè una diſtillazione impetuoſa, e furibonda non purga mai l'acqua tanto bene dalle parti eterogenee, quanto una diſtillazione placida, e moderata; ed in ſecondo luogo, che l'acqua ſia diſtillata di freſco, per la ragione che ſe ſi conſerva a lungo dopo la diſtillazione, ella aſſorbe di nuovo l'aria, di cui ſi era ſpogliata, e ſe le frammiſchiano altresì delle particelle ſtraniere ſpecialmente, ſe non ſi conſerva in vaſi bene otturati, il che tutto ſerve ad alterare, od almeno a render dubbioſo il ſuo peſo ſpecifico. Ridotta l'acqua a queſto ſtato di purezza, ſi comincia dal riporre il galleggiante entro il vaſe *A*, e così pure la placca *CC* ſopra gli orli dello ſteſſo vaſe, in maniera che il cannello *D* abbia ad aſcendere pel foro *I*. Indi ſi verſa l'acqua diſtillata entro al vaſe ſteſſo, finchè eſſa cominci ad uſcire pel tubetto *L*. Quando l'acqua ha finito di ſgocciolare, e la ſua ſuperficie ſi è fiſſata al livello conſueto, ſi oſſerva il ſegno, ove il cannello *D* interſecca la placca *CC*, ponendo l'occhio orizzontale, ed ivi nel cannello ſteſſo ſi fa un punto, e vi ſi nota zero.

Trovato il primo termine con l'acqua diſtillata, altri per avere il ſecondo termine fiſſo, in luogo di rintracciarlo col mezzo di un altro liquore, coſtumano di caricare l'iſtrumento d'un peſo noto, onde ſi affondi convenientemente entro l'acqua ſteſſa; dividendo poſcia l'intervallo in tanti gradi, che ſieno corriſpondenti ad altrettante parti aliquote del peſo aggiunto. Ma non richiedeſi, che un ſolo momento di rifleſſione per vedere, che queſto metodo è difettoſiſſimo. Imperciocchè la medeſima quantità di peſo farà diſcendere talora più, e talora meno i galleggianti a miſura della loro minore, o maggior mole; mentre ſe un galleggiante della capacità di 3000 linee diſcenderà uno ſpazio uguale a 12 un altro galleggiante della capacità di linee 2000 diſcenderà, con lo ſteſſo peſo, uno ſpazio uguale a 18; nè quindi gli Areometri ſaranno più comparabili. In viſta di queſto difetto, il Sig. *Baumè* ſiegue un'altra via per conſeguire il ſecondo termine fiſſo. Prepara egli un meſcuglio con 85 oncie di acqua, a 15 oncie di ſal marino, e fatta la diſſoluzione, v'immerge l'Areometro, ſegnando il luogo del ſuo affondamento, e dividendo lo ſpazio tra il primo, ed il ſecondo termine in 15 parti uguali, che ſono altrettanti gradi. Queſta regola è giuſta, e l'Areometro graduato ſecondo queſti principj, trattandoſi delle diſſoluzioni di ſal marino, ſarà comparabile. Ma la comparazione diviene toſto difettoſa, e fallace, ove ſi tratti di altre diſſoluzioni, fuori di quelle del ſal marino. In fatti ſe noi immergeremo l'Areometro del Sig. *Baumè* entro una diſſoluzione di 85 oncie di acqua, e quindici oncie di zucchero; ſiccome lo zucchero peſa meno del ſal marino, così l'Areometro non indicherà più 15 gradi, ma tanti meno, quanto il peſo dello zucchero è minore di quello del ſal marino. Per l'oppoſto entro una diſſoluzione di 85 oncie di acqua, e 15 oncie di nitro, eſſo marcherà più di gradi 15, a proporzione che il peſo del nitro ſupera quello del ſal comune. Sicchè ſtando a queſta graduazione converrebbe avere altrettanti Areometri, quante ſono le diſſoluzioni, o i liquori differenti, che occorrono di eſaminare.

Per toglierci da tutti queſti imbarazzi, e per graduare l'Areometro d'una maniera, che abbia a ſervire generalmente per qualunque ſorta di liquori, io pratico un nuovo metodo per determinare il ſecondo termine fiſſo, il quale conſiſte nel fare una meſcolanza di acqua, e di zucchero, ſenza punto badare alla quantità di queſti due ingredienti, ma col ſolo rifleſſo, che fatta la diſſoluzione, eſſa abbia a peſare 60. milleſimi più dell'acqua diſtillata; per la quale operazione trovai acconcia la bilancia idroſtatica. Preſi dunque una caraffa di vetro, caricata internamente di un dato peſo, ed ermeticamente chiuſa al di ſopra, la quale peſata all'aria era preciſamente di grani 4760 Soſpeſa indi queſta caraffa ad un crine, la peſai entro all'acqua recentemente diſtillata, e venne a perdere grani 3230. del ſuo peſo primiero; la qual perdita di peſo, come ognun ſa, indica appunto il peſo di un volume di acqua eguale a quello della caraffa. Ora volendomi procurare una diſſoluzione di acqua, e di zucchero, il cui peſo foſſe a quello dell'acqua pura come 1060 a 1000, meſcolai inſieme a tal doſe queſte due ſoſtanze, che immerſavi poſcia la ſteſſa caraffa, eſſa vi perdette grani $3423\frac{8}{10}$. Sicchè tale appunto eſſendo il peſo della diſſoluzione, ottenni la ricercata proporzione tra il peſo ſuo, e quello dell'acqua diſtillata; imperocchè come 1060 a 1000; così 3230 a $3423\frac{8}{10}$. Succede però il più delle volte di non giungere di primo colpo a formare un meſcuglio, che ſia preciſamente di queſto peſo; e quì conviene armarſi di un po' di ſofferenza, allungando, o addenſando il meſcuglio coll'aggiungere acqua, oppure zucchero, conforme al biſogno, finchè arrivi la meſcolanza al preciſo indicato peſo. Ottenuto queſto, ſi riempie della diſſoluzione il vaſe *A*, ed ove il cannello taglia la placca *CC*, ivi ſi nota l'altro punto, dividendo lo ſpazio compreſo fra i due termini in 30. gradi, ognun de' quali indicherà la differenza di due milleſimi di peſo. Si progrediſce con la ſteſſa diviſione anche al di ſotto dei gradi 30, fino alla baſe del cannello, e così pure, ſe ſi vuole, anche al di ſopra dello zero. I gradi, che ſono al di ſotto dello zero ſervono pe' fluidi, che ſono più peſanti dell'acqua, ed indicano de' milleſimi da doverſi aggiungere; quelli poi, che ſono al di ſopra, ſervono pe' fluidi più leggieri dell'acqua ſteſſa, e indicano de' milleſimi, che devono eſſer ſottratti.

Il ſecondo termine ottenuto, mediante l'infuſione dello zucchero, e dell'acqua diſtillata è egualmente coſtante, quanto il primo. Un liquore, che col meſcuglio di un altra ſoſtanza ſpecificamente più grave, è divenuto $\frac{60}{1000}$ più peſante dell'acqua ſteſſa, ei ſarà coſtantemente tale, quando non ſi commetta errore nello ſcandaglio. Conviene non per tanto ſervirſi del meſcuglio, toſto fatta l'infuſione. Se queſto ſi conſervaſſe a lungo per farne uſo molto tempo appreſſo, egli è certo, che una porzione dell'acqua verrebbe a ſvaporare, il compoſto diverrebbe quindi ſpecificamente più grave, nè ſomminiſtrerebbe più lo ſteſſo termine di prima. Un Areometro graduato a queſta foggia diviene acconcio per tutte le ſorte de' liquori: qualunque ſia la diſſoluzione, formata con qualſivoglia ſpecie di ſale, o di altra ſoſtanza diſſolubile, indicherà ſempre eſſere il peſo di eſſa differente da quello dell'acqua pura di tanti milleſimi, quanti ſaranno i gradi raddoppiati, che verranno indicati; di maniera che due gradi indicheranno la differenza di quattro milleſimi, tre gradi quella di ſei milleſimi, ec. Dal fin quì detto è facile il conoſcere che l'uſo dello zuccherò nel comporre la detta meſcolanza è affatto arbitrario. Purchè la diſſoluzione giunga a peſare 60 milleſimi più dell'acqua pura, qualunque altra ſoſtanza, che vi ſia diſciolta, può egualmente ſervire. Anzi non è neppure neceſſario di ridurre il meſcuglio al peſo di 60 milleſimi; eſſo può eſſer ridotto al peſo di 80, 90, 100 milleſimi di più, o quanti meglio piace: baſta in allora dicidere lo ſpazio compreſo fra i due termini in tanti gradi, che ſieno la metà de' milleſimi accreſciuti.

Fin qui ho ſuppoſto, che i due termini deſcritti, i quali ſervono di fondamento, e di baſe alla graduazione dell' Areometro, ſieno fiſſi, ed invariabili, perchè ottenuti con de' liquori, che poſſono eſſer ridotti ad un peſo ſempre coſtante; ma ho ſuppoſto altresì, che i detti termini debbano eſſer preſi, allorchè i due fluidi ſi trovano ridotti allo ſteſſo grado di temperatura. Si ſa, e noi il vedremo più chiaramente in appreſſo, che la cauſa del calore dilata tutti i corpi, e ſpecialmente i fluidi, i quali ſenza variar di peſo, aumentano di volume; e quel che più rimonta l'accreſcimento del loro volume non è proporzionale alla cauſa, che li dilata, nè la dilatazione di un fluido è uguale a quella degli altri. Quindi la neceſſità di dover fiſſare i due termini per la graduazione dell' Areometro ſempre a un determinato grado di temperatura, col debito altresì di ridurre allo ſteſſo grado tutti i liquori, che ſi vorranno ſcandagliare in appreſſo. Queſto grado di temperatura da principio è arbitrario,

rio, ed ognuno può fiſſarlo a ſuo genio; ma ſtabilito che ſieſi una volta, convien mantenerlo coſtantemente, quando ſi voglia procedere con la dovuta eſatezza. Molti prendono la temperatura del ghiaccio, altri quella de' gradi 15, ed altri de' gradi 20 ſopra lo zero di *Reaumur*: io ho traſcelta la temperatura de' gradi dieci, come quella, ch' è più facile a ottenerſi in tutte le ſtagioni; e perchè ſotto a queſto grado ſi trovano calcolate quaſi tutte le Tavole delle gravità ſpecifiche, e quindi ſembra eſſere il più generalmente abbracciato. A tale oggetto sì nel graduar l' Areometro, come pure nel ſervirſene, dappoichè ſarà coſtruito, converrà ſempre immergere la palla del Termometro entro al tubo *B*, nè oſſervare il grado di affondamento del galleggiante, ſe prima il liquore non ſieſi ſtabilito alla temperatura di gradi dieci.

Siccome l' Areometro, che vengo ora dal deſcrivere, deve eſſere di un uſo univerſale, e ſervire per qualunque ſorta di liquori più leggieri, e più peſanti dell' acqua, perciò converrebbe, che il cannello portaſſe per lo meno dugento gradi, cioè, più di cento al di ſotto dello zero pe' fluidi più gravi dell' acqua, e novanta in circa al di ſopra, pe' liquori, che hanno una minore ſpecifica gravità; il che riuſcirebbe di molto imbarazzo, nè poſta una tale lunghezza, ſarebbe facile il mantenerlo verticale, quando ſta immerſo ne' fluidi. Per evitare queſto inconveniente, molti in vece di graduare il cannello dell' Areometro, come abbiam ſuggerito, coſtumano di coſtruirvi al di ſopra un piccolo baccino, ove riporre, aggiungere, o levare quella quantità di peſi, che ſi richiede per fare, che il galleggiante s' immerga in tutti i fluidi ſempre ad un determinato punto. Ma oltre alla difficoltà di ottenere una ſerie di piccoli peſi a perſetta uguaglianza; oltre al non poter ſervire i detti peſi, ſe non per quel dato Areometro, ſopra il quale furono ſtati calibrati; non è sì facile lo ſpiegare, quanto coſa faſtidioſa, ed incomoda ella ſia quel dover togliere, collocare, e rimettere queſti minuti peſi ſopra un galleggiante, che oſcilla ad ogni leggiero tocco, dovendo aſpettare, che ſi ponga in equilibrio ogni volta, che ſi è levato, o reſtituito uno di queſti peſi. Per togliere dunque l' obbietto della troppa lunghezza del cannello io ſuggeriſco due altri metodi, più facili, e meno imbarazzanti. Il primo è quello di farſi coſtruire due galleggianti; l'uno pe' fluidi più gravi dell'acqua, il quale tenga il punto dello zero in alto verſo l'eſtremità ſuperiore del cannello, e progrediſca con la ſerie de' gradi dal di ſopra in giù, come è appunto quello, che abbiamo finora deſcritto. L'altro poi, che dovrà ſervire pe' fluidi più leggieri dell'acqua, tenga lo zero verſo la baſe del cannello, ed aſcenda con la ſerie de' gradi dal di ſotto in ſu. Poſti queſti due galleggianti, non è punto neceſſario raddoppiare gli altri pezzi, che formano il corredo dell'iſtrumento. Per graduare queſto ſecondo galleggiante deſtinato pe' fluidi più leggieri dell'acqua, ſi opera cogli ſteſſi principj, onde ſi è graduato il primo. Notato il punto dell'acqua diſtillata verſo la baſe del cannello, ſi forma un miſto conveniente di acqua, e di ſpirito di vino, il quale peſi 60 milleſimi meno dell'acqua ſteſſa; ed immerſo il galleggiante entro a queſta meſcolanza, ſi ottiene il ſecondo punto, e ſi divide lo ſpazio fra i due termini in 30 gradi, progredendo con la ſteſſa diviſione fino all'eſtremità del cannello.

L'altro metodo, che io ſuggeriſco, è quello di ſervirſi di un ſolo galleggiante, tanto pe' fluidi più gravi, quanto per quelli, che ſono più leggieri dell'acqua; ma diſpoſto nella ſeguente forma. Si gradua prima il galleggiante, come ſe queſto doveſſe ſervire pe' ſoli fluidi più gravi, notando il punto dello zero all'eſtremità ſuperiore del cannello, e progredendo con la ſerie de' gradi all'ingiù verſo la baſe del cannello fino a' gradi 100. Ciò eſeguito, ſi eſtraggono dal galleggiante i pallini, che hanno ſervito di ſavorra, e ſi ripongono ben cuſtoditi entro uno ſcatolino per ſervirſene all'uopo, notandovi ſopra a ſcanſo d'ogni sbaglio: *ſavorra pe' liquori più gravi*. Allora ſi carica di nuovo il galleggiante di altri pallini, ma in tal minor quantità, e per tal modo, che entro l'acqua diſtillata ſi fermi preciſamente al punto, ove ſono notati i gradi 100 della prima diviſione, ed ivi dirimpetto all'altro lato ſi nota zero. Dopo queſto, non rimane a fare altro, che continuare queſta ſeconda ſerie aſcendente di numeri, notando gradi 5, ove nella prima ſerie ſono notati gradi 95; gradi 10, rimpetto a gradi 90; gradi 15, rimpetto a gradi 85, e così progredendo fino a gradi 100; ove nella prima ſerie è notato zero; come ſi vede eſpreſſo nella ſigura *DEF*. Ogni qual volta occorra di eſtrarre queſti pallini, che ſervono di ſavorra per la ſeconda graduazione, ſi ripongono eſſi pure entro un altro ſcatolino ſeparato, notandoſi ſopra: *ſavorra pe' liquori più leggieri*. In tal guiſa un ſolo galleggiante, col cambiarvi ſolo la ſavorra, può ſervire per tutti i liquori.

Rettificato in tal guiſa l'Areometro, e ridotto ad eſſer comparabile, univerſale, e di facile maneggio, noi ſiamo in grado di ritrarne i più deciſi vantaggi. Col mezzo di eſſo poſſiamo rilevare il peſo ſpecifico di tutti i liquori, conoſcere la proporzione, e la doſe delle ſoſtanze, che entrano nelle diſſoluzioni sì rapporto al loro peſo, che al loro volume, e determinare in fine l'aumento, che ſoffre il volume degli ſteſſi liquori; il che tutto verremo indicando ne' ſeguenti Articoli.

ARTICOLO III.

Del peſo ſpecifico de' liquori, e delle varie maniere di determinarlo.

Sotto a due differenti aſpetti noi poſſiamo riguardare il peſo di qualunque corpo; o come peſo aſſoluto, o come peſo relativo. Se ſi conſidera un corpo peſante in ſe ſteſſo, paragonandolo ſolo a diverſe ſue quantità più o meno grandi, il ſuo peſo ſi chiama allora *aſſoluto*, ed in tal caſo il peſo ſta in ragione del volume dello ſteſſo corpo; di modo che, ſe una parte di eſſo peſa quattro libbre, due parti peſeranno otto libbre, tre parti dodici libbre, ec. Ora queſto peſo aſſoluto ſi determina col mezzo della bilancia ordinaria, ch'è il migliore, ed anche l'unico mezzo, quando ſi voglia operare con eſattezza. Se poi ſi conſidera un corpo peſante tanto riguardo alla ſua maſſa, che riguardo allo ſpazio, che occupa, paragonandolo con altri corpi di egual volume, allora il ſuo peſo riguardato ſotto a queſto punto di viſta, ſi chiama peſo *relativo*, oſſia, peſo *ſpecifico*. Grandiſſima pertanto è la differenza, che incontraſi fra il peſo delle ſoſtanze, che eſiſtono in natura; e naſce queſta differenza dal non eſſervi corpo alcuno, il quale non ſia ſparſo d'una infinità di ſpazj vuoti per entro alle ſue parti, e dall'eſſere queſti ſpazi diverſi in cadauna ſoſtanza, in quanto al loro numero, forma, figura, ed ampiezza. Quindi agevolmente ſi comprende, perchè un corpo, il quale ſia meno poroſo, debba contenere maggior quantità di materia, e quindi avere maggior peſo ſpecifico di un altro corpo di egual volume, ma più abbondantemente ſparſo d'intertizj, e di vacui.

Limitandoſi ora alle ſole ſoſtanze, che ſi trovano in iſtato di liquore, poichè il loro peſo relativo può contribuire di molto a farci comprendere, almeno in parte, le loro proprietà; perciò i Fiſici ſi ſono ſempre occupati in rintracciare queſta ſpecifica loro differenza di peſo. Uno tra gli altri mezzi per conſeguir queſto fine, fu quello de' tubi comunicanti. Egli è certo, che ſe nelle braccia aperte di un tubo ricurvo, e rivolto con le braccia allo 'nsù ſi verſi un fluido omogeneo, per eſempio dell'acqua, queſta aſcenderà alla medeſima altezza in ciaſcuno de' rami, qualunque ſia la loro direzione, o la differenza del loro diametro, purchè uno di eſſi non ſia capillare. Ma ſe in ciaſcuno degl'indicati rami ſi verſino due fluidi di diverſa natura, e gravità, in maniera che la metà della curvatura ſia il termine diviſorio de' due fluidi; allora la loro altezza ſarà in ragione inverſa de' reſpettivi peſi. Sicchè ſe nell'uno de' lati s'infonda del mercurio, e nell'altro dell'acqua, eſſendo la gravità del mercurio quattordici volte maggiore di quella dell'acqua, perciò un pollice di mercurio farà equilibrio con quattordici pollici di acqua. Pure queſto metodo è ſoggetto a troppe alterazioni per eſſere ſeguito in pratica. Baſta ſolo riflettere, che ſi danno molti fluidi, che al ſolo contatto ſi meſcolano a vicenda, che varj altri fanno effervescenza, e che parecchj in fine non ſi diſtinguono per l'uniformità del colore, onde poterne fiſſare con preciſione il punto diviſorio alla metà della curvatura.

Per evitare gl'inconvenienti, che naſcono dal contatto de' differenti liquori, altri hanno penſato a un nuovo artificio. Conſiſte queſto in un ſimile tubo ricurvo, ma rivolto con le braccia all'ingiù, le quali vanno ad immergerſi entro a due recipienti pieni di liquori diverſi, nella curvatura ſuperiore del quale eſſendovi praticato un foro, ſi eſtrae da eſſo porzione dell' aria contenuta nelle braccia, mediante la macchina del vuoto, od in altra guiſa equivalente: ſicchè con queſto mezzo aſcendono i fluidi ne' loro reſpettivi rami a differente altezza in ragione inverſa alla loro denſità. Ma l' imbarazzo nel dover praticare tutte queſte operazioni, l' attrazione del vetro rapporto ad alcuni fluidi, la ſua ripulſione in riguardo ad alcuni altri, la difficoltà di determinare la vera altezza de' due liquori, ſono altrettante cauſe, per cui viene comunemente abbandonato anche queſto ſecondo metodo.

La Bilancia idroſtatica è una terza maniera, e molto propria per determinare il peſo ſpecifico de' corpi, della quale ne tralaſcio la deſcrizione per eſſere abbaſtanza nota. Io non intendo detrarre al merito reale di queſta eccellente macchinetta, la quale per tutti i riguardi merita la preferenza ſopra ogni altro mezzo. Dirò ſolo, che quanto è deſſa utile, e vantaggioſa preſſo alle perſone eſercitate; altrettanto potrebbe divenire fallace nelle mani del volgo; poichè richiede eſſa una certa tal quale ſperimentata abilità, e minuta eſattezza, di cui non è aſſolutamente capace, chi non ſi trova da lungo tempo eſercitato in queſto genere di ſcandagli.

Si rileva in fine il peſo ſpecifico de' liquori, col peſarli ſucceſſivamente entro un matraccio, riempiendolo fino ad un marcato punto del ſuo collo. Eſſendo così uguale il volume de' liquori confrontati, è evidente, che i loro peſi indicheranno la differenza della loro gravità. Queſto metodo ha certamente il ſuo merito; ma troppe eſſendo le cautele, che ſi ricercano, per operare con eſatezza, perciò non è mai da ſperarſi, che poſſa comunemente venire abbracciato nella pratica. Sicchè confrontando inſieme tutti i mezzi indirizzati a rintracciare il peſo ſpecifico de' liquori, l'Areometro or ora rettificato ſembra dover eſſere il più opportuno, come quello, che alla eſattezza delle indicazioni uniſce tutta la ſemplicità del maneggio.

La maniera pratica per rilevare il peſo ſpecifico de' liquori col mezzo dell' Areometro, è la ſeguente. Si riempie il vaſe *A* del liquore, che ſi vuole eſaminare, vi s' immerge il galleggiante caricato della ſavorra più peſante, ſe il fluido è più grave dell' acqua; oppure dell'altra più leggiera, ſe il fluido è più leggiero. Si laſcia, che il fluido ſi ſtabiliſca al ſuo livello, laſciando che finiſca di sgocciollare dal tubetto *L*; ſi riduce il tutto alla temperatura di gradi 10, e ponendo l'occhio orizzontale alla placca *CC*, ſi oſſerva il grado dell'immerſione. Frattanto eſſendo il peſo ſpecifico dell'acqua diſtillata, come 1000, entro alla quale l'iſtrumento ſi ſtabiliſce al punto dello zero, ed indicando ogni grado dell'Areometro la differenza di due milleſimi di peſo, ſi conoſce toſto la differenza ſpecifica del fluido poſto all'eſame. Segni per eſempio il galleggiante, entro al Latte vaccino, gradi 16 ſotto allo zero: queſti indicano 32 milleſimi di maggior peſo; in guiſa che eſſendo il peſo dell'acqua, come 1000, il peſo di queſto Latte ſarà, come 1032. Con queſto ſteſſo metodo facendo uſo della graduazione ora aſcendente, ed ora diſcendente, ſecondo i varj liquori più leggieri, o più gravi dell'acqua, ho trovato eſſere il peſo ſpecifico di alcuni liquori, come nella ſeguente Tavola.

Tavola del peſo ſpecifico di alcuni liquori.

Latte vaccino	1032,00
Acqua marina del Porto di Venezia	1026,18
Aceto comune	1017,95
Urina d'uomo ſano	1006,81
Acqua di Recoaro	1005,26. (*a*)
Acqua di varj pozzi di Vicenza	1003,71
Acqua diſtillata	1000,00
Vino vicentino ordinario	999,32
Olio di uliva	916,38
Spirito di vino rettificatiſſimo	830,00

(*a*) Naſce un divario molto rimarcabile rapporto al peſo dell' acqua di Recoaro. Il Chiariſs. e celebre Sig. Cav. *Lorgna* nelle ſue *oſſervazioni fiſiche intorno all' Acqua Marziale di Recoaro*, *ſtampate* in Vicenza 1780. ha trovato eſſere il peſo dell' ac-

ARTICOLO IV.

Maniera di conoſcere il peſo ſpecifico de' ſali, e di altre materie ſtrittolate, che ſervono per le diſſoluzioni.

Quello che rende più pregievole l'uſo dell'Areometro, ſi è, che col mezzo di eſſo poſſiamo conoſcere la proporzione, e la quantità delle materie, che entrano in tutte le diſſoluzioni. Ora il fondamento primario per fare ſervire l'Areometro a queſto oggetto è quello di accertarſi prima del peſo ſpecifico sì del fluido diſſolvente, che della ſoſtanza diſſolubile. In quanto a' fluidi diſſolventi è facile conoſcerne il peſo ſpecifico, eſaminandoli nel loro ſtato ſemplice, prima di eſſere meſcolati nelle diſſoluzioni, ſecondo il metodo eſpoſto nel precedente Articolo. Maggiore è la difficoltà, che incontraſi, nel determinare il peſo delle ſoſtanze, che devono eſſere diſciolte. Imperciocchè per conoſcere il peſo ſpecifico di un corpo qualunque, è neceſſario, che ſia ridotto ad un volume determinato, e preciſo. Ora egli è difficiliſſimo lo ſtabilire il volume di certe ſoſtanze triturate, polverizzate, od infrante, che ſono appunto quelle, che più comunemente entrano nelle diſſoluzioni, come lo zucchero, le polveri, e ſali, ec. Di fatto, oltre a' meati, che ſono proprj a ciaſcun corpo, laſciano queſte ſoſtanze per entro alla loro maſſa una quantità di altri vacui caſuali, e fortuiti tra le particelle diſgiunte del loro aggregato; ſicchè a miſura, che ſono più, o meno calcate, e compreſſe, offrono ſotto un egual peſo un volume ſempre diverſo. Per conoſcere dunque il peſo relativo di tali materie ho ideata una maniera, che mi ſembra del tutto idonea, che non

---

qua di pioggia al peſo dell'acqua marziale di Recoaro, preſa alla ſua fonte, come $41\frac{1}{2}$ a 49, il che ſarebbe come 1000,00 a 1152,$94\frac{10}{85}$. Per l'oppoſto avendola io eſaminata per venti giorni di ſeguito in Vicenza tanto col mezzo dell'Areometro, che colla Bilancia idroſtatica, la ho trovata varia bensì ogni giorno di peſo; ma tutta la differenza fu tra 1003,71; e 1006,81. Sicchè dalle mie eſperienze riſulta, che il peſo medio dell'acqua di Recoaro traſportata in Vicenza, ch' è 24. miglia lontano dalla fonte, e ridotta alla temperatura di gradi 10. ſta al peſo dell'acqua diſtillata, come 1005,26, a 1000,00. Quale ſarà dunque la cagione di sì enorme diſparità?

trovo ſuggerita da altri, e che mi faccio un pregio di ſottoporre al giudizio dei dotti.

Feci una meſcolanza con 24. oncie di acqua pura, ed un'oncia di zucchero, ed immerſavi la caraffa della mia bilancia idroſtatica, la quale, come avvertii più ſopra, entro all'acqua pura perde 3230 grani, entro a queſta meſcolanza perdette grani 3294; e quindi a volumi eguali il peſo della detta diſſoluzione era al peſo dell'acqua pura, come 3294, a 3230. Ora egli è certo, che di queſto peſo totale 3294, una parte di eſſo appartiene allo zucchero, e 24 parti all' acqua; ſicchè il peſo dell' acqua dovette eſſere di grani 3162,24; ed il peſo dello zucchero di grani 131,76; ſecondo la ſeguente analogia 24:1::3162,24:131,76. Ciò conoſciuto, mi rimaneva ad indagare quale foſſe il volume occupato dai grani 3162,24 di acqua, e quale quello occupato dai grani 131,76 dello zucchero; il perchè procedetti al ſeguente calcolo. Se grani 3230 di acqua pura occupano l'intero volume ſcacciato dal corpo della caraffa, che dobbiamo conſiderare uguale a 1000; qual porzione di queſto ſteſſo volume occuperà il peſo di grani 3162,24 dell'acqua, che entra nella diſſoluzione? Fatto il computo, il quarto numero proporzionale è proſſimamente 979. Sicchè il volume occupato dall'acqua è come 979; ed il reſiduo, che rimane per arrivare all'intero volume 1000; ch'è 21, è appunto il volume occupato dallo zucchero. Se dunque un volume di zucchero uguale a 21 peſa grani 131,76, reſta ſolo ad indagare quanti grani peſerebbe un egual volume di acqua pura, il che facilmente ſi deduce da queſt'ultima analogia. Siccome un volume di acqua uguale a 1000 peſa grani 3230; così un volume di acqua uguale a 21 peſerà grani 67,83; e perciò a volumi eguali il peſo dello zucchero ſta al peſo dell'acqua, come 131,76 a 67,83; oſſia come 1942,50. a 1000,00; il che dovea ricercarſi.

Contuttociò per avere una prova più certa della eſattezza di queſto metodo volli riſcontrarne i riſultati per una via differente nel ſeguente modo. Traſcelſi un matraccio di collo notabilmente lungo, e quel che più importava, che in tutta la ſua lunghezza foſſe di un diametro perfettamenuguale. Riempj queſto matraccio di acqua diſtillata fino all'

altezza

altezza di alcune linee del ſuo collo, ove ſegnai un punto A. Verſai in appreſſo tre oncie di acqua ſimilmente diſtillata entro al matraccio ſteſſo, la quale riempiendo il rimanente del ſuo collo, venne ad occupare una capacità di 5750 linee cubiche. Ciò rimarcato, gittai ſuori le tre oncie di acqua, che aveva aggiunte, e ridotta l'acqua del matraccio al primiero punto A, v'infuſi allora tre oncie di zucchero, il quale diſciogliendoſi con tutta l'acqua del matraccio, ne fece aſcendere il livello ſopra il punto A, che miſurandone la diſtanza la trovai della capacità di 2960 linee cubiche. Da ciò ne riſulta, che eſſendo i peſi inverſamente, come i volumi; ſe a peſi uguali, il volume dell'acqua fu al volume dello zucchero, come 5750 a 2960; così a volumi uguali, il peſo dell'acqua deve eſſere al peſo dello zucchero come 2960 a 5750, oſſia proſſimamente come 1000, 00 a 1942, 50, come riſultò dal primo metodo, da una piccoliſſima differenza in fuori. Ecco dunque due metodi, l'uno de' quali ſerve di prova, e di conferma all'altro, per cui ſi viene a conoſcere il peſo ſpecifico di quelle ſoſtanze, che per eſſere polverizzate, tritturate, ed infrante, non poſſono eſſere altrimenti eſaminate, ſeguendo queſti metodi, ho trovato eſſere il peſo ſpecifico del ſal marino, come 4542, 23; e quello del nitro purificato, come 5912, 95.

Io ſo, che contro a queſte pratiche potrebbe venire oppoſto, che meſcolando delle ſoſtanze diſſolubili entro a' fluidi diſſolventi, ne naſce, per così dire, una compenetrazione di parti, per cui il volume della diſſoluzione non è più quello, che aveano le medeſime ſoſtanze avanti di eſſere meſcolate inſieme. Prima di riſpondere a queſta obbiezione, volli far ricorſo all'eſperienza. Feci varie diſſoluzioni, meſcolando ſeparatamente con l'acqua dello zucchero, del ſal comune, del nitro, ec. Dopo molte, e replicate prove ho chiaramente riconoſciuto, che il volume della meſcolanza diminuiſce realmente, che queſta diminuzione non ſuccede in un iſtante, che eſſa progrediſce poco a poco, e che non ſi compie, che a capo di molte ore. Dal che ne ſiegue, che progredendo aſſai lentamente la diminuzione del volume delle ſoſtanze diſciolte, ci reſta tutto il comodo, per determinare il loro peſo ſpecifico, e quindi ſvaniſce ogni oppoſizione fatta a queſto riguardo.

Io pongo nella qui aggiunta tabella la diminuzione del volume, che ho rimarcata in alcune diſſoluzioni a capo di dodici ore, dopo fatta l'infuſione. Le tre prime diſſoluzioni furono fatte a piena ſaturazione, alla temperatura di gradi 10: e la meſcolanza dello ſpirito di vino con l'acqua fu a volumi uguali. Perciò computando il volume di ciaſcuna diſſoluzione al momento della meſcolanza come 1000, 00 dodici ore appreſſo divenne come ſiegue.

Diſſoluzioni di	volume rimaſto	Diminuzione ſofferta
Zucchero	990, 38	9, 62
Sal marino	993, 05	6, 95
Nitro	990, 20	9, 80
Spirito di vino	986, 84	13, 16

ARTICOLO V.

Dell'uſo dell' Areometro per rilevare la quantità delle ſoſtanze entro alle diſſoluzioni.

Conoſciuto il peſo ſpecifico sì del fluido, che della materia, che vi ſi trova diſciolta, abbiamo tutto il fondamento, onde conoſcere col mezzo dell' Areometro la quantità delle medeſime ſoſtanze sì rapporto al loro peſo, che al loro volume. Si brami perciò ſapere entro una data diſſoluzione di acqua, e di zucchero, quale ſia il peſo dell' acqua, e quale quello dello zucchero. Immergaſi primieramente l' Areometro entro a queſta diſſoluzione, e vi ſegni gradi 30 ſotto allo zero, i quali indicano l'accreſcimento di 60 milleſimi di peſo; vale a dire, che a volumi uguali, il peſo di queſta diſſoluzione ſta al peſo dell' acqua pura, come 1060 a 1000. Per conoſcere adunque quanta acqua, e quanto zucchero concorrano a formare queſto peſo totale 1060. Oſſerviſi prima, di quanto il peſo ſpecifico dello zucchero ſuperi quello dell' acqua. Abbiam rimarcato, che il peſo dell' acqua è uguale a 1000,00, e quello dello zucchero uguale a 1942,50. Sicchè l'eceſſo del peſo dello zucchero è 942,50. Ora ſi proceda al ſeguente calcolo: come l'eceſſo 942,50 ſta all'intero peſo dello zucchero 1942,50; così l'eceſſo 60 indicato dall'Areometro dee ſtare al peſo dello zucchero contenuto nella diſſoluzione. Il quarto numero proporzionale è proſſimamente 123; e tale appunto è il peſo dello zucchero nella ſuppoſta diſſoluzione: il quale ſottrato dall'intero peſo 1060, il reſiduo, ch'è 937 indica il peſo dell'acqua, che vi è contenuta. Vogliamo ora ſapere la proporzione di queſte due ſoſtanze in ragion di volume? Sovvengaſi, che il volume dell'acqua è proporzionale al ſuo peſo; e perciò lo ſteſſo numero 937 indica non ſolo il peſo, ma anche il volume dell'acqua nella indicata diſſoluzione. Perciò eſſendo il volume dell'acqua ivi contenuta uguale a 937, ſi avrà il volume dello zucchero col ſottrarre 937 dall'intero volume 1000; poichè il reſiduo, ch'è 63, ſarà appunto il volume dello zucchero, che da noi ricercavaſi. Ecco ſotto un ſolo punto di viſta eſpoſto il riſultato del preſente calcolo.

		Peſo	Volume
Areometro gradi 30	Acqua	937	937
	Zucchero	123	63
	Summa	1060	1000

Nella ſteſſa maniera ſi opera per indagare la proporzione delle materie componenti tutte le altre diſſoluzioni, o miſture, come di ſal marino, di potaſſa, di ſoda, di nitro, di ſpirito di vino, di tartaro, ec. Ma per togliere la noja dei computi a chi non ne aveſſe l'aſſuefazione, e per facilitare a chiunque l'uſo di queſta utiliſſima macchinetta, darò alla fine del preſente Saggio alcune Tavole, nelle quali ſenza la briga di altri calcoli, ſi troverà eſpreſſa ad ogni grado dell'Areometro la proporzione tra la quantità dell'acqua e delle materie, che vi ſaranno meſcolate.

ARTICOLO VI.

Spiegazione, ed uſo delle cinque prime Tavole, e maniera di formarne altre ſimili per qualunque diſſoluzione.

Le cinque prime Tavole poſte alla fine del preſente Saggio hanno per oggetto di rendere più facile l'uſo dell' Areometro rapporto alle diſſoluzioni, per cui ciaſcuna di eſſe è formata, che ſono le più uſuali, e comuni. La prima è calcolata per le diſſoluzioni dell'acqua collo zucchero, la quale ſenza grande variazione ſerve altresì pe' moſti; dacchè gl'ingredienti principali del moſto ſono appunto l'acqua, e la parte zuccheroſa; e le altre ſoſtanze, come il tartaro, la reſina, la materia colorante, la parte mucillaginoſa o vi ſi trovano in piccoliſſima doſe, o non alterano gran fatto il peſo ſpecifico dell'acqua. La ſeconda Tavola è formata per le diſſoluzioni del ſal comune, ed è acconcia per conoſcere la doſe del ſale entro l'acqua marina. La terza ha per oggetto le diſſoluzioni del nitro. La quarta ſerve pe' varj meſcugli dell'acqua col Latte vaccino. La quinta finalmente fu coſtruita per conoſcere le meſcolanze dello ſpirito di vino con l'acqua, e può ſervire per quelle ſpecie di vini, che ſono più leggieri dell'acqua ſteſſa. Nella prima colonna di ciaſcuna di queſte Tavole vi ſono eſpreſſi i gradi dell'Areometro, i quali nelle quattro prime Tavole calcolate per quelle diſſoluzioni, che ſono più peſanti dell'acqua, s'intendono gradi inferiori allo zero, ed indicano aumento di peſo: quelli poi della quinta Tavola per lo ſpirito di vino, s'intendono gradi ſuperiori allo zero, e indicano diminuzione di peſo. Il numero de' gradi nella prima Tavola arriva fino ai 152, e nelle due ſuſſeguenti fino agli 80; ch'è al di là di quello, che l'acqua poſſa tenere in diſſoluzione di quelle reſpettive ſoſtanze. Nelle due ultime Tavole poi i gradi non doveano eſſere nè più, nè meno di quello, che realmente ſono, per la ragione, che aggiungerò in appreſſo. Nella ſeconda colonna di ciaſcuna Tavola ſta eſpreſſa la quantità dell'acqua corriſpondente a ciaſcun grado; avvertendo, che lo ſteſſo numero eſprime sì il peſo, che il volume dell'acqua ſteſſa. Nella terza colonna vi è notato il numero indicante il peſo della ſoſtanza diſciolta; e nella quarta colonna il ſuo volume corriſpondente.

Per l'intelligenza di tutto queſto è neceſſario avvertire, che il volume di qualunque ſoſtanza ſemplice, o compoſta ſi conſidera ſempre uguale a 1000, e che tutta la differenza conſiſte nella diverſità del peſo; poichè computandoſi come 1000,00 il peſo dell'acqua pura, quello dello zucchero è, come 1942,50; quello del ſal marino, come 4542,23; quello del nitro, come 5912,95, ec. Suppongaſi ora un recipiente qualunque pieno di acqua diſtillata, queſta sì rapporto al ſuo peſo, che al ſuo volume ſarà uguale a 1000, e l'Areometro entro ad eſſa ſegnerà zero. A queſto volume di acqua, che ſi ſuppone diſtinto in 1000 porzioni, ſe ne levino otto porzioni, e vi ſi aggiungano in vece otto porzioni di zucchero, di ſale comune, di nitro, ec. il volume di queſta diſſoluzione ſarà ancora uguale a 1000; ma il ſuo peſo ſarà accreſciuto più, o meno in ragione del peſo relativo della nuova ſoſtanza aggiunta; e queſto accreſcimento, oſſia, eccesſo di peſo, che hanno le otto parti della ſoſtanza aggiunta ſopra il peſo delle otto parti di acqua, che ſi ſono tolte, è appunto quello, che viene indicato dall'Areometro. Venghiamo ora all'uſo delle Tavole. Galleggi per eſempio l'Areometro entro una diſſoluzione di acqua, e di zucchero a gradi 44. Queſti indicano, che il peſo della detta diſſoluzione ſupera di 88 milleſimi quello dell'acqua pura. Prendaſi quindi per mano la Tavola prima, e ſi troverà, che rimpetto ai gradi 44, nella ſeconda colonna vi è notato 907, e nella terza colonna 181; il che ſignifica, che il peſo dell'acqua nella detta diſſoluzione è uguale a 907, ed il peſo dello zucchero uguale a 181; di maniera che ſommando inſieme queſti due peſi, ne riſulta il peſo totale 1088 indicato dai gradi 44 dell'Areometro. Lo ſteſſo numero poi 907 indica anche il volume dell'acqua, ed il numero 93 della quarta colonna eſprime il volume dello zucchero; di maniera che ſommando inſieme il volume dell'acqua 907, col volume 93 dello zucchero, ne riſulta l'intero volume 1000. Similmente ſe entro una diſſoluzione di nitro l'Areometro ſi ſtabiliſca a gradi 13;

la Tavola terza indicherà, che il peſo dell'acqua vi è uguale a 995; il peſo del nitro uguale a 31; e così pure il volume dell'acqua come 995, e quello del nitro, come 5.

Occorre bene ſpeſſo o per oggetto di medicina, o per altri uſi domeſtici di doverſi ſervire del Latte vaccino, il quale il più delle volte non è di quella qualità, che ſi richiede, o per eſſere di ſua natura troppo acquidoſo, o perchè ſia ſtato adulterato dalle venditrici. Per aſſicurarſi dunque della qualità di queſto liquore è coſtruita la Tavola quarta. Primieramente con varie prove mi ſono aſſicurato, che il miglior Latte vaccino peſa 32 milleſimi più dell'acqua pura, e quindi la ſua gravità ſpecifica eſſere, come 1032. Per queſta ragione dovea eſſere eſteſa la detta Tavola, fino a' gradi 16 ſoltanto; i quali indicano appunto 32 milleſimi di maggior peſo. Il ſuo uſo è analogo a quello delle altre Tavole; imperciocchè ſe entro una data qualità di queſto liquore l'Areometro verrà ad affondarſi a' gradi 14; ivi dirimpetto ſi vedrà toſto eſſere il peſo dell'acqua come 125; il peſo del Latte come 903; il volume dell'acqua ſimilmente come 125; e quello del latte come 875.

La Tavola quinta è diſpoſta, come diſſi, per lo ſpirito di vino. Fu domandato da alcuni, ſe per mezzo dell'Areometro ſi poſſa conoſcere la quantità dell'acqua, e dello ſpirito di vino, che ſono contenuti in una data meſcolanza. Il Sig. *Baumè* riſponde, ciò eſſere impoſſibile: io, tutto all'oppoſto, riſpondo: ciò eſſere anzi poſſibiliſſimo. Con un Areometro, quale era il ſuo, i cui termini fiſſi ſtanno appoggiati l'uno all'acqua pura, e l'altro ad un meſcuglio di 90 oncie di acqua, e 10 oncie di ſal marino, non ſi giungerà mai, io lo accordo, a rilevare la quantità di queſti due ingredienti. Ma quando l'Areometro ſia graduato in guiſa, che ogni ſuo grado ſopra lo zero abbia a marcare un dato numero di milleſimi di minor peſo, qualunque ſia la diſſoluzione, cui s'immerge; quando ſi abbia ſtabilito un termine, fin dove ſi può giungere con l'arte a rettificare lo ſpirito di vino, l'iſtrumento indicherà ſempre colla ſua immerſione, quanto il liquore ſia lontano dall'uno, o dall'altro termine, e per conſeguenza qual doſe di acqua, e di ſpirito concorra a formare la meſcolanza. Nè giova il dire, che non ſi giungerà mai a ſpogliare lo ſpiriro di vino di tutta l' acqua, che contiene; dacchè in queſto caſo lo ſpirito non ſarebbe più ſpirito; mentre una porzione di acqua entra a formare una delle ſue parti componenti. Imperciocchè niuno ha mai preteſo di ſpogliare lo ſpirito di vino della ſua acqua di combinazione; nè tampoco è punto ciò neceſſario; baſta ſolo determinare un punto, fin dove lo ſpirito di vino può eſſere artificialmente rettificato, e queſto punto dopo varj eſami ſi è ſtabilito eſſer quello, quando il ſuo peſo ſpecifico è 170 milleſimi in circa minore dell'acqua diſtillata; oſſia, il che torna lo ſteſſo, quando il ſuo peſo ſta al peſo dell'acqua pura, come 830 a 1000 per un di preſſo. Per queſta ragione la medeſima Tavola quinta dovea eſſere eſteſa fino a' gradi 85, perchè queſti indicano appunto la diminuzione di 170 milleſimi di peſo, e quando l'iſtrumento ſi fiſſa a queſto termine moſtra, che lo ſpirito di vino è de' più eccellenti.

Conoſciuto l'uſo delle cinque Tavole prime, rapportate alla fine del preſente Opuſcolo, reſtami additar la maniera di coſtruirne delle altre per qual ſieſi diſſoluzione. Vogliaſi a cagione di eſempio formare una Tavola per le diſſoluzioni del cremor di tartaro. Prima d'ogni altra coſa ſi cerchi, quale ſia il peſo ſpecifico di queſto ſale, ſecondo la maniera deſcritta all'Articolo IV. e ſuppongaſi per ora, che ſia, come 3500. Ciò premeſſo, ſi diſpongano le quattro colonne della Tavola da formarſi, nella prima delle quali ſi notino i gradi dell'Areometro, cominciando da zero fino a quel numero di gradi, che meglio piace. Nella ſeconda colonna deſtinata pel peſo, e pel volume dell'acqua, rimpetto allo zero della prima, ſi noti il numero 1000. Nella terza poi, che dee eſprimere il peſo del cremor di tartaro, e così pure nella quarta, che dee indicarne il volume, ivi dirimpetto ſi noti ſimilmente zero. Eſſendo le coſe così diſpoſte; per ſapere qual diminuzione di peſo, e di volume debbaſi eſprimere nella ſeconda colonna corriſpondentemente ad ogni grado, ſi prenda l'eccesſo del peſo, onde il cremor di tartaro ſupera il peſo dell'acqua, il quale eccesſo, ſeguendo il ſuppoſto già fatto, ſarebbe di 2500. Queſto ſi divida per metà, ed avraſſi 1250, che ſaranno altrettanti gradi dell'

Areometro, pe' quali deve eſſer diviſo il peſo, e volume di acqua 1000; per avere la parte corriſpondente, che deve eſſer ſcemata per ciaſcun grado. Sicchè diviſo il peſo 1000 pe' gradi 1250; il quoziente $\frac{8}{10}$ è appunto la porzione, onde di grado in grado ſucceſſivamente l'acqua deve eſſer ſcemata. Perciò nella ſeconda colonna eſſendo notato 1000 rimpetto allo zero della prima; rimpetto a gradi uno dee notarſi $999\frac{2}{10}$; cioè, $\frac{8}{10}$ meno di 1000: rimpetto a gradi due ſi eſprima $998\frac{4}{10}$; rimpetto a gradi tre $997\frac{6}{10}$, e così via via per tutti i gradi, levando ſempre $\frac{8}{10}$ dal peſo del grado antecedente. Per avere poi la porzione di peſo del cremor di tartaro da aggiungerſi di grado in grado nella terza colonna, ſi divida il ſuo peſo totale 3500 pe' medeſimi gradi 1250, ed il quoziente $2\frac{8}{10}$ ſarà la porzione da aggiungerſi di grado in grado. Perciò nella ſteſſa terza colonna rimpetto allo zero dell'Areometro eſſendo notato zero; rimpetto a' gradi uno ſi noti $2\frac{8}{10}$; rimpetto a' gradi due $5\frac{6}{10}$; a' gradi tre $8\frac{4}{10}$; a' gradi quattro $11\frac{2}{10}$, e così di mano in mano, aggiungendo ſempre $2\frac{8}{10}$ al grado antecedente. Nella quarta colonna; che deve eſprimere di grado in grado il volume corriſpondente, ſi nota il complemento del numero eſpreſſo nella ſeconda colonna per arrivare al 1000. Perciò rimpetto a gradi uno, ove nella ſeconda colonna è notato $999\frac{2}{10}$, ſi nota nella quarta $\frac{8}{10}$, che ſommati inſieme fanno 1000; rimpetto a gradi due ſi nota $1\frac{6}{10}$; a gradi tre $2\frac{4}{10}$, e così pe tutti i gradi, ſino alla intiera formazione della Tavola. Per togliere poi l'imbarazzo delle frazioni; queſte ſi computano come unità, ſe ſorpaſſano la metà dell'intiero; oppure, ſi traſcurano, ſe ſono al di ſotto della metà.

Per avere una prova maggiore della eſattezza del noſtro Areometro, dopo varie prove ſintetiche, volli ſperimentarlo anche per via analitica. Se l'iſtrumento è ſedele nelle ſue indicazioni, ne dee ſeguire, che analizzando poſcia quella meſcolanza, che con eſſo ſi era eſaminata, oſſia, ſeparando la materia diſciolta dal fluido diſſolvente, ſi dee riſcontrare fra le due ſoſtanze quella medeſima proporzione, che era ſtata indicata dall'Areometro ſteſſo. A tale oggetto preſi grani 3584 di acqua marina entro alla quale l'Areometro

metro marcava gradi 12; e perciò ſecondo la Tavola ſeconda il peſo del ſale vi dovea eſſere in proporzione al peſo dell'acqua, come 30, a 994. Sicchè fra i 3584 grani di acqua marina, doveanſi riſcontrare grani 105 di ſale, e grani 3479 di acqua pura. Eſpoſi pertanto queſt'acqua ad una lenta ſvaporazione, ed ogni coſa ridotta a ſecco, raccolſi 102 grani di ſale cioè, tre ſoli grani meno di quello, che avea indicato l'Areometro; il che dovette ſuccedere in grazia delle altre lordure contenute nell'acqua ſteſſa. Replicata queſta prova con le diſſoluzioni di altri ſali, ne ottenni i medeſimi riſultati.

ARTICOLO VII.

Della cauſa della dilatazione de' fluidi.

Tra l'immenſa varietà degli eſſeri, da' quali ſiamo per ogni parte circondati, niente ci ſi preſenta allo ſguardo di ſtabile, e di permanente: tutto ad ogni iſtante cambia di grandezza, e di mole; i legni, i marmi, i bitumi, i fluidi; le pietre, i metalli creſcono ad ogni tratto, e diminuiſcono di volume; ed ogni coſa col variar delle ſtagioni, e col ſemplice paſſaggio dalla notte al giorno, e dall'uno all'altro ſito, ſi allunga, e ſi abbrevia, ſi dilata, e ſi raccorcia con una irregolarità, che ſparge della confuſione nella ſerie delle noſtre conoſcenze. Ora la cauſa primaria, univerſale, coſtante, onde tutte le ſoſtanze aumentano di volume non è che l'aſſorbimento del calorico, oſſia del fluido igneo, il quale introducendoſi per entro alle loro parti integranti, ne diminuiſce l'aderenza, le ſepara l'una dall'altra, e le sforza ad occupare uno ſpazio maggiore. Avrei anche detto, eſſere queſta la cauſa unica, ſe alcuni corpi ſolidi, non faceſſero una eccezione alla univerſalità di queſta cauſa. Imperciocchè l'acqua oſſia in natura, oſſia ridotta in vapori, e ſparſa per l'atmosfera inſinuandoſi fra le molecole di alcune ſoſtanze, come ſono i legni, le minugie, le corde, i panni, la carta, le tele, ed altre di ſimil genere, le dilata per tutti i ſenſi, e parecchie volte un tale effetto è più ſenſibile di quello, che deriva dal calorico ſteſſo. Ma oltr'a che l'acqua inſinuandoſi ne' corpi, li aumenta di peſo egualmente, che di volume, eſſa non ha poi veruna azione nè ſopra parecchj altri corpi ſolidi, come ſono i metalli, nè ſopra niuno di quelli, che ſi trovano in iſtato di liquore; e quindi niente oſta, che ſi abbia a riguardare il calorico, come cauſa primaria della dilatazione di tutti i corpi.

In due differenti ſtati non per tanto può ritrovarſi il calorico: o allora quando rimane ſtrettamente unito alle ſoſtanze dalla forza di una mutua affinità; ed in queſto ſtato, formando una parte del corpo ſteſſo, ſi chiama *calorico combinato*, e ſecondo il parere de' moderni Chimici, non produce alcun effetto rapporto ad aumentarne il volume: oppure allorchè ſeparandoſi da alcuna delle baſi primiere, cui era unito, medianti le infinite chimiche diſſoluzioni operate continuamente dalla Natura, ſi diffonde fra' corpi circonvicini, ed entrando ne' loro interſtizj, vi eſercita in queſto caſo la ſua forza ripulſiva, ne aumenta il volume, e viene diſtinto col nome di *calorico libero*. Quindi noi dobbiamo conſiderare le molecole di qualunque corpo, come coſtrette ad ubbidire a due forze contrarie; ad un forza di attrazione, ch'è intrinſeca alla materia ſteſſa, e tende continuamente a ravvicinarla, e ad una forza di ripulſione, proveniente da una cauſa eſtrinſeca, quale ſi è appunto il calorico libero, che tende ad allontanarle.

Siccome però ogni ſoſtanza diverſa ha i ſuoi pori particolari più, o meno ampj, più o meno numeroſi, e le ſue molecole ſon dottate di una maggiore, o minore forza di attrazione; così è facile il concepire, che non tutti i corpi ſono atti a ricevere la medeſima quantità di calorico, ne ad eſſer dilatati allo ſteſſo grado. Imperciocchè quanto più forte è l'adeſione, oſſia il grado di affinità, che hanno le particelle di un corpo fra ſe ſteſſe, e quanto meno d'interſtizj, e di vacui vi rimangono fra l'una, e l'altra, tanto più difficilmente è permeſſo l'ingreſſo al calorico, e tanto meno è deſſo capace di eſercitarvi la ſua forza ripulſiva. Quindi noi vedremo in appreſſo, che riſcaldandoſi due liquori fino a un determinato grado, l'aumento del loro volume non è uniforme in amendue, e neppure nello ſteſſo fluido la dilatazione ſucceſſiva non è proporzionale alle doſi del calorico aſſorbito. Da queſta irregolarità di andamento viene comunemente eccettuato da' Fiſici il mercurio, la dilatazione del quale ſi ſuppone corriſpondere ai gradi del calore; e quindi la preferenza, che ſe gli dà per la coſtruzione de' Termometri. Ma come comprovarlo, ſe ci manca tuttavia un fluido, il cui cammino ſia evidentemente dimoſtrato regolare, ed uniforme? Per decidere d'una maniera affatto incontraſtabile queſta intereſſantiſſima queſtione, propoſta ultimamente alla diſcuſſione dei dotti dalla R. Accademia di Mantova, il mezzo più proprio, a mio giudizio ſarebbe quello di fare uſo del *Calorimetro* inventato dal Sig. *de la Place*, e deſcritto dal Sig. *Lavoiſier* al Cap. 3. della Parte terza del ſuo *Trattato Elementare di Chimica*. Il metodo d'iſtituire queſta ſerie di ſperimenti ſarà il ſeguente. Si chiuderà entro al Calorimetro un determinato peſo di acqua ridotta alla temperatura di gradi 80 del Termometro a mercurio, raccogliendo tutto il ghiaccio, che verrà diſciolto dal calore della ſteſſa acqua. In appreſſo ſi ripeterà la ſteſſa operazione con egual peſo di acqua ridotta a gradi 70; raccogliendone ſeparatamente il diaccio, che ſarà da eſſa diſciolto. Così di mano in mano ſi andranno rifacendo le ſteſſe prove con peſi uguali di acqua ridotta a' gradi 60, indi a' gradi 50, e via di ſeguito fino a' gradi 10. Compiuti queſti otto ſperimenti, e confrontando inſieme i peſi di ciaſcuna porzione di ghiaccio diſciolto, ſe queſti ſi troveranno proporzionali ai numeri 80; 70; 60; 50; 40; ec. che ſono i gradi del calore indicati dal Termometro in ciaſcuna porzione di acqua, ſarà indizio, che l'andamento del mercurio è uniforme ai gradi del calore; in caſo diverſo noi manchiamo tuttavia d'un iſtrumento eſatto in queſto genere. Queſta è un eſperienza, che per tutti i riguardi è degna di eſſere iſtituita; nè io tarderò ad eſeguirla, ſubito che mi ſi preſenterà l'opportunità di avere un Calorimetro ſull'idea di quello del Sig. *de la Place*.

Similmente dalla più, o meno di coeſione, che hanno le particelle de' corpi fra ſe ſteſſe, e dalla varia loro forma, ſtruttura, grandezza, ed affinità verſo il calorico, ne inſorge un'altra differenza molto rimarcabile, quella, cioè, di eſſere eſſi corpi più, o meno pronti a ricevere il calorico libero. Volendo iſtituire un confronto tra la varia conducibilità di diverſi liquori, cominciai dall' indagare, ſe la prontezza di uno ſteſſo fluido ſia uguale tanto nel ricevere, che nell' abbandonare il calorico. Ho riempiuto a tale oggetto di acqua diſtillata un vaſe di metallo, e da un ambiente, la cui temperatura era fiſſata a gradi 5 ſopra il ghiaccio, il traſportai entro una ſtanza, il cui calore coſtante era di gradi 12 ſuperiori; e per rialzarſi l'acqua a queſta temperatura impiegò 127 minuti primi. Allora dalla temperatura della ſtanza traſferì il vaſe al primo ambiente di gradi 5, e l'acqua per abbaſſarſi a queſto grado impiegò ſimilmente minuti 127 col ſolo divario di alcuni ſecondi, che è affatto inevitabile in queſto genere di ſperimenti. Lo ſpirito di vino impiegò ſolo 71 minuto tanto nel ſalire dai gradi 5 ai gradi 12 quando nel diſcendere da queſti ai gradi 5 di prima, con pochiſſima differenza.

Reſtava in ſeguito ad iſtituire un confronto tra la conducibilità di differenti liquori, oſſia tra la più, o meno prontezza, che hanno nell' aſſorbire, e nell' abbandonare il calorico. A queſto ſine traſcelſi un giorno, in cui la temperatura della mia ſtanza foſſe ſtabilmente fiſſata alla temperatura di gradi dieci, ed entro ad eſſa traſferii in altrettanti vaſi, e a doſi eguali dell' acqua diſtillata, dell' acqua marina, dell' olio di uliva, dell' aceto comune, e dello ſpirito di vino, che avea prima tutti ridotti al grado dall' acqua bollente, eccettuato lo ſpirito di vino, il quale non è ſuſcettibile di queſto grado di calore. Notai in appreſſo quanti minuti primi, e ſecondi impiegava ciaſcuno di queſti liquori nel diſcendere di cinque in cinque gradi, cominciando appunto dai gradi 80 fino ai gradi 15; e nella Tavola VI ſta eſpoſto il riſultato di tutti queſti confronti. Colà ſi vede che tra i liquori ſperimentati lo ſpirito di vino è il migliore, e più pronto conduttor del calorico: indi appreſſo viene l' olio di uliva, poſcia l' acqua di mare, dopo queſta l' aceto comune, ed in fine l' acqua diſtillata. Si raccoglie altresì dalla ſteſſa Tavola, che le perdite del calorico fatte da un medeſimo liquore non ſono proporzionali ai tempi impiegati. Imperciocchè da principio finchè i pori del liquore ſono molto dilatati, il calorico ſe ne ſcappa più facilmente; ma a miſura, che le parti del fluido ſi vanno ſempre più avvicando, formano un maggiore oſtacolo all' uſcita del calorico, e quindi più lentamente ſi riduce il liquore alla temperatura dell' ambiente. Ora conoſciuta la cauſa del dilatamento de' fluidi, e le varie anomalie di queſto effetto, ci rimane in fine a rintracciare il modo, onde rilevare con preciſione la quantità di un tale aumento.

ARTICOLO VIII.

Maniera di determinare col mezzo dell' Areometro l' aumento, che acquiſta il volume de' liquori.

La notizia eſatta dell' aumento, che ſoffre il volume de' liquori mediante l' aſſorbimento del calorico, non è un punto di vana ricerca. Queſta può eſſere molto intereſſante nelle ſcienze, nelle arti, nel commercio, ed in moltiſſime occaſioni dell' economia domeſtica. Noi manchiamo tuttavia d' una regola univerſale, coſtante, e ſicura per conoſcere la proporzione fra l' aumento di un corpo, e quello di un altro; dacchè ſiffatti aumenti non ſono nè in ragione delle maſſe, come voleano alcuni, nè in ragion de' volumi, come hanno penſato altri, nè in ragione compoſta delle maſſe, e dei volumi; ma dipendono interamente dalla ſtruttura particolare di ciaſcun corpo, e dalla varia attrazione delle ſue parti componenti sì rapporto a ſe ſteſſe, che rapporto al calorico. Quindi per avere una norma eſatta intorno a queſto punto, ſiamo coſtretti ad indagare con altrettante prove particolari l' aumento, ch' è proprio di ciaſcun corpo. A tale oggetto pe' corpi ſolidi poſſediamo da vario tempo la eccellente Macchinetta, che porta il nome di *Pirometro*, ideata da principio da celebre *Muſſchenbroek*, indi modellata ſotto a varie forme da altri Fiſici. Per rapporto a' liquori, finora ſi facea uſo di un matraccio di un collo convenientemente lungo, con l' avvertenza, che il ſuo lume interno foſſe da per tutto uguale. Il matraccio dovea eſſere di tal calibro, che la capacità del ſuo ventre foſſe alla capacità di una linea del ſuo collo nella proporzione di mille ad uno. Sicchè riempiuto il matraccio del liquore, che ſi volea eſaminare, in maniera che alla temperatura del ghiaccio ne foſſe ripiena la ſola palla, faceaſi riſcaldare in ſeguito, e dalla maggiore, o minore ſalita del liquore lungo il collo, arguivaſi l'aumento del ſuo volume. Ma poco ſi richiede per accorgerſi della fallacia di queſto metodo, almeno per rapporto ad una gran parte di fluidi. Primieramente riſcaldandoſi il liquore, tutte le ſue parti non ſi riſcaldano contemporaneamente, e con egual prontezza; mentre quelle, che ſono al centro, reſtano per lo più al di ſotto di alcuni gradi. In oltre quando ſi voglia conoſcere l'aumento acquiſtato dal liquore al di là dei 60 gradi del Termometro a mercurio, ſi ſviluppa dal liquore ſteſſo una quantità di bollicelle, che tengono in una continua oſcillazione la ſua ſuperficie. Al grado poi dell'acqua bollente molti liquori ſono proſſimi all'ebollizione, molti bollono attualmente, e molti anche prima di giungere a queſto grado; nè un liquore, ch'è in attuale effervescenza ci permette di determinare con preciſione la quantità del ſuo volume.

In viſta di tutte queſte difficoltà concepì l'idea di far sì, che l'Areometro ſteſſo, il quale ſerve a rilevare il peſo ſpecifico de' liquori, ſerviſſe con eguale accuratezza a far conoſcere l'aumento, che acquiſta il loro volume; e l'effetto corriſpoſe pienamente alle mie intenzioni. Per conſeguirne l'intento, cominciai dall'aggiungere, o levare tanto di ſavorra al galleggiante, ſicchè immerſo entro al fluido da eſaminarſi ridotto alla temperatura di gradi dieci, eſſo ſi ſtabiliſca allo zero inferiore notato verſo la baſe del cannello. Si riempie in ſeguito del liquore ſteſſo il vaſe *A*, vi s'immerge il galleggiante, ſi riduce alla temperatura dello zero di *Reaumur*, ſe il liquore è atto a ſoffrire queſto grado ſenza gelarſi, ſi laſcia, che la porzione ſoprabbondante del liquore ſe ne eſca pel tubetto *L*; ed allora ſi nota il grado d'immerſione, il quale dinota la quantità del volume del liquore alla temperatura del ghiaccio. Eſſendo le coſe così diſpoſte, ſi colloca il detto vaſe *A* ripieno dello ſteſſo liquore, e munito del ſuo Termometro, e del ſuo galleggiante entro un fornello di quelli, che ſi adoperano a mano, in maniera che il vaſe poggi ſopra la craticola, e vi ſtia diritto perpendicolarmente . Allora entro al fornello ſteſſo attorno attorno al vaſe ſi vanno aggiungendo de' carboni acceſi : il liquore così lentamente ſi riſcalda , creſce di volume, il galleggiante ſi affonda ſempre più , e dello ſteſſo paſſo la porzione del liquore aumenrata ſe ne eſce goccia a goccia pel tubetto *L* , e la ſuperficie del liquore ſteſſo ſi mantiene ſempre allo ſteſſo livello. A miſura , che il fluido va ſempre più riſcaldandoſi , ſi nota di cinque in cinque gradi, indicati dal Termometro, il grado di affondamento, cui ſarà giunto il galleggiante ; avvertendo di mantenere il fuoco ſempre moderato, affinchè il liquore ſi riſcaldi gradatamente , e dia tempo di poter fare le neceſſarie annotazioni.

I fluidi aſſoggettati a queſta prova furono l'acqua diſtillata, l'acqua marina, l'olio di uliva, l'aceto comune, il vino di cipro, ed una ſpecie di ſpirito di vino, il cui peſo ſpecifico era a quello dell'acqua, come 898, a 1000 e nella Tavola ſettima, ed ultima ſi trovano eſpoſti i riſultati, che ottenni da queſti ſperimenti . Entro all'acqua diſtillata alla temperatura di gradi dieci l'Areometro ſegua il punto dello zero, e quando l'acqua ſteſſa ſi trova ridotta a gradi 80 del Termometro , il galleggiante vi ſi affonda a gradi $19\frac{1}{2}$; dal che ne ſiegue , che il paſſaggio, che fa l'acqua, dai gradi dieci agli 80 di calore, porta il divario di 39 milleſimi di minor peſo; ed eſſendo i volumi inverſamente come i peſi , ſe il volume dell'acqua alla temperatura di gradi dieci era uguale a 1000 paſſando alla temperatura dei gradi 80, acquiſta il ſuo volume un aumento di 39 milleſimi, e diviene come 1039. Così pure poſto il volume degli altri liquori alla temperatura di gradi dieci, come 1000,00; quello dell' acqua marina ai gradi 80 diviene uguale a 1051,00 ; quello dell'olio di uliva uguale a 1063,60; e così degli altri.

Il metodo, che ora vengo dal ſuggerire per determinare col mezzo dell'Areometro l'aumento de' liquori, oltre all'eſſere de' più facili ad eſeguirſi, ſembra eſſere anche il più accurato di qualunque altro. Contuttociò per avere una prova più evidente della ſua eſattezza, volli verificarne i riſultati per un'altra via alquanto differente. Dal vedere, che ſtandoſene il vaſe *A* entro al fornello circondato da carboni acceſi, a miſura che riſcaldavaſi il liquore, andava altresì lentamente ſgocciolando dal tubetto *L*; mi ſi risvegliò l'idea di raccorre il detto liquore, che uſciva, affinchè aveſſe a ſervire di conferma a miei ſperimenti. Egli è certo, che riempiuto il vaſe di un liquore qualunque alla temperatura di gradi dieci, la porzione dello ſteſſo liquore, che ſe ne eſce, allorchè ſi fa paſſare il liquore alla temperatura di gradi 80 deve eſſere la miſura eſatta dell'aumento, che acquiſta il ſuo volume, mediante queſto paſſaggio. Appoggiato a queſto principio, ch'è della maggiore evidenza, riempì il detto vaſe *A* di acqua diſtillata ridotta alla temperatura di gradi dieci, ed avendola prima peſata, la trovai eſſere di grani 16251. Indi rimoſſi dal vaſe sì il Termometro, che il galleggiante, come inutili in queſta operazione, chiuſi eſattiſſimamente l'apertura ſuperiore del vaſe, affinchè l'acqua non aveſſe a ſvaporare, laſciando aperto il ſolo tubetto *L*. Poſi il vaſe così pieno di acqua ſopra i carboni acceſi, e di mano in mano, che l'acqua andava riſcaldandoſi, e creſcendo di volume, ſe ne uſciva altresì la porzione aumentata a goccia a goccia dal medeſimo tubetto *L*, e queſta veniva raccolta entro un ampolla. Quando l'acqua fu al punto dell'ebollizione, ritirai prontamente il vaſo dal fuoco, e raffredata ogni coſa, peſai ſeparatamente sì l'acqua rimaſta nel vaſe, che quella, che ne era uſcita. Siccome dal primo metodo praticato coll'immerſione dell'Areometro riſultò, che dai gradi dieci ai gradi 80, il volume dell'acqua ſi aumenta di 39 milleſimi; così ſe amendue queſti ſperimenti ſono giuſti, e ſe non ſi abbia commeſſo errore nell'eſeguirli, ne dee ſeguire, che l'acqua uſcita dal vaſe in queſta ſeconda operazione, eſſendo la miſura dell'aumento acquiſtato, il ſuo peſo deve eſſere al peſo dell'acqua rimaſta entro al vaſe nella relazione, almeno proſſimamente, di 39 a 1000. Fattone dunque il bilancio, trovai, che l'acqua uſcita era di grani 610, e l'acqua rimaſta entro al vaſe di grani 15636 il che ſta nella relazione di 39 a 1000; col ſolo divario di cinque grani, ſecondo la ſeguente formula $39 : 1000 :: 610 : 15636 + 5$. Queſto divario poi diviene affatto inevitabile sì per l'acqua, che reſta aderente a' vaſi,

come

come per quella qualunque ſiaſi piccola ſvaporazione, che non è poſſibile di evitare. Riſeci queſta ſteſſa prova con varj altri fluidi; ed i riſultati furono ſempre uniformi a quanto avea indicato l'Areometro, da qualche piccola differenza in fuori. Il che ſerve vie meglio a comprovare, che l'Areometro ſteſſo ſomminiſtra uno de' più ſicuri metodi per conoſcere l'aumento del volume, che acquiſtano i liquori in forza del calorico aſſorbito.

Da quanto ho brevemente eſpoſto nel preſente ſaggio è facile il comprendere quali, e quanti ſieno i vantaggi, che ſi poſſono ritrarre dall'uſo di queſta corretta Macchinetta. I principj della ſua coſtruzione ſono atti a conciliare tutta la noſtra confidenza, il maneggio n'è facile, l'uſo univerſale, e gli effetti corriſpondono alla noſtra aſpettazione. Con queſto mezzo poſſiamo conoſcere agevolmente la gravità ſpecifica di tutti i liquori, valutare il peſo, ed il volume delle ſoſtanze meſcolate per entro alle diſſoluzioni, determinare l'aumento, che acquiſtano mediante l'introduzione del calorico; e quindi giudicare del loro pregio, rimaner garantiti dalla frode, e dagl'inganni de' venditori, iſtituir degli eſatti confronti, introdur nelle miſture quel grado di addenſamento, che più abbiſogna, ed avere ognora in pronto un eſatto ſcandaglio per tutte le occorrenze, che ſuccedono alla giornata. In quanto a me, io mi terrò baſtantemente pago, ſe con la rettificazione di queſto ſtrumento avrò in qualche modo contribuito ai vantaggi della Società.

Tavola

Per le Diſſoluzioni

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Zucch. peſo.	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.val.	Zucch. peſo.	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Zucch. peſo.	Zucch. volum.
0	1000	0	0	26	945	107	55	52	890	214	110
1	998	4	2	27	943	111	57	53	888	218	112
2	996	8	4	28	941	115	59	54	886	222	114
3	994	12	6	29	939	119	61	55	884	226	116
4	992	16	8	30	937	123	63	56	881	231	119
5	990	20	10	31	935	127	65	57	879	235	121
6	988	24	12	32	932	132	68	58	877	239	123
7	986	28	14	33	930	136	70	59	875	243	125
8	983	33	17	34	928	140	72	60	873	247	127
9	981	37	19	35	926	144	74	61	871	251	129
10	979	41	21	36	924	148	76	62	869	255	131
11	977	45	23	37	922	152	78	63	867	259	133
12	975	49	25	38	920	156	80	64	864	264	136
13	973	53	27	39	918	160	82	65	862	268	138
14	971	57	29	40	915	165	85	66	860	272	140
15	969	61	31	41	913	169	87	67	858	276	142
16	966	66	34	42	911	173	89	68	856	280	144
17	964	70	36	43	909	177	91	69	854	284	146
18	962	74	38	44	907	181	93	70	852	288	148
19	960	78	40	45	905	185	95	71	850	292	150
20	958	82	42	46	903	189	97	72	847	297	153
21	956	86	44	47	901	193	99	73	845	301	155
22	954	90	46	48	898	198	102	74	843	305	157
23	952	94	48	49	896	202	104	75	841	309	159
24	949	99	51	50	894	206	106	76	839	313	161
25	947	103	53	51	892	210	108	77	837	317	163

I.

dello *Zucchero*.

Gradi reom	Acqua pef. vol.	Zucch. pefo.	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef. vol.	Zucch. pefo.	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef. vol.	Zucch. pefo.	Zucch. volum
78	835	321	165	103	782	424	218	128	728	528	272
79	833	325	167	104	779	428	221	129	726	532	274
80	830	330	170	105	777	433	223	130	724	536	276
81	828	334	172	106	775	437	225	131	722	540	278
82	826	338	174	107	773	441	227	132	720	544	280
83	824	342	176	108	771	445	229	133	718	548	282
84	822	346	178	109	769	449	231	134	716	552	284
85	820	350	180	110	767	453	233	135	714	556	286
86	818	354	182	111	765	457	235	136	711	561	289
87	816	358	184	112	762	462	238	137	709	565	291
88	813	363	187	113	760	466	240	138	707	569	293
89	811	367	189	114	758	470	242	139	705	573	295
90	809	371	191	115	756	474	244	140	703	577	297
91	807	375	193	116	754	478	246	141	701	581	999
92	805	379	195	117	752	482	248	142	699	585	301
93	803	383	197	118	750	486	250	143	697	589	303
94	801	387	199	119	748	490	252	144	694	594	306
95	799	391	201	120	745	495	255	145	692	598	308
96	796	396	204	121	743	499	257	146	690	602	310
97	794	400	206	122	741	503	259	147	688	606	312
98	792	404	208	123	739	507	261	148	686	610	314
99	790	408	210	124	737	511	263	149	684	614	316
100	788	412	212	125	735	515	265	150	682	618	318
101	78	416	214	126	733	519	267	151	680	622	320
102	784	420	216	127	731	523	269	152	677	627	323

Tavola II.

Per le Diſſoluzioni del Sal marino.

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Sale peſo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Sale peſo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ vol.	Sale peſo.	Sale volum.
0	1000	0	0	27	985	69	15	54	970	138	30
1	1000	2	0	28	985	71	15	55	970	140	30
2	999	5	1	29	984	74	16	56	969	143	31
3	999	7	1	30	984	76	16	57	968	146	32
4	998	10	2	31	983	79	17	58	968	148	32
5	998	12	2	32	982	82	18	59	967	151	33
6	997	15	3	33	982	84	18	60	967	153	33
7	997	17	3	34	981	87	19	61	966	156	34
8	996	20	4	35	981	89	19	62	966	158	34
9	995	23	5	36	980	92	20	63	965	161	35
10	995	25	5	37	980	94	20	64	964	164	36
11	994	28	6	38	979	97	21	65	964	166	36
12	994	30	6	39	979	99	21	66	963	169	37
13	993	33	7	40	978	102	22	67	963	171	37
14	993	35	7	41	977	105	23	68	962	174	38
15	992	38	8	42	977	107	23	69	962	176	38
16	991	41	9	43	976	110	24	70	961	179	39
17	991	43	9	44	976	112	24	71	961	181	39
18	990	46	10	45	975	115	25	72	960	184	40
19	990	48	10	46	975	117	25	73	959	187	41
20	989	51	11	47	974	120	26	74	959	189	41
21	989	53	11	48	973	123	27	75	958	192	42
22	988	56	12	49	973	125	27	76	958	194	42
23	988	58	12	50	972	128	28	77	957	197	43
24	987	61	13	51	972	130	28	78	957	199	43
25	986	64	14	52	971	133	29	79	956	202	44
26	986	66	14	53	971	135	29	80	955	205	45

Tavola III.

Per le Diſſoluzioni del Nitro.

Gradi Areom	Acqua peſ. vol.	Nitro peſo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ. vol.	Nitro peſo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ. vol.	Nitro peſo.	Nitro volum.
0	1000	0	0	27	989	65	11	54	978	130	22
1	1000	2	0	28	989	67	11	55	978	132	22
2	999	5	1	29	988	70	12	56	977	135	23
3	999	7	1	30	988	72	12	57	977	137	23
4	998	10	2	31	987	75	13	58	977	139	23
5	998	12	2	32	987	77	13	59	976	142	24
6	998	14	2	33	987	79	13	60	976	144	24
7	997	17	3	34	986	82	14	61	975	147	25
8	997	19	3	35	986	84	14	62	975	149	25
9	996	22	4	36	985	87	15	63	975	151	25
10	996	24	4	37	985	89	15	64	974	154	26
11	996	26	4	38	985	91	15	65	974	156	26
12	995	29	5	39	984	94	16	66	973	159	27
13	995	31	5	40	984	96	16	67	973	161	27
14	994	34	6	41	983	99	17	68	973	163	27
15	994	36	6	42	983	101	17	69	972	166	28
16	993	39	7	43	983	103	17	70	972	168	28
17	993	41	7	44	982	106	18	71	971	171	29
18	993	43	7	45	982	108	18	72	971	173	29
19	992	46	8	46	981	111	19	73	971	175	29
20	992	48	8	47	981	113	19	74	970	178	30
21	991	51	9	48	981	115	19	75	970	180	30
22	991	53	9	49	980	118	20	76	969	183	31
23	991	55	9	50	980	120	20	77	969	185	31
24	990	58	10	51	979	123	21	78	969	187	31
25	990	60	10	52	979	125	21	79	968	190	32
26	989	63	11	53	979	127	21	80	968	192	32

Tavola IV.

Per le meſcolanze di Latte, e di acqua.

Gradi Areom.	Acqua peſo vol.	Latte peſo.	Latte volume
0	1000	0	0
1	938	64	62
2	875	129	125
3	813	193	187
4	750	258	250
5	688	322	312
6	625	387	375
7	563	451	437
8	500	516	500
9	438	580	562
10	375	645	625
11	313	709	687
12	250	774	750
13	188	838	812
14	125	903	875
15	63	967	937
16	0	1032	1000

Tavola

Per le meſcolanze

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Spirito peſo	Spirito volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Spirito peſo	Spirito volume
0	1000	0	0	22	741	215	259
1	988	10	12	23	730	224	270
2	977	19	23	24	718	234	282
3	965	29	35	25	706	244	294
4	953	39	47	26	694	254	306
5	941	49	59	27	683	263	317
6	930	58	70	28	671	273	329
7	918	68	82	29	659	283	341
8	906	78	94	30	647	293	353
9	894	88	106	31	636	302	364
10	883	97	117	32	624	312	376
11	871	107	129	33	612	322	388
12	859	117	141	34	600	332	400
13	847	127	153	35	588	342	412
14	836	136	164	36	577	351	423
15	824	146	176	37	565	361	435
16	812	156	188	38	553	371	447
17	800	166	200	39	541	381	459
18	788	176	212	40	530	390	470
19	777	185	223	41	518	400	482
20	765	195	235	42	506	410	494
21	753	205	247	43	494	420	506

V.

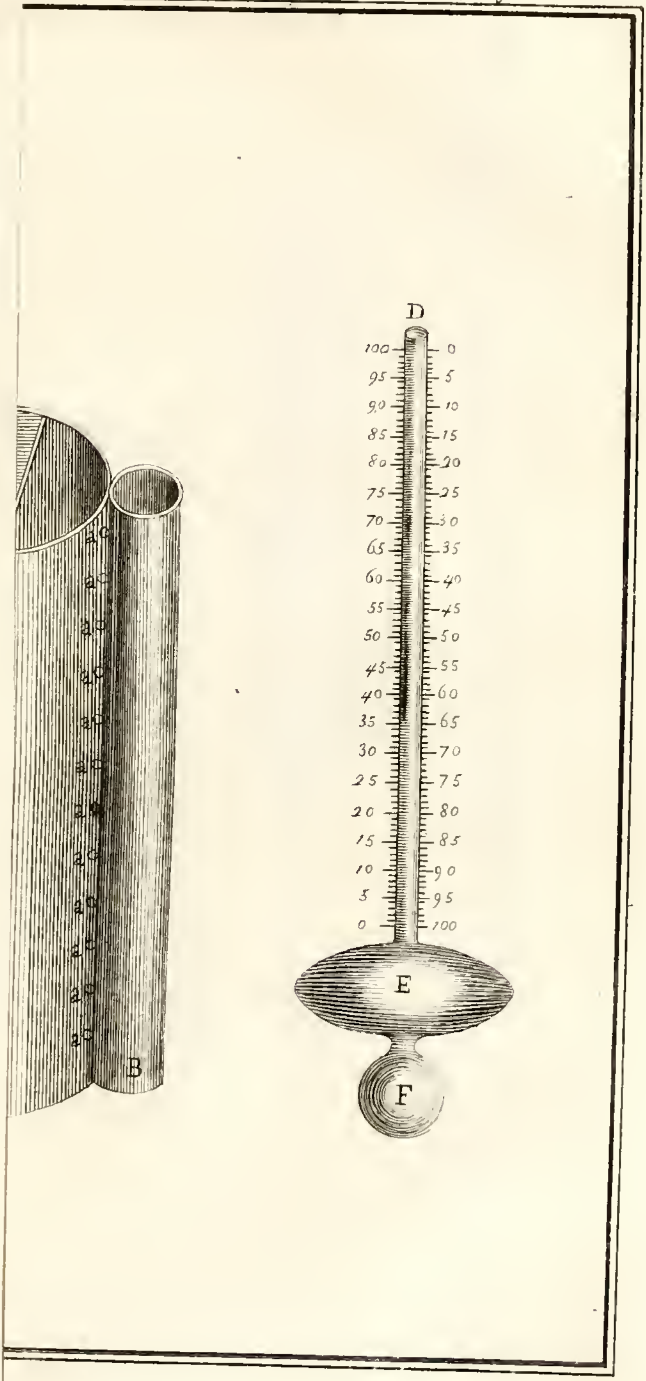
di Spirito di Vino, e di acqua.

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Spirito peſo	Spirito volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Spirito peſo	Spirito volume
44	483	429	517	66	224	644	776
45	471	439	529	67	212	654	788
46	454	449	541	68	200	664	800
47	447	459	553	69	188	674	812
48	436	468	564	70	177	683	823
49	424	478	576	71	165	693	835
50	412	488	588	72	153	703	847
51	400	498	600	73	141	713	859
52	388	508	612	74	130	722	870
53	377	517	623	75	118	732	882
54	365	527	635	76	106	742	894
55	353	537	647	77	94	752	906
56	341	547	659	78	83	761	917
57	330	556	670	79	71	771	929
58	318	566	682	80	59	781	941
59	306	576	694	81	47	791	953
60	394	586	706	82	36	800	964
61	283	595	717	83	24	810	976
62	271	605	729	84	12	820	988
63	259	615	741	85	0	830	1000
64	247	625	753				
65	236	634	764				

Tavola VI.

Del tempo impiegato dai qui eſpreſſi liquori nella perdita di cinque in cinque gradi di calore, cominciando dai gradi 80 del Termometro a Mercurio fino ai gradi 15; eſſendo la temperatura dell' ambiente a gradi dieci.

Gradi Termom.	Acqua diſtilat. minuti : ſecondi	Acqua marina minuti : ſecondi	Olio d' uliva minuti : ſecondi	Aceto comune minuti : ſecondi	Spir. di vino minuti : ſecondi
80					
–	— 0 : 48	0 : 40	0 : 30	0 : 36	bolle
75					
–	— 1 : 12	1 : 00	0 : 50	0 : 54	bolle
70					
–	— 1 : 30	1 : 15	1 : 12	1 : 18	bolle
65					
–	— 1 : 54	1 : 30	1 : 24	1 : 36	bolle
60					
–	— 2 : 30	2 : 12	1 : 40	2 : 00	0 : 45
55					
–	— 2 : 36	2 : 18	2 : 00	2 : 42	1 : 30
50					
–	— 3 : 30	3 : 16	2 : 24	3 : 18	2 : 00
45					
–	— 4 : 12	4 : 00	3 : 00	4 : 00	3 : 00
40					
–	— 5 : 50	5 : 20	4 : 24	5 : 30	3 : 24
35					
–	— 7 : 00	7 : 00	5 : 00	6 : 30	5 : 00
30					
–	— 11 : 00	10 : 00	7 : 00	9 : 00	6 : 00
25					
–	— 15 : 00	14 : 00	10 : 00	14 : 00	9 : 00
20					
–	— 32 : 00	26 : 00	26 : 00	31 : 00	18 : 00
15					
Summa	89 : 2	78 : 31	65 : 24	81 : 24	48 : 39


D
E
F
B

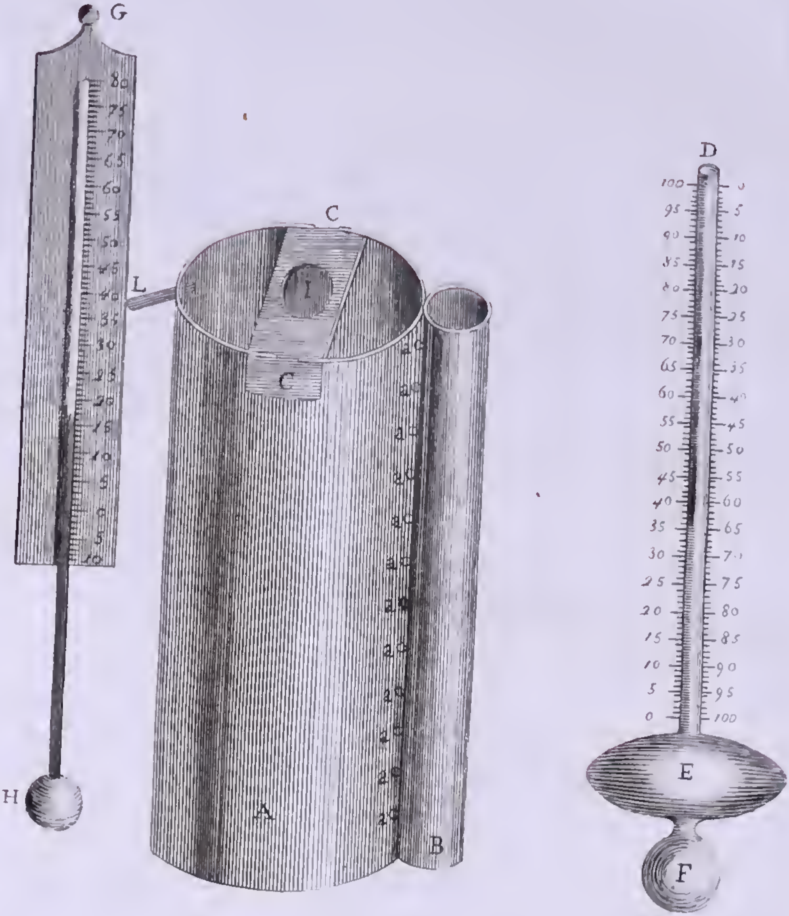

G
L
C
I
C
A
B
H
D
E
F

Tavola VII.

Dell' aumento del volume acquiſtato dai qui eſpreſſi liquori con l' aggiunta di cinque in cinque gradi di calore, computando il loro volume, come 1000, 00. alla temperatura di gradi dieci.

Gradi Term.	Acqua diſtill.	Acqua marina	Olio d' uliva	Aceto comune	Vino di Cipro	Spir. di vino
0	gelata	999, 00	gelato	999, 81	999, 80	998, 50
5	999, 80	999, 40	gelato	999, 88	999, 88	999, 00
10	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00
15	1000, 30	1001, 60	1004, 00	1000, 20	1000, 30	1002, 20
20	1000, 80	1004, 00	1008, 00	1000, 40	1000, 80	1004, 80
25	1002, 00	1006, 60	1012, 20	1000, 80	1002, 40	1010, 00
30	1004, 40	1008, 40	1017, 60	1001, 60	1005, 40	1016, 00
35	1006, 80	1010, 00	1023, 20	1003, 00	1010, 40	1023, 00
40	1009, 60	1012, 30	1028, 80	1005, 80	1014, 40	1030, 80
45	1012, 60	1014, 90	1032, 00	1008, 80	1018, 40	1036, 80
50	1015, 00	1018, 80	1036, 00	1012, 20	1022, 40	1044, 60
55	1018, 60	1023, 00	1040, 00	1016, 00	1026, 40	1052, 80
60	1022, 40	1026, 80	1044, 00	1020, 60	1031, 40	1063, 60
65	1026, 00	1030, 40	1048, 00	1024, 00	1043, 40	bolle
70	1030, 40	1034, 20	1053, 00	1028, 00	bolle.	bolle
75	1034, 40	1041, 00	1058, 00	1032, 40	bolle.	bolle
80	1039, 00	1051, 00	1063, 60	1036, 40	bolle.	bolle

SOPRA UNA TOSSE

DEGLI ALIMENTI

Del Sig. Dott. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI.

OLiva *Brentonega* d'anni 60 vedova di *Giacomo Clauſa*, da molti anni ſottopoſta ad un facile catarro, talvolta marcioſo, e ſenza raffreddore; ed inoltre ad una or più, or meno doloroſa e difficile diſceſa degli alimenti al ventricolo, il dì primo dell'anno 1791 ebbe più del ſolito ingombrata la via degli alimenti dopo aver mangiato con avidità del mandorlato. Di lì a poco ſentì una doloroſa interna trafittura ſotto allo ſterno con un ſenſo di crepatura, per cui la voce rimbombava al baſſo ventre; e ſe le eccitò una toſſe, che portò alla bocca per modo di catarro una materia, che avea l'odore ed il ſapore del mandorlato inghiottito. Da quel giorno in poi la ſcarſiſſima quantità di cibo e bevanda, che ingollava per ſoſtenere la vita e moderare la ſete, pochi iſtanti dopo moveva una toſſe ſoffocativa, che portava alla bocca in loro propria ſoſtanza una porzione delle coſe ingollate. Viſſe in queſto ſtato ad ogni ora minaccievole di ſoffocazione per giorni trenta; ſempre livida in faccia: dal principio rauca, e poi ſenza voce: ſitibonda, ſtitica, con orine ſcarſe infocate; col decubito nel deſtro lato impedito; con veglie perpetue, in fine interrotte da un grave ſopore. Dopo li trenta giorni cominciò a febbricitare fortemente: ceſsò del tutto la toſſe: menò dalla bocca un alito grave e cadaverico: ſi turbò nella mente; e ſoffocata morì li 2 Febbrajo 1691.

Soſpettando io da queſta qualità, e da queſto ordine di ſintomi un libero tranſito dall'imo eſofago all'interno polmone; e non rammentandomi di avere più nè letto nè veduto un ſimile caſo, volli accertarmene con la oſſervazion del Cadavero. Avviſati pertanto due periti Chirurghi, di quanto io deſiderava di verificare coll'occhio, fu la operazione anatomica quanto il caſo comportava eſattamente e diligentemente eſeguita dal Signor *Antonio Lori*, e dal Signor *Luigi Monteroſſi* alla preſenza dell' egregio Medico Signor *Paolo Silveſtri* e mia, unitamente a quella di altri Giovani ſtudioſi di Medicina e di Chirurgia.

Aperto il petto, apparve il polmone deſtro nella ſua ſuperfizie livido, e fortemente aderente alla pleura: dalla quale volendolo ſtaccare, ſortì in cavità molta materia fluida e latticinoſa. Eſtratto dalla caſſa del petto il polmone con la trachea arteria, unitamente all' eſofago ed al ventricolo, e rivoltato con la ſua faccia poſteriore al davanti, ebbeſi ſotto l' occhio l' eſofago, che in tal poſitura ſovraſtava alla trachea arteria. Diviſo queſto, ſecondo la ſua lunghezza ſi trovò illeſo ſino al ſito dove finiſce di accompagnare la trachea arteria. In queſto ſito era traforato e conſunto, e moſtrava una grande apertura fatta per eroſione di ſoſtanza. Di là da queſto ſito tornava illeſo l' eſofago; ed era aperta e libera ſecondo natura la via al ventricolo: il quale era bensì riſtretto, ma pur ſemipieno di materia degli alimenti, mezzo corrotta, ed in tutto ſimile a quella che ſpandevaſi nella cavità del petto. Diviſa dopo a lungo la trachea arteria, ſi trovò internamente in tutto il ſuo tratto livida e ſcabra, con le ghiandole ne' dintorni gonfie ed infiammate. Segnatamente nel ſito ultimo di eſſa, dove divideſi nei bronchi, dirimpetto all' apertura morboſa dell' eſofago, eſſa pure con eſſo ſi trovò traforata ed eroſa, a ſegno di poter dare dentro di ſe libera l' entrata al cibo inghiottito che cadeva giù dall' eſofago verſo il ventricolo. Stendevaſi il vizio dietro la prima diviſion deſtra de' bronchi, ed attaccava di cangrena il vicino polmone: dove erano aperte delle bocche che a guiſa di grotte ſi immergevano profondamente dentro di eſſo. Queſto deſtro polmone era denſo e peſante, e zeppo internamente non di ſangue o catarro, ma di ſtrania materia che lo ingombrava. Il ſiniſtro polmone era lieve e ſecondo natura. Il cuore era floſcio, e del tutto privo di acqua il ſuo pericardio.

Per conoſcere la natura della malattia, che a queſto termine non più veduto menò, biſogna diſtinguere il ſuo corſo in tre tempi: che formano tre epoche diſtinte, e tre mali un dall'altro diverſi e differenti, quantunque da uno in altro paſſati.

Il primo tempo comprende il male che manifeſtavaſi con le perpetue ricorrenti moleſtie catarrali, alle quali ſtava congiunto uno ora più ora meno difficile, talvolta impedito, tranſito degli alimenti giù per l'eſofago.

Il ſecondo tempo comprende il breve ſuo corſo di un meſe per tutto il Gennajo 1791. quando dopo il ſenſo d'interna crepatura, mancò la voce, e inſorſe una toſſe, minacciante ſoffocazione pochi iſtanti dopo il cibo o la bevanda: la qual toſſe portava alla bocca materia catarrale pregna delle qualità del cibo poco prima ingollato.

Il terzo tempo comprende il breve corſo del male delli tre ultimi dì di vita dell' Inferma; quando inſorta una acutiſſima febbre ſoffocata morì.

L'affezion catarrale del primo periodo, e l'impedito tranſito degli alimenti per l'eſofago, io li derivo da una morboſa interna cagion ſola: cioè da un ingroſſamento della maggiore delle ghiandole bronchiali, la quale è ſituata alla prima diviſione della trachea arteria: morbo perciò appartenente alla trachea arteria propriamente e non all'eſofago. Il *Verejenio* (fu famoſo Anatomico al cominciamento di queſto ſecolo) fu il primo ad accorgerſi che ad ogni diviſione de' bronchi ſtanno delle ghiandole, maggiori e minori, ſecondo dai grandi rami in minori ſi va dividendo l'aſpera arteria dentro il polmone. Egli chiamò queſte ghiandole dal ſito che occupano ghiandole bronchiali. Ma gli Anatomici a lui poſteriori per onor dell'Inventore, vollero chiamarle Verejane. Nel ſito appunto dove ſta e giace la maggiore e prima di queſte ghiandole era l'apertura ed eroſione, che trovoſſi nella noſtra Donna dopo morte. E' dunque giuſto il congbietturare che queſta ghiandola ſegnatamente foſſe la offeſa nel primo male. L'oſtruzione di eſſa, il ſuo ingroſſamento, la ſua ſcirroſità producevano dapprincipio, e per lungo corſo di tempo dappoi, e le moleſtie catarrali, chiamato ivi maggior corſo di umori dal maggior peſo, dalla preſſione, o dallo ſtillare da eſſa di ſottile umore icoroſo ſtimolante qualche volta marcioſo per la imperfetta ſuppurazione di qualche parte di eſſa; e producevano altresì un'anguſtia all'eſofago in tal ſito, che facea nel tempo ſteſſo il difficile tranſito degli alimenti, che provava l'inferma unitamente alle moleſtie catarrali. Perciocchè non è biſogno di credere ſempre le ghiandole dell'eſofago inzeppate ed oſtrutte quando appare il difficile tranſito degli alimenti giù per l'eſofago al ventricolo. *Ippocrate* nominò queſto morbo come prodotto talvolta da luſſazione di vertebre, che fanno all'eſofago preſſione ſenza ſua leſion propria e particolare.

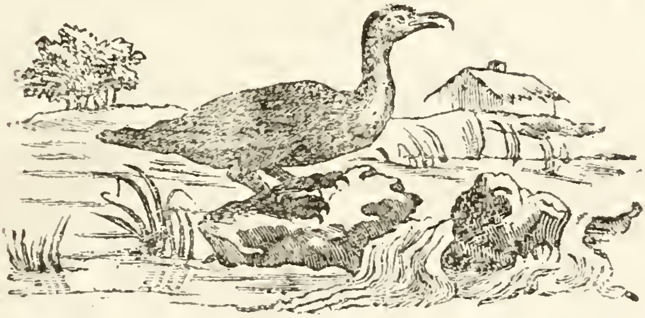
Or qual fu la cagion prima dell'ingroſſamento morboſo di queſta ghiandola? Non avendoſi ſcorte in queſta Donna ſtrume o altre concrezioni ghiandoloſe in altre parti, non è da derivarlo dalla qualità di umori groſſi ed oſtruttivi, nè da qualche foreſtiera infezione che affetta di figgerſi nelle ghiandole. Laonde io dubito che debba chiamarſene in colpa il di lei meſtiero, che fu di *farinata*: ch'è quanto dire ſempre occupata in menare e pigiare le paſte, in cribrare farine, in premere il torchio. La continua agitazione, preſſione e piegatura del corpo, con la ritenzione aſſidua del fiato, può aver pigiata ad ogni momento la gran ghiandola bronchiale, e fattala ingroſſare ed inſcirrire. Non s'è trovato ancora dagli induſtri Anatomici il condotto eſcretorio di queſta ghiandola: ma ſi può conghietturare che l'umore che ſepara, ſerva più toſto al polmone che all'eſofago: ſtantechè inferiormente ad ogni altra diviſione de' bronchi dentro la ſoſtanza del polmone ſi trovano ſimili ghiandole; le quali è certo che non appartengono e giovano all'eſofago. E ſe appartiene al polmone il condotto ſuo eſcretorio, per un'altra ragione può eſſere oſtrutto, e quindi ingroſſata la ghiandola: cioè per l'aria reſpirata ſempre zeppa ed ingombra di volatile farina. Ma io amo meglio di incolpare la cagion prima, o ſia la pigiatura di eſſa ghiandola, che l'oſtruzione per farina reſpirata, dal non aver veduto io frequente tal morbo in coloro che abitano dentro a' molini da farina dì e notte; e per averlo veduto più volte in altri Farinati: e ſegnatamente nel marito di queſta noſtra infelice Donna; benchè in queſto e negli altri non ſia pervenuto a traforare la trachea arteria e l'eſofago.

La toſſe ſoffocativa con la perdita di voce, e col rigurgito degli alimenti per la trachea arteria del ſecondo periodo, io la derivo dalla eroſione cancheroſa prodottaſi col tempo nella ghiandola inſcirrita, paſſata a conſumare col corpo della ghiandola il ſito ſteſſo dove era ſituata, ſino a traforare ivi la trachea arteria, ed il ſottopoſto anneſſo eſofago; come trovoſſi nel Cadavero. Di qui l'aria reſpirata, che dovea tornare al capo della trachea arteria nella eſpirazione per formare la voce, uſciva in vece dal gran foro dentro all'eſofago, e di quì al ventricolo, dove rimbombava inutilmente, ed era muta l'inferma. All'incontro gli alimenti che per la ſtrada loro uſata diſcendevano al ventricolo, ſi ſparpigliavano in parte dentro la ſteſſa morboſa apertura dell'eſofago e della trachea arteria; e ſi ſpargevano a riempiere inferiormente il polmone, in parte ſalendo ſuperiormente a dar ſegno della loro qualità con la moleſta toſſe ſoffocativa.

Sinchè nel terzo periodo, pieno zeppo il polmone deſtro, e qua e là irritato e corroſo dalla ſtrania materia, ſi formò la peripneumonia, che coll'apparato funeſto de' ſuoi ſintomi portò all'altra vita l'inferma: veggendoſi nel ſuo cadavero raccolta nel polmone deſtro e fuori di eſſo ſpanta la materia degli alimenti, in tutto ſimile a quella che trovoſſi dentro il ventricolo.

Non è da confonderſi queſto caſo con quello deſcritto dal *Boeravio*, col titolo: *atrocis nec prius deſcripti morbi Hiſtoria*, dove trovoſſi bensì una grande apertura all' imo eſofago, che traſmetteva la materia degli alimenti nel petto. Ma come che era in quello illeſa la trachea arteria, gli alimenti eſcivano al di fuori del polmone, e non dentro di eſſo: e però non era in quello la toſſe degli alimenti. Così fu pure di un Tiſico rammemorato dall'*Eiſtero* negli Atti de' Carioſi della Natura; *maxime mirabamur pulmonem ſiniſtrum inter & pleuram ubi non adhærebat, colluviem quamdam fuſcam, libram ſuperantem, & odoris medicamentoſi non ingrati, repertam fuiſſe. Cujus in originem cum inquirerem, vidimus tandem cum ſtupore in æſophago duos pollices ſupra diaphragma foramen pollicis latitudine, oris nigricantibus undique cinctum: per quod ſine dubio tanta liquoris copia in pectus effluxerat, qui aſſumtas ante obitum aquas cordiales re-*

dolebat. tom. 1. pag. 141. Che però è da dirſi il noſtro caſo nella Medica ſtoria ancora unico e ſolo. Intendo di dire non più oſſervato e deſcritto: perchè non dubito io punto, che altre volte non ſia intravenuto, non conoſciuto nè ſoſpettato dai Medici in tempo della malattia degli infermi, e quindi non rintracciato da eſſi ne' Cadaveri; nei quali non ſi rileva ſe non quando ſia appoſtatamente cercato ed indagato. E' nuovo queſto morbo, direbbe il *Tiſſotti*, non per mancanza di oſſervazioni, ma per difetto di Oſſervatori.



LETTERA

Del Sig. LEOPOLDO MARC-ANTONIO CALDANI

AL CHIARISSIMO

Sig. Dott. VERARDO ZEVIANI.

SOno ſcorſi omai ventiſei anni da che venne a queſta Città il famoſo *Ermafrodito Michele Anna Drouart* Parigino, (com' egli proteſtava di eſſere) di cui ce ne traſmiſe prima d'ogni altro la deſcrizione coll' aggiunta di opportune tavole il celebre Sig. *Morand*, Segretario perpetuo della reale Accademia di Chirurgia di Parigi. L'oſſervai io pure qui in Padova, in compagnia di dotti ed eruditi amici, fra li quali debbo nominare a cagion d'onore l'illuſtre Naturaliſta Sig. Ab. *Fortis*. E ſiccome, oltre alcune delle particolarità indicate dal Sig. *Morand* medeſimo, ve ne trovai dell'altre, non ſolo a lui sfuggite, ma sì bene ad altri Signori ugualmente celebri e ſperimentati, i quali eſaminarono lo ſteſſo *Michele*; così ho creduto che queſte mie oſſervazioni, e quelle che feci non molto tempo fu di un altro preteſo *Emafrodito*, poteſſero ſervire di argomento alla lunga lettera che a V. S. Illuſtriſs. invio, nella quale, in mezzo al paragone fra le Oſſervazioni del Sig. *Morand* e le mie, aveſſero qualche luogo alcune rifleſſioni intorno a quanto ſopra lo ſteſſo ſoggetto da chiariſſimi Scrittori fu pubblicato.

Oſſervò dunque il Sig. *Morand* una verga al luogo ſuo naturale (fig. 1.) guernita di comuni integumenti, fatta di due corpi cavernoſi, con ghianda non bucata e ſcoperta, avvegnachè non mancante di prepuzio, e di groſſezza uſuale sì alla baſe come alla punta. Una foſſetta (lett. *a*) ei ſcoperſe ſu queſta ghianda laddove eſſer ſuole l'apertura dell' uretra, che poteva naſcondere un grano di lenticchia: e a queſta foſſetta era quaſi continuo un ſolco, (lett. *b*) che ſtendendoſi dalla ghianda inferiormente ſino alla radice della verga, che avrebbe potuto ricevere la parte ſuperiore dell' uretra, ſe queſto canale non foſſe aſſolutamente mancato.

Ai lati di queſto ſolco ſorgevano due tenui porzioni di pelle raddoppiata, (lett. *cc*), che ſervendo di doppio freno alla ſteſſa verga, ed eſſendo di queſta più corti, la tenevano rivolta al baſſo. Nello ſtato di libidine diſtinguevaſi alcun poco il ſuo legamento ſoſpenſivo, e moſtravaſi allora tutto quel corpo lungo tre pollici e mezzo, ma due pollici ſoltanto quand'era vizzo.

Sbucciava quella ſimulata verga dall'angolo ſuperiore di una feſſura, compreſa da due groſſe labbra ornate di peli, più fitti a quella regione che diceſi *Monte di Venere*; onde queſte labbra, e la feſſura che le ſuperava, rappreſentavano eſattamente il ſeſſo femminile. Eſplorando col tatto le dette labbra diſtinſe manifeſtamente in ciaſcuno tre canali o cordoni, che parea ſi perdeſſero nella cute, e quindi una ſpezie di funicolo ſpermatico; ma non diſtinſe già i teſticoli: aggiugnendo, eſſer aſſai difficile, poſta una tale ſtruttura, che queſti foſſero rinchiuſi ancora nella cavità dell'addome.

Disgiunte le ſuddette labbra l'una dall'altra, al diſotto del membro, com'ei lo chiamò, e alla diſtanza di due pollici, trovò un'apertura ch'ei dice bislunga (lett. *d*) la quale ſomigliava all'orifizio di una vagina, priva però delle ninfe, e dell'imene. Era oltre a ciò l'apertura cotanto anguſta, che poteva paragonarſi all'orifizio della vagina di un feto femminino, venuto allora allora alla luce; e vi ſorgeva internamente e inferiormente un corpicciuolo (lett. *e*) carnoſo, molto roſſo della grandezza di un piſello.

Introduſſe il Chirurgo franceſe il dito mignolo nella detta apertura, e ſi avvide che il ſuo ſondo ſuperiore era fatto a volta; ma non s'incontrò in alcun foro o prominenza, che poteſſe prenderſi per la bocca dell'utero. Nè perciò è da dubitarſi, ei ſoggiugne, che non vi ſia più oltre un canale, più lungo della vagina; poichè vi cacciai per entro una candeletta, all'altezza di quattro pollici.

E nemmeno può metterſi in dubbio che l'uretra non iſtocchi dentro di queſto canale, avvegnachè il luogo dello ſtocco non poſſa con ſicurezza indicarſi. Congetturò non pertanto il Sig. *Morand*, che queſto luogo foſſe al fondo della vagina; perchè avendovi introdotto una tenta pel tratto di quaſi tre pollici, ſi vide allora uſcirne l'orina, e con tal groſſezza di filo, che quaſi uguagliava l'apertura della vagina medeſima. Quindi egli conchiuſe che l'uretra, incominciando ſubito al di là dell'apertura vaginale, aveſſe il naturale ſuo diametro ſino a tanto che alla veſcica perviene.

Finalmente notò il Sig. *Morand*, che quella regione, che diceſi *perinèo*, era eſteſa per lo ſpazio di un pollice e mezzo; la qual miſura, com'egli penſa, eccede la comune eſtenſione del perinèo femminino.

Qui l'autor franceſe termina la deſcrizione de' genitali di *Michele Drouart*. Indi dopo la ſpoſizione di alcune baje, che coſtui raccontava a tutti, ſoggiugne che ſe ſi conſidera in *Michele* un camminare da uomo, una ſimmetria di corpo ed una voce maſchile, una deciſa inclinazione per le donne, una ſpecie di barba al mento e al labbro ſuperiore: ſe ſi rifletté che non ha traccia di mammelle femminine; che gode di una robuſta ſanità, ſcevera ſpecialmente da que' morboſi fenomeni che precedono i ſangui, o ſeguono il rattenimento di queſti; ſe tutto ciò, ei dice, ſi conſidera attentamente, io ſono portato a credere che in eſſo manchi l'utero, e che il ſeſſo virile ſia quello che predomini.

In mezzo però a tutto queſto, oſſervando, ſcrive egli, in ogni parte una bizzarra meſcolanza di ambedue i ſeſſi; dacchè la pelvi è un poco più ampia di quanto convenga ad un giovinotto d'anni ſedici; ed una delle coſcie ſembra di maſchio, l'altra di femmina, ho creduto di dover contenermi dentro i limiti di un ſemplice oſſervatore: e ciò tanto più, che molti ragionamenti fatti ſu queſto propoſito non hanno ſparſo alcun raggio di luce ſu di una materia cotanto oſcura.

Sino a qui ho epilogata la memoria del Sig. *Morand*, la quale ſi legge negli atti dell'Accademia reale delle Scienze per l'anno 1750. Ora aggiugnerò le oſſervazioni mie ſullo ſteſſo ſoggetto; le quali mi obbligarono ad eſſere di opinione contraria a quella del dottiſſimo autor franceſe, dell'immortale amico Sig. *di Haller* (a) e forſe del celebre Sig.

(a) El. Phyſ. Tom. VII. Lib. XXVIII. §. XX. not. 5.

Arnaud (*a*); concioſſiachè paja che anche queſti ſottoſcrivaſi in appreſſo, ma tacitamente, all'opinione o congettura del Sig. *Morand*. Queſte oſſervazioni mi coſtrinſero non già a congetturare, ma a ſtabilire ſenza eſitanza, che *Michele Anna Drouart* è una femmina; la quale (per tutto quello almeno che eſteriormente compariva) non era differente dalle altre, che per una piuttoſto inſigne lunghezza e groſſezza della clitoride, come anche per qualche vizioſa conformazione all'oriſizio della vagina.

Ed in primo luogo aſſeriſco per eſami replicati, che in quell'età di anni 35 in 36 ne' quali io oſſervai la *Drouart*, la ghianda era più larga alla baſe (lett. *f* fig. I.) che alla punta (lett. *g*); che la corona di eſſa era aſſai più ampia di quello che, generalmente parlando, conveniva all'anguſtia del ſuo collo; e finalmente che neſſuna irritazione era capace di far sì, che la ſimulata verga ſi tendeſſe.

Se aveſſi preſtato fede a coſtei, avrei dovuto ripetere queſta impotenza, ch'eſſa diceva di ſoli quattro anni addietro, dall'abuſo venereo, ſpecialmente con giovinette cui ſi compiaceva di togliere il fiore della verginità. Bugía impertinente e paleſe, della quale io rimproverandola, fu coſtretta a diſdirſi; non eſſendo poſſibile un ſiffatto abuſo col mezzo di una parte, che da un doppio freno come da una briglia (Fig. II. lett. *i*) era obbligata, maſſime in caſo d'intuoneſcenza, a piegarſi in arco, coll'eſtremità rivolta inferiormente.

Era queſta clitoride lunga tre pollici di piede parigino, e groſſa un pollice un po creſcente. Non mi fu poſſibile il vedere, o il diſtinguere colle dita il legamento ſoſpenſivo, aſſerito dal Sig. *Morand*; naturalmente perchè quella non più ſi facea rigida; ed anche perchè la *Drouart* fattaſi adulta, e più pingue, il graſſo che attorniava quel legamento non permetteva che queſto ſi diſtingueſſe.

Del reſto quel ſolco (Fig. I. lett. *b*) limitato dalla cute un po riſaltante e raddoppiata, che dal Sig. *Morand* fu creduto capace di naſcondere porzione dell'uretra, ſe in ef-

---

(*a*) Mem. de Chir. Prem. Part. London. 1768.

ſetto queſto canale non foſſe mancato; quel ſolco, io diſſi, parevami una doccia ſcavata, per così dire, nel frenello, che quindi più manifeſtamente compariva doppio; ed i cui lembi non ſi univano già poco ſotto alla clitoride per ſepararſi poi di nuovo, come dimoſtrano alcune tavole *(a)* del lodato Sig. *Morand*; ma proſeguivano il loro cammino dall'alto al baſſo, ciaſcuno dal ſuo lato (Fig. I. lett. *cc*) ſino all'ingreſſo dall'antro virginale, ove andavano a perderſi. Si accoſtavano que' lembi fra di loro un poco oltre la propria origine, indi ſi allontanavano l'un dall'altro; aveano un colore roſſ-oſcuro, e compreſi fra le dita mi parve che foſſero di una ſoſtanza quaſi ſpugnoſa. Quindi è, ch'io ſoſpettai eſſere coſiffatti lembi (che ſpiegati inferiormente la già indicata briglia coſtituivano) ninfe informi, delle quali altrove non eſiſteva alcuna traccia. Un tal ſoſpetto parvemi anche confermato dalla figura della briglia ſteſſa, che a guiſa di falce, come rilevaſi dalla figura ſeconda, ſottoſtava alla clitoride, che tenea rivolta inferiormente. Producendoſi le ninfe non da un luogo ſolo del prepuzio di eſſa clitoride, come viene ſcritto comunemente, ma da due, ſiccome dirò più oltre, io penſo che ſtirate e ſpinte in fuori dal ſoverchio aumento della clitoride medeſima ſianſi trasformate in quella briglia; reſtando appena qualche traccia di eſſe in que' due lembi di cute riſaltante, che tante volte ho indicati.

Non mancai di eſplorare ancora le groſſe labbra, ma non potei diſtinguere li tre vaſi o canali componenti, ſecondo l'oſſervator franceſe, una ſpezie di funicello ſpermatico. Sentii veramente alcune inuguaglianze, quaſi tutte diſpoſte per lo lungo, e diſcendenti dalla ſciſſura addominale ſino alla piega o ſolco, che è fra la parte interna della coſcia, e i gran labbri: ma ſoſpettai che tali diſuguaglianze o foſſero globetti di pinguedine, o piuttoſto li vaſi del legamento rotondo dell'utero, forſe alquanto più ampj del ſolito. Aggiunſe peſo a queſto ſoſpetto l'indolenza della *Drouart*, malgrado un replicato eſame di quelle parti, neceſſario ad una minuta e diſtinta eſplorazione. Avrebbe potuto colei non ſentirſi molto addolorata, quando que' vaſi foſſero appartenuti ad un cordone ſpermatico?

(a) Fig. 2.

E poi, come poteva eſſervi coteſto funicello, e mancare il teſticolo che da lui pende? E' troppo manifeſto, che al teſticolo è attaccata una briglia, oſſia un governale, che ſi crede atto ad ajutare la diſceſa di quello dalla cavità dell'addome, dov'era prima rinchiuſo ed attorniato ſtrettamente dal peritonèo, ſiccome lo ſono molti altri viſceri, in un canaletto (fatto dallo ſteſſo peritonèo) che ſi ſpiega in una borſa, la quale diceſi *vaginale comune* (*a*). Ora in queſta diſceſa il teſticolo precede mai ſempre il ſunicolo ſpermatico propriamente detto. E diffatti veſtigio alcuno di vaſi ſpermatici nello ſcroto di coloro non ſi ritrova, ai quali non ſono per anche uſciti i teſticoli dall'addome. Per la qual coſa ſi ha ragione di maravigliarſi del fu Sig. le *Cat*, il quale (*b*) per opporſi all'Autore della memoria che qui ſi eſamina ſcriſſe (e lo ſteſſo fece il Sig. *Arnaud*) che la *Drouart* poteva avere li teſtimonj nel baſſo ventre. Diſſe quindi ſu queſto propoſito, ma con modi alquanto inurbani, proprj il più delle volte di perſone o nate dal ſango, o mal educate, il Sig. *Ferrein* (*c*) che nemmeno li più ignoranti poſſono immaginarſi, che le diſuguaglianze, le quali s'incontrano nelle gran labbra della *Drouart*, ſiano il cordone ſpermatico.

Ma cos'era quel corpicciuolo rotondo e carnoſo in apparenza, ſegnato colla lettera *e* della figura prima? Non

---

(*a*) Quì cadrebbe in acconcio di confermare con nuovi fatti cio che ſcriſſi nelle *Inſtitutiones Phyſiologicæ*, e ripetei ancora nelle *Anatomicæ Inſtitutiones*. Così è. La tonaca *vaginale comune* prodotta dal peritonico non ſi può aſſolutamente mettere in dubbio. Oltre quello che intorno ad eſſa ha ſcritto ultimamente anche il chiariſs. Sig. *Tumiati* P. P. di Anatomia in Ferrara nelle ſue *Ricerche anatomiche intorno alle vaginali dal teſticolo*, dove ſeppe ribattere modeſtamente alcuni attacchi ingiuſti ed incivili, che ſi leggono nel IV Volume di queſti atti accademici; l'anno ſcorſo 1792 fra li cadaveri che qui ſervirono alle anatomiche lezioni, uno ſe ne trovò che aveva una grand'ernia congenita di ominto. Fu veduto da tutti li giovani ſtudenti l'enorme ſacco evidentemente continuo al paritonio, dal cui fondo ſorgeva il teſticolo (ch'era a contatto dell'omento ſteatomatoſo) con il ſuo governale, e con porzione del funicolo ſpermatico. Conſervo queſto *pezzo patologico*, come ora ſi dice da più d'uno; e può vederſi da chiunque. Se avrò tempo che mi avanzi ne darò la deſcrizione e la tavola.

(*b*) *Arnaud* loc. cit.

(*c*) Memoir de l'Acad. des Sciences &c. An. 1767.

era già quello iſolato, per così dire, e confinato ſoltanto al luogo dove appariva. Se a quelli Autori chiariſſimi, che hanno eſaminato la *Drouart* foſſe caduto in penſiero d'introdurre una picciola ſpatoletta nella vagina, e premere a un lato il detto corpicciuolo, avrebbero veduto ch' eſſo era continuo a due lembi di cute interna riſaltante, e raddoppiata; i quali comprendendo una ſcanalatura, la cui eſtremità ſuperiore, o principio non poteva diſtinguerſi, in quel corpicciuolo papillare ſi terminavano. Sembrami che ſi potrebbe raſſomigliare quel doppio lembo dell'interna pelle a quello ſtrumento chirurgico, che chiamaſi *guida*: e, ſe non vi foſſe ſtata la detta ſcanalatura, ſi avrebbe potuto prendere agevolmente per una di quelle colonne della vagina, le quali terminando nell'*imene* (che nella *Drouart* era forſe confuſo ed inneſtato cogl' integumenti comuni) coſtituiſcono parte di ciò, che i veri Anatomici chiamano *caruncole mirtiformi*; riconoſciute impropriamente da qualcuno, come li ſoli avanzi dell' imene lacerato.

Ho detto che il principio di queſta ſcanalatura non poteva indicarſi: ma ſe vi è luogo a conghietture, e ſe dee preſtarſi fede alla ſteſſa *Drouart*, ſembra poterſi dire che conduceva all' orifizio dell' uretra: e ciò perchè dirigendo una tenta per queſto ſolco, quando quella innoltravaſi pel tratto di tre pollici, inchinandola un poco anteriormente, aſſeriva la Donna di ſentire degli ſtimoli di orinare. Queſta aſſerzione ſperar mi fece di penetrare colla tenta dentro della veſcica: ma la luſinga fu vana. Diſteſa in oltre ſupina la *Drouart*, eſpoſi ad una gran luce l'apertura della vagina, per oſſervare ſe qualche coſa aveſſe internamente protuberato, che aſſomigliar ſi poteſſe all' orifizio dell' uretra: ma per l'anguſtia del canale, ciò non fu poſſibile. Se non mi venne però fatto allora di giugnere a tanto, ebbi nondimeno per cotal modo a ſcoprire coſa, la quale per confeſſione del ſuppoſto *Ermafrodito*, che ne reſtò molto ſorpreſo, non era ſtata ſcoperta da altri.

Mi parve dunque di vedere dentro della vagina un ſottil ſetto, che nella giacitura ſupina della *Drouart*, dalla parte ſuperiore ſtendevaſi all' inferiore; che è quanto a dire, in ſito eretto, dall' anteriore alla poſteriore. Quindi, introdotto

dotto il dito mignolo della man deſtra, trovai una ſottile membranoſa tramezza, che ſteſa dall'alto al baſſo, la vagina divideva in due canali, cioè deſtro e ſiniſtro. Se poteſſi fidarmi intieramente dell'eſame fatto da un dito ſimile, aſſicurerei ſenza eſitanza, che queſti due canali ſono di un egual diametro, e che la tramezza inferiormente è diſpoſta a guiſa d'arco, con la concavità rivolta in baſſo; e dippiù, che queſto ſetto incomincia un pollice all'incirca al di ſopra dell'orifizio comune della vagina, il quale è molto più auguſto, che non è ſeparatamente ciaſcuno dei due indicati canali.

Sembravano anche queſti internamente liſcj, ſe ſi eccettua il deſtro ch'era occupato da quella piega prominente e ſolcata, che ho poc'anzi deſcritta; ſiccome pure da certe altre ineguaglianze, le quali potrebbero paragonarſi per qualche modo alle notiſſime rughe della vagina medeſima. Ma fra queſte inuguaglianze una ve n'era di molto notabile, perchè più rilevata e groſſa dell'altre, e ſituata nel parete anteriore della vagina deſtra in vicinanza del ſetto. Se, come diſſi, l'eſplorazione da me fatta col dito mignolo non poteſſe andar ſoggetta ad errore, francamente pronunzierei, che queſta prominenza è l'orifizio dell'uretra: e ciò con tanto maggior fondamento, quanto che, ſpignendo il dito contro la prominenza ſuddetta, lo ſtimolo di orinare eccitatoſi a quell'urto, obbligò la *Drouart* a prorompere nelle ſeguenti parole: *voila le trou du canal de l'urine*; il quale per conſeguenza era bene una coſa aſſai diverſa dall'orifizio della vagina, che fatto diſegnare dal Sig. *Arnaud (a)* non poco più alto del ſito ſuo naturale, di figura rotonda, e del diametro di una linea appena creſcente, fu da lui preſo pel foro dell'uretra.

Volli dirigere a quella parte una tenta, onde introdurla nella veſcica, ma non mi fu poſſibile. Feci lo ſteſſo tentativo a fine di rilevare la profondità delle due vagine, e non potei aſcendere colla tenta oltre li tre pollici ed altrettante linee. La Donna in un caſo e nell'altro riſpingeva la mia mano, proteſtando che ne provava dolore. Nè vi ſia chi ſi maravigli della difficoltà dell'impreſa, quando conſideri che queſte parti poteano eſſere ſoverchiamente irritate dal lungo eſame cui erano ſoggiaciute; e che in oltre trattavaſi di organi mal conformati. Conveniva dunque, maſſime nella ricerca dell'orifizio dell'uretra, andar tentone: e ſi noti bene che lo ſteſſo Sig. *Morand*, Chirurgo peritiſſimo quanto altri mai, per mero accidente incontrò colla ſonda l'orifizio di cui ſi parla. E ſe un uomo di tal perizia vi riuſcì a caſo, chi non ſarà preſo da maraviglia, leggendo nelle memorie de' chiariſſimi Signori le *Cat* e *Ferrein* (*a*) che ammendue videro l'uretra della *Drouart*? Ciò fece l'uno e l'altro col ritorcere i labbri della vulva all'infuori, e ſpignere addietro la pelle del perinèo, che limita poſteriormente l'orifizio della vagina. È da invidiarſi una tanta felicità: tanto più che il Sig. *Ferrein* aggiugne, che queſto orifizio era ſituato preciſamente a ſuo luogo tra le ninfe, ſiccome nell'altre donne; e che il diametro n'era naturale, come ſi riconoſceva dal getto dell'orina. E di ninfe parimente, poſte ai lati di queſt' orifizio medeſimo, avvegnachè più piccole, fa menzione il lodato Sig. le *Cat*. Quanto a me, ripeto ciò che diſſi poco prima; cioè o che mancavano le ninfe alla *Drouart*, o che piuttoſto erano que' lembi eſtenuati di cute, i quali comprendevano il ſolco notato colla lettera *b* della figura prima: ed aggiungo ancora, che non avrei potuto ritorcere le labbra già nominate, e meno poi a ſegno di roveſciare alcun poco all'infuori li groſſi e duri lembi dell'apertura vaginale ſenza addolorare moltiſſimo la paziente: e ciò tanto più, che trattavaſi di un foro aſſai anguſto.

(a) Inog. cit. Tav. XI. Fig. I. let. *e*.

Può dunque eſſere che in que' tempi, ne' quali i Signori *Ferrein* e le *Cat* oſſervarono queſto preteſo *Ermafrodito*, le gran labbra foſſero molto più eſtenuate e pieghevoli: ma non per queſto io avrei conchiuſo che l'orifizio dell'uretra aveva il naturale ſuo diametro; tra perchè io ſon di parere che di un tal diametro non ſiavi miſura determinata, come anche perchè ſe la *Drouart* non orinava allora altramente da quello che faceva, quand' io la viſitai, il filo dell' orina era tanto groſſo quanto l'apertura eſterna della

---

(*a*) Arnaud, e Memoir. de l'Accad. des Sciences luog. cit.

vagina; cioè quanto il dito mignolo di una delle mie mani, che mi ſembrano proporzionate alla mia corporatura preſſocchè atletica. Per la qual coſa non ſo comprendere come mai poteſſe deciderſi dal Sig. *Arnaud*, che l'apertura vaginale ſuddetta apparteneva ad un uretra maſchile, aperta nel perinèo fra la borſa diviſa in due; dacchè preſe per borſa o ſcroto così diviſo le due gran labbra della *Drouart*.

Del reſto quella porzione di cute che limita poſteriormente l'apertura della vagina, non ſolo era più groſſa del naturale, ma ſi avanzava anteriormente anche più del ſolito; d'onde poi moſtravaſi il perinèo molto eſteſo. Se ſi rifletta però che trattavaſi di un antro virginale, non ſi reſterà ſorpreſo di tanta eſtenſione, avvegnachè per introdurvi con più facilità il dito mignolo, che mi veniva ſtretto fortemente alla baſe, foſſe neceſſario diriggerlo obliquamente dal d'avanti al di dietro. Il Sig. *Ferrein* al contrario potè introdurvi il dito indice, che in lui non ſarà ſtato più voluminoſo del dito mio mignolo; altrimenti la donna che per poco ſotto queſte eſplorazioni moſtravaſi, non ſo ſe da vero o apparentemente, addolorata, non ne avrebbe permeſſa l'introduzione; non potendo io perſuadermi, che nell'intervallo di ſette anni, che ſcorſero tra l'ultima viſita del Sig. *Ferrein* e la mia, il detto orifizio ſiaſi riſtretto.

In mezzo a tale e sì aſpro eſame di queſte parti ſi notò qualche tumidezza ed incaleſcenza nelle gran labbra principalmente, che ben preſto ſvanirono: quindi interrogata la *Drouart* ſe per avventura provata aveſſe qualche piacevole ſenſazione, non ſeppe negarlo. Per la qual coſa chiedendole io ragione perchè aveſſe aſſerito il contrario al Sig. *Morand*, prontamente riſpoſe che ciò fece per ſola vergogna, eſſendo allora creduta un'innocente fanciulla, e tanto più, che oltre l'affettarne la ſembianza, ne portava ancora le veſti. Io però non ſaprei decidere a chi di noi abbia detto il vero. La femmina era aſſai ſcaltrita e ſagace; e, ſiccome riſeppi da alcuni amici i quali veduta l'avevano in Venezia, a forza di denaro la ſi faceva dire e diſdire a piacimento; così in tutto ciò che ho di lei inſino ad ora annunziato, e che dirò in appreſſo, non ho giammai preſtato cieca ſede alle ſue parole; ma ho voluto io ſteſſo aſſicurarmi di alcuni fatti col mezzo dell'oſſervazione.

Interrogata in appreſſo, ſe ſoggetta foſſe a meſtruali purgagioni, ed in qual età la prima volta le compariſſero, riſpoſe che ciò le avvenne all'età d'anni ventuno; al Sig. le *Cat* a quella di ventiſei, ed al Sig. *Ferrein* agli anni diciotto e mezzo in circa. Mi diſſe che fluivano ogni due meſi, durando per tre giorni, ed alla quantità a un dipreſſo di once ſei; che soffriva anticipatamente peſo a' lombi e dolori di teſta, i quali ſvanivano o al comparire de' ſangui, o con emorragia dalle narici, o con orine copioſe e cariche di peſanti ſedimenti. Al contrario, parlando col Sig. *Ferrein*, gli affermò che le duravano abbondanti per lo ſpazio di ſei dì, o in quel torno; e ciò pel corſo d'anni quattro: che dopo un tal tempo cominciarono in quella periodica eſcrezione delle anomalìe, e quindi degl'incomodi di ſalute, che finalmente ceſſarono quaſi del tutto, facendoſi vedere aſſai di rado ed in pochiſſima copia. Aggiunſe di più eſſere già ſcorſi otto meſi, prima dell'ultima viſita del Sig. *Ferrein*, che n'era priva, ſenza però riſentirſi di alcun danno nella propria ſanità. La qual coſa, s'era pur vera, non d'altronde dovea forſe ripeterſi che dal genere di vita affaticato che coſtei conduceva; paſſando da una Città, e da una Provincia nell'altra, onde procacciarſi il vitto col far moſtra di ſue vergogne ai curioſi.

E qui ſe alcuno ſi faceſſe ad interrogarmi, ſe dalla deſcrizione che ho data fin qui di queſto ſuppoſto *Ermafrodito*, poſſa conchiuderſi, ſiccome accennai da prima, ch'eſſo veramente appartiene al ſeſſo femminino contro l'opinione di un *Morand*, di un *Haller*, di un *Arnaud*, e di altri riſpettabili Autori; io lo prego di riflettere che forſe tali mutazioni ſi fecero nella *Drouart* mentre crebbe negli anni, le quali ſe aveſſero avuto luogo allor che fu viſitata da quelli, non li avrebbero, per quanto io penſo, condotti giammai a ſoſpettare ch'eſſa foſſe un maſchio mal organizzato.

Quindi è, che qualunque ſia il tempo in cui ebbe le ſue purghe la prima volta, queſte al certo la caratterizzano per una femmina, e moſtrano di più, contro l'opinione del Sig. *Morand*, che la *Drouart* non era mancante di utero.

E chi ſa, che la tramezza, o il ſetto della vagina ch'io vi ſcoperſi, non divida eſattamente queſto canale in due (ſiccome in fatti era diviſo ſino a dove col dito ſi potea giugnere) e che due non ſiano gli uteri, fors'anco uniti fra di loro, ciaſcuno de' quali corriſponda all'intiera vagina dalla ſua parte. La qual coſa, ſe foſſe, preſenterebbe una ſingolarità, che forſe dal ſolo Sig. *Littre* (*a*) fu oſſervata. Comunque ſia, vede ognuno, che queſto ſoſpetto mio non può convincerſi di falſo, nè confermarſi ſenza l'apertura del cadavere della *Drouart*, della quale per quanto ne abbia fatto cercare in molte Città dell'Italia, e di Oltramonti non ho potuto ſapere coſa ſia accaduto.

Ma ſe la comparſa de' ſuoi ſangui, dimoſtrando per una parte la preſenza dell'utero, ci aſſicurano ch'eſſa era una femmina, non mancavano dall'altra de' ſegni non equivoci che ciò confermavano. Oltre che aveva, quand'io la viſitai, le mammelle più tumide di quello che generalmente conveniſſe ad un uomo di quell'età e corporatura, erano poi anche queſte e morbide e coperte di pelle aſſai liſcia, con roſa grande e capezzolo corriſpondente. Il collo era rotondo, ſenza che nella parte anteriore ſporgeſſe ſuperiormente in fuori quella prominenza, che diceſi *pomo di Adamo*. L'addome era piuttoſto largo, maſſimamente alla regione degl'Ilj. Non ſi diſtinguevano prominenze di muſcoli, anche allora che queſti agivano, moſtrandoſi tutto il corpo quaſi per ogni dove rotondeggiato. Le coſcie erano l'una all'altra uguali in groſſezza ed in forma, ſiccome me ne aſſicurai con replicate miſure; e la pelle che le ricopriva era in ammendue, per quanto può giudicarſi coll'eſplorazione, di ugual teſſitura. Avevano le coſcie iſteſſe maggior groſſezza che non conviene, ſpecialmente in proporzione alle gambe, ch'erano anzi ſmunte, con pochiſſima ſura, e quaſi del pari groſſe ai malleoli che alle ginocchia, le quali erano rotonde, e inchinate l'una all'altra reciprocamente, come ſpeſſo nelle donne ſi oſſervano.

Quanto alla barba, la quale, ſecondo che n'è ſtato

(*a*) Memoir. de l'Acad. des Sciences 1705.

ſcritto da qualcuno, ornava la faccia della *Drouart*, io poſſo aſſicurare che le guancie erano guernite di pochiſſimi e tenuiſſimi peli: de' rariſſimi e parimente ſottili ve n'erano ſotto il mento, luogo che negli uomini ſuole per lo più abbondarne: la maggior copia rendevaſi al labbro ſuperiore, il quale nondimeno non ne era fornito per guiſa che giudicar ſi poteſſe eſſer quella barba maſchile. Tre ſoli peli ſpuntavano dalla cute che cuopre lo ſterno: ma ſe anche queſta ſuppoſta barba, e queſti peli foſſero ſtati più copioſi ed aſpri, doveva perciò dirſi che la *Drouart* era un maſchio? Quante non ſono le donne, che hanno una vera ed iſpida barba, e un irto pelo e copioſo fra l'una e l'altra mammella, e propagato ſino al pube? Non è la barba femminile, più o meno paleſe, coſa cotanto rara, quanto ſembrava di eſſerlo, almeno ſotto altri climi, ne' tempi più a noi rimoti; ſendo che il ſapiente vecchio di *Coo*, quaſi maravigliando, fece menzione di due donne, alle quali la barba era impenſatamente ſpuntata *(a)*. Deduſſe egli queſto fenomeno, a lui ſtrano, dalla ſoppreſſione de' fiori; cagione che non aveva tutto il ſuo luogo nella *Drouart*. E parmi che ſenza fondamento veruno quel fortunatiſſimo Padre della Medicina tal cagione aſſegnaſſe: imperocchè, ſe ai ſangui trattenuti la barba donneſca aſcriver ſi doveſſe, ſarebbe queſta molto più frequente che realmente è.

Egli è dunque baſtantemente chiaro, s'io non mi ſono groſſolanamente ingannato, che il preteſo *Ermafrodito*, di cui ſi tratta, era una vera femmina: ed è parimenti chiaro, che affine di conchiudere, che quel ſimulato inſtromento maſchile altro non era, che la clitoride prodotta e groſſa molto più del naturale, non dovea dirſi, ſiccome fece in caſo ſimile il Sig. *Ferrein*, *(b)* che mancava il frenello alla ghianda.

Queſta parte femminile ha pur eſſa il ſuo frenello: anzi lo ha doppio, perchè coſtituiſce una delle due origini che ha ciaſcuna delle due ninfe dalla ſua parte: coſa che, forſe non baſtevolmente oſſervata, ha introdotto ſu queſto

---

(a) De morb. popul. Lib. VI. Sect. VIII.

(b) Luog. cit.

propoſito degli errori nell'anotomia; avendo ſcritto alcuni che la clitoride ha il ſuo frenello come la ghianda virile; altri che ne è priva; ed altri recentemente, che non mi piace di nominare, non avendone nemmeno fatta menzione. Niuno di queſti inſegnamenti deve addottarſi; e ciò perchè le ninfe non ſolo ſi producono dai lati del prepuzio della clitoride (fig. III. let. *hh*); ma sì bene ancora dalla parte inferiore (lett. *l*) di eſſo prepuzio: d'onde poi ne naſce, che fra l'una e l'altra origine da ciaſcun lato ſi formi una ſpezie di picciola ſinuoſità bislunga (lett. *kk*) poco profonda, e più o meno occupata da una materia untuoſa dalle aggiacenti ſebacee glandule ſeparata. Ora le ninfe, colà dove ſi producono dalla parte inferiore del prepuzio ſervono evidentemente di freno alla clitoride ſteſſa, che per conſeguenza è fornita, ſiccome diſſi, di un doppio frenello; il quale nella *Drouart*, eſſendo aſſai groſſo, comprendeva la ſcanalatura tante volte indicata *(a)*.

Ma ſe per queſta ragione non potea dirſi che *Michele Anna Drouart* foſſe un maſchio, nemmeno dovea aſſerirſi ch' eravi in lui quella bizzarra meſcolanza di ammendue li ſeſſi, accennata dal Sig. *Morand*, ed in qualche modo ancora dal Sig. le *Cat*; il quale, onde forſe ſoſtenere queſta ſua congettura, dopo aver detto egli pure con gli altri, che poteva avere li teſticoli dentro l'addome, conchiuſe che la *Drouart* non era per verità un perfetto *Ermafrodito*; ma tale però, onde più degli altri tutti, che aveva veduti ſino allora, meritaſſe un cotal nome. Al contrario il *Bartolini (b)* deſcrive un *Ermafrodito*, che mi pare aſſai ſomigliante a quello di cui qui ſi parla; anzi con barba aſſai folta, e con orifizio di vagina più anguſto che nel noſtro non era; ma non pertanto lo giudicò ſaggiamente una femmina, che paſſata dalla Danimarca nella Pomerania, e dataſi in preda a' ſoldati, avvezzi a ſuperare molti oſtacoli, ne partì poi carica delle ſpoglie e de' doni, che diſpenſa comunemente una Venere impura.

Ora ſe la *Drouart* altro non era che una femmina non bene organizzata nelle parti della generazione, ſembrar potrebbe a qualcuno che foſſe coſtei, quale veramente fu deſcritta dal Sig. le *Cat*; cioè incapace di godere pienamente de' privilegi di alcuno delli due ſeſſi. Ma è ben altra coſa l'eſſer tale aſſolutamente, o l'eſſerlo (mi ſia permeſſa queſta eſpreſſione) *interinamente*. Se rieſcono atte agli uffizj del ſeſſo molte *imperforate*, ſiccome diceſi, togliendoſi in queſte coll'operazione l'oſtacolo, che impediva del pari l'unione col maſchio che l'uſcita de' sangùi, molto più a ragione, e con diſagio molto minore poteva la *Drouart*, divenir atta ai ſuddetti uffizj; dilatando cioè per poco l'oriſizio della vagina verſo il podice, laſciando anche intatta la clitoride, la quale pure, ove rieſca incomoda agli eſercizj di Venere, da più antichi Maeſtri, non che da moderni, fu intieramente reciſa.

(a) Vedi B. S. Albini Acad. Annot. Lib. IV. Tab. IV. Fig. I.
(b) Epiſt. Med. Centur. 3. epiſt. 94.

Queſta mia opinione ſi accorda con quella del Sig. *Hoin* (*a*); uno cioè di que' Chirurghi, che eſaminarono il medeſimo *Ermafrodito*. E credo bene, che niuno vorrà oppormi, che in coſtei ſarebbe ſtata inutile l'operazione, per ciò che aveva due vagine: imperocchè, chi ha conſultato gli Autori avrà letto, che la doppia vagina per niente ſi oppone alla poſſibile fecondità: ed anzi ſappiamo eſſerſi da taluno affermato e ſoſtenuto, avvegnachè ſenza fondamento, ſiccome dimoſtrano non pochi eſempi, che in queſta ſola circoſtanza può aver luogo la ſuperfetazione.

Io ſarei ſoverchiamente proliſſo, onde non vi ſarebbe luogo alla deſcrizione dell'altro preteſo *Ermafrodito*, ſe voleſſi qui apportar de' fatti, che le mie aſſerzioni confermano. Sono queſti baſtevolmente noti, ſiccome appunto (mi ſia permeſſa queſta picciola digreſſione) era notiſſimo ciò, che il lodato Sig. *Ferrein* poſe alla fine della ſua memoria ſu gli Ermafroditi; e ch'ei dice poter eſſer creduto un paradoſſo, avvegnachè non lo ſia: cioè, che ſe dalla maggior lunghezza della clitoride ſi doveſſe giudicare dello ſtato ermafroditico, ciaſcuna donna ſarebbe ſtata un tempo *Ermafrodito*: e ciò

(*a*) *Arnaud* luog. cit.

ciò perchè ne' primi meſi dello ſviluppo i feti umani femminini, tutti e poi tutti, hanno queſta parte cotanto prominente (egli attribuiſce poi queſta prominenza, e credo con qualche ragione, alle ſole ninfe) che gli aborti di queſti meſi tengonſi, e diconſi tutti promiſcuamente maſchj. Diſſi che tal coſa era già notiſſima; e quindi non doveva egli ſpacciare come coſa ſingolare e ſtrana, che niuno aveſſe mai fatto ſimile oſſervazione; perchè, parlando della clitoride, il *Ruiſchio* ce ne aveva avvertiti in più d'un luogo, come ognuno può aſſicurarſene conſultando il ſuo *Theſaurus* VI. n. 51. 54. ed anche il X. n. 82. Che ſe ſi tratti delle ninfe, non v'ha forſe perſona, che avendo oſſervato, anche di volo, i feti femminini maturi appena nati, non abbia veduto che in queſti ultimi tempi ancora, e non ſolamente ne' primi meſi dello ſviluppo, ſiccome pretende il Sig. *Ferrein*, le ninfe ſporgono molto in fuori dalle gran labbra, che le circondano.

Una ſol coſa aggiungo ſu queſto preteſo *Ermafrodito*, e poi fo toſtamente paſſaggio alla deſcrizione dell'altro. Si è veduto ſino a qui che la *Drouart* è ſtata viſitata, ed eſaminata da più celebri Oſſervatori; e che la maggior parte di queſti ſono di ſentimento diverſo. Cotal diverſità non dee recar maraviglia, ſpeſſo accadendo quaſi in tutte le coſe, che tante ſiano le opinioni quanti ſono gli Autori. E' da maravigliarſi piuttoſto che non ſi convenga ne' fatti: vogliomo dire in quelle coſe, che cadono ſotto l'eſame de' ſenſi. Imperocchè, a propoſito del ſoggetto in quiſtione, egli è manifeſto per le coſe dette, che non tutti hanno veduto allo ſteſſo modo. Ma d'onde tale e tanta diverſità? Forſe che le prime impreſſioni che ſi ricevono, ſpezialmente ſe ſiano ſtrane, ci conducono ſovente all'errore.

Quella clitoride, avvegnachè *imperforata*, atteſa la mole e la forma ſua, eccitò a prima viſta in alcuni l'idea maſchile; ed ecco che tutto allora ſembrò tagliato ſullo ſteſſo conio. Quindi ſi preſero da qualcuno le grandi labbra per uno ſcroto diviſo in due; l'orifizio di una paleſe vagina per quello di un uretra aperta viziosamente nel perinèo: ſi trovarono da altri nella ſoſtanza delle dette labbra li cordoni ſpermatici: altri finalmente congetturarono che i teſticoli poteſſero eſſere ancora rinchiuſi nell'addome ; e ſi dubitò grandemente della preſenza dell'utero. In altri rappreſentarono l'idea di femmina quelle groſſe labbra, ſimili eſattamente ad una natura di donna ; e toſto fu veduta l'uretra aperta al ſuo luogo naturale, avvegnachè ciò non foſſe ; ſi trovarono le ninfe ; non ſi dubitò dell'eſiſtenza della matrice ; ma ſi conchiuſe eſſere la *Drouart* inetta agli uffizj di Venere, così di un ſeſſo, come dell'altro. Quindi è avvenuto che le tavole pubblicate de' genitali di coſtei, ſiano diverſe ſecondo il diverſo giudizio, che di lei formarono gli Oſſervatori.

Ora ſe in coſe ſenſibili non ſono d'accordo gli Autori (ciò ſia detto di paſſaggio) perchè ſi dee, o piuttoſto ſi vuole da molti, che le ſole oſſervazioni ſi debbano valutare, e ſtimarſi ſopra ogni altra coſa ? Pochi ſon quelli a dì noſtri che non inculchino, eſſere neceſſario al progreſſo di alcune ſcienze accumulate de' fatti. Ma queſti fatti ſono poi eſſi tali, da non poterſi richiamare in dubbio? Furono eſſi raccolti da perſone imparziali? e ciò, ch'è più, atte a veder le coſe nel vero e naturale loro aſpetto ? Io non mi fermo qui a decidere queſte quiſtioni, le quali finalmente ad altro non tendono che a dimoſtrare, non doverſi il Filoſofo ciecamente fidare delle oſſervazioni. Quante di queſte ſe foſſero ben ponderate, e ſindacate a dovere, dalla claſſe che occupano ſarebbero meritamente sbandite, come di moltiſſime ſi è veduto accadere? Io non ſo bene, ſe uſciſſe dalla propria sfera quell'Accademico, che ſi accingeſſe a queſta impreſa ; e ſe fra le utilità, che il Pubblico ha diritto di attendere da una Società letteraria, annoverar debbaſi ancora la ſcoperta degli errori in genere di fatti ; de' quali errori ogni arte, ogni ſcienza, più o meno ne abbonda. Quanto men vaſta ſarebbe l'eſtenſione dello ſcibile, e quanto minore il numero delle viſioni! Ho veduto, non ſono molt'anni, un viaggiatore di una nazione illuminata far diſegnare alcuni ſaſſi de' Colli Padovani e Vicentini ſenza l'archetipo. Suggeriva egli al diſegnatore coſa doveſſe eſprimere in una parte o nell'altra del ſaſſo, al cui diſegno preſiedeva ; e mi pare di potere aſſerire, per l'eſame fatto di molte ſimili produzioni degl'indicati Colli, delle quali qui ſi trovano copioſe raccolte, che forſe que' ſaſſi non eſiſtono fuorchè nell'immaginazione di quel Viaggiatore.

E, per ritornare colà d'onde mi allontanai, ſe coloro che ne' tempi più rimoti, e ne' ſecoli ancora non molto da noi lontani, vedendo degl'infelici mal conformati negli organi genitali, gli aveſſero oſſervati a dovere, o foſſero ſtati capaci di fare un'eſatta oſſervazione; ſarebbero mai ſtate promulgate ſu gli Ermafroditi leggi cotanto contradditorie? Imperocchè non v'ha forſe chi non ſappia, che ſe gli Atenieſi li gettavano nel Mare, e li Romani nel Tevere; al contrario per un decreto di antico Sovrano (ſe non mente un iſtorico) furono abilitati al matrimonio, o con perſone di ſeſſo diverſo da quello che in eſſi predominava; o col previo giuramento di far uſo di uno ſolo dei due, ove l'uno non foſſe più caratterizzato dall'altro. Moltiſſimi altri eſempli potrei addurre, onde rilevare le triſte conſeguenze di alcune oſſervazioni mal fatte: ma baſterà quello dell'altro preteſo *Ermafrodito*, di cui ho promeſſo la deſcrizione.

Certa *Domenica Scappato*, d'anni 40. nata ne' ſobborghi di queſta Città, alta di ſtatura, di corpo aduſto, di color pallido, priva mai ſempre de' ſuoi tributi menſuali, ſi maritò, ſono ventitre anni, con giovine ſano e robuſto; ma ſcorſi diciotto meſi dalla celebrazione delle nozze, fu dal marito ſuo denunziata a queſto Foro Eccleſiaſtico, come inetta al matrimonio. Si comandò l'eſame della donna a due principali Chirurghi, li quali in appreſſo depoſero, che *la Scappato era un Ermafrodito di quella ſpezie, in cui predominava la parte virile; e che non potendoſi togliere la moſtruoſità co' preſidj dell'arte, era ſtata dal marito giuſtamente denunziata.*

In forza di queſta atteſtazione fu intanto comandata la ſola ſeparazione del letto, come qui ſi dice. Sdegnataſi la donna di queſto improvviſo ricorſo del marito, chieſe la reſtituzione della dote; ch'egli promiſe di rendere allora che foſſe deciſo nelle forme dell'invalidità del contratto matrimoniale. Quindi perchè queſta deciſione aveſſe finalmente luogo, fu commeſſa dal ſuddetto Foro una ſeconda viſita della *Scappato* non a me ſolamente, ma ſi bene ancora a due de' miei amici, paſſati poi fatalmente al numero de' più; Profeſſore l'uno di arte oſtetricia, e l'altro di chirurgia in queſta celebre Univerſità. Ecco pertanto ciò che unitamente oſſervammo.

L'aſpetto, e la voce, parevano di donna: non ſi oſſervò veſtigio alcuno di barba: le mammelle erano quaſi piane con picciola roſa, e con tenue capezzolo. Non ſi videro peli ſul petto, alle aſcelle, al podice, e pochiſſimi ne ſorgevano al pube; le cui oſſa, eſſendo molto prominenti, lo ſembravano anche più per ciò, che ſporgeva molto all'inſuori il monte di Venere. Le oſſa degl'Ilj ſuperiormente e ai lati erano rivolte un poco più eſteriormente, ſiccome nelle donne ſpeſſo ſi oſſerva; e tanto più, che inferiormente, alla ſede della cavità iſchiadica erano cacciate all'indentro più del dovere. Per la qual coſa le natiche, ſembrando piuttoſto eſtenuate, alcuno avrebbe forſe potuto prenderle per virili, ſe nella mole, ed eſtenſione di queſta regione del corpo umano, vi foſſe qualche determinata miſura. Le coſcie erano piuttoſto di poco volume, ma l'eſtremità inferiore di eſſe unitamente alla ſuperiore della gamba, formavano colla rotella un ginocchio grande e rotondo, come nelle donne d'ordinario ſi oſſerva.

Quando, giacendo ſupina, teneva le coſcie piuttoſto unite ſi vedevano le due gran labbra (Fig. IV. lett. *oo*) non molto tumide; ma però tali che rappreſentavano evidentemente una natura femminina, dal cui angolo ſuperiore pendeva una clitoride (lett. *p*) di naturale groſſezza, ma lunga due dita per traverſo. La ghianda n'era ſcoperta, fuori che alla corona, la quale aſcondevaſi ſotto di un prepuzio rugoſo (lett. *q*) con lembo un po riſaltante, e prolungato alla parte inferiore di queſta ghianda, dove compariva un doppio frenello di quà e di là: uno più interno, i cui lati (lett. *rr*) lunghi mezzo pollice, poco meno, univanſi toſto in un angolo (lett. *s*); l'altro frenello eſterno (lett. *tt*) e più grande, ſomigliava, tranne la picciolezza, alcun poco alle ninfe; ed eſtenuandoſi nel diſcendere, andava a perderſi nella parte interna del gran labbro corriſpondente.

Sopra l'angolo (lett. *s*) vedevaſi un ſolco di figura conica colla baſe in alto, compreſo dal frenello interno:

e ſotto il detto angolo una feſſura (lett. *u*) la quale era inferiormente occupata da una papilla roſſiccia (lett. *x*) come ſe foſſe carnoſa. A queſta feſſura, che ammetteva con iſtento l'apice del dito mignolo, riſpondevano due canali: l'uno al di ſopra della papilla che conduceva alla veſcica orinaria, ſiccome dimoſtrò l'orina che ne uſcì per una ſiringa introdottavi; l'altro ſotto di queſta ſteſſa papilla, che ricevette una groſſa tenta all'altezza di tre pollici, e non più; urtando quindi oltre in un corpo reſiſtente, che non permetteva una più alta eſplorazione. Del reſto queſto ſecondo orifizio era più ampio internamente che eſternamente: e ciò ſpezialmente perchè in queſto luogo veniva coperto in parte dalla cute, che uniſce inferiormente (in giacitura ſupina) le grandi labbra: cute che ſi avanzava molto all'innanzi, ed era apparentemente sì groſſa che rappreſentava nella ſuddetta giacitura una intumeſcenza ovale, ſiccome ſi è procurato d'indicare colla lettera *y*. Diſſi *apparentemente* groſſa queſta cute, perchè l'intumeſcenza ſvaniva quando la donna ſcoſtava una coſcia dall'altra: d'onde ſi rende manifeſto, che non era veramente groſſezza viziosa, ma piuttoſto un rilaſſo naturale di quella porzione di cute, che all'unirſi delle coſcie pendeva, per così dire, alcun poco dal perinèo.

Queſta ſincera deſcrizione conferma quanto diſſi poc'anzi: cioè, che anche gli uomini più ſperimentati non giudicano qualche volta rettamente delle coſe, che cadono ſotto de' ſenſi: e ciò perchè le vedono, ma non le oſſervano. Imperocchè qual parte virile predominava in queſto ſuppoſto *Ermafrodito*? Certamente che la clitoride di naturale groſſezza, e pendente ſoltanto due dita traſverſe dall'angolo ſuperiore delle gran labbra, non doveva prenderſi per una parte maſchile: e ciò ch'è peggio, per una moſtruoſità da non vincerſi dall'arte. Le ſole mammelle, atteſa maſſimamente la tenuità del capezzolo, ſembravano virili: ma come queſte furono neglette da quelli che fecero la prima viſita, giacchè nella depoſizione non ſe ne fa parola, quindi è, che la depoſizione medeſima rieſce tanto più ſtrana; e pare che ſolamente ſia ſtata ſuggerita dall'idea di maſchio, che ſi formarono alla prima viſta di una parte, che ha qualche ſomiglianza con una maſchile.

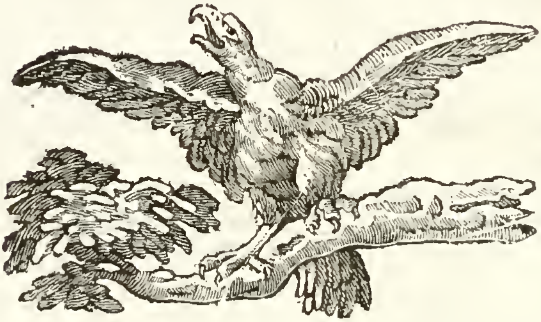
Noi al contrario, proteſtaſſimo di aver veduta, ed eſaminata colla maggior diligenza una donna mal conſormata nelle parti della generazione, e quindi *inetta ad unirſi con uomo nell' attuale coſtituzione de' ſuoi organi genitali:* condizione che da noi ſi aggiunſe, perchè forſe poteva aver luogo un taglio, prodotto da quella feſſura verſo il perinèo; fatto il quale avremmo potuto aſſicurarci dello ſtato della vagina, e dell' orifizio dell' utero, ſe pure non mancava la *Scappato* di queſto recipiente: dubbio che da qualcuno potrebbe crederſi non affatto privo di fondamento, atteſo che la donna non fu mai ſoggetta a meſtruali ſeparazioni; nè ha patito alcuni di quegl' incomodi, che ſi ſoffrono comunemente da quelle, le quali ſono, e ſi dicono propriamente oppilate.

E qui non poſſo a meno di confeſſare, come mi ſembraſſe difficile il combinare inſieme la robuſta ſanità della *Scappato*, di cui ne gode anche attualmente, coll' oppilazione. Quindi mi feci a chiederle, qual foſſe la copia e la qualità dell' altre naturali ſeparazioni; o ſe ad altre non comuni foſſe qualche volta ſoggetta; onde intendere ſe mai, per qualche provedimento della natura, quella ridondanza d' umori che coſtituiſce li ſangui uſciſſe per altra ſtrada. Nulla però potei ricavare che mi appagaſſe. Per altro, s' eſſa foſſe fornita veramente di utero, e quindi alcuno ſi faceſſe a chiedermi, per qual cagione non ſia ſoggetta alle ſue purgazioni, nè alle cattive conſeguenze di sì coſtante oppilazione, ſi potrebbe riſpondere: che probabilmente tale è la fabbrica e la coſtituzione de' vaſi di queſto viſcere nella perſona di cui ſi tratta, che o non può accumularſi in eſſi quella pienezza particolare, che dà origine ai fiori delle donne; o che tale e tanto denſa e robuſta ſi è la teſſitura dell' utero medeſimo, che non è capace di alcuna diſtenſione per un ruto tanto lieve, quanto ſarebbe quello di un ſangue ſcorrente per li canali uterini; o che finalmente, atteſa la pallida tinta della *Scappato*, queſta è dotata di ſolidi, incapaci di muovere il ſangue con quel momento d'impeto e di agitazione, che ſi ricerca a dilatare li canali arterioſi dell'utero. In ciaſcuno di queſti tre caſi mi pare che s'intenda, come conſervandoſi equilibrio fra la reſiſtenza de' ſolidi ed il moto del fluido portato dalle arterie nell'utero, e ricevuto dalle vene compagne, non poſſano aver luogo que' morboſi fenomeni, che d'ordinario accompagnano l'oppilazione.

Si potrebbe ancor ſoſpettare, che la mancanza dell'evacuazione periodica, ſia forſe compenſata da una copioſa perſpirazione. Ma un ſimile ſoſpetto, facile a deſtarſi nella mente di qualcuno, non è poi ugualmente facile a comprovarſi con ragioni plauſibili; trattandoſi ſpezialmente di una donna, che in mezzo alla ſua robuſtezza, e ad una vita affaticata, poco o nulla ha la pelle, per quanto eſſa proteſta, diſpoſta alla traſpirazione. Tuttavia non mi ſento tanto inclinato alle prime congetture propoſte, ch'io voglia eſcludere la maggior copia della perſpirazione inſenſibile dalle cagioni della robuſtezza e ſanità permanente in una femmina, che fu mai ſempre priva de' meſtruali ſuoi corſi.

Ed eccovi, ornatiſſimo Signore le oſſervazioni e rifleſſioni mie intorno a due preteſi Ermafroditi: il primo de' quali è aſſai celebre per la fama degli Autori che l'hanno oſſervato; pel merito dell'opere che di lui pubblicate furono; per la celebrità degli atti accademici, che ne fecero replicatamente menzione. Sembra chiaro, per le coſe eſpoſte, ch'eſſi appartengano evidentemente al ſeſſo femminino; e che altro non ſiano, ſiccome diſſi fin da principio, che mere e prette donne, con accreſcimento maggiore o minore di clitoride, ed anguſtia ſoverchia dell'orifizio della vagina, congiunto a qualche variazione di rito e di forma di alcune parti. Tale è, a mio credere, la maggior parte de' così detti Ermafroditi; e la loro claſſe ſarebbe forſe aſſai più copioſa ſe foſſero ſtati oſſervati ſenza prevenzione alcuna, e ſenza la ſtrana e ſtorta idea, o ſperanza di abbatterſi qualche volta in un ente animato della noſtra ſpezie, cui convenga un nome compoſto di quello di due Deità favoloſe. Queſt' idea, o ſperanza non è per anche eſtinta preſſo Autori di molta fama. Io però la ho perduta del tutto coſiffatta ſperanza; anzi, dirò meglio, dicendo il vero, non ne fui allettato giammai: ma ſe voleſſi recarne in mezzo le ragioni mi abuſerei della ſofferenza voſtra corteſe, ch' io già temo di avere protratta oltre que' confini, che non dovevano ſuperarſi da chi ſa quanto grandi ſiano le dotte ed utili occupazioni voſtre, e ſa nel tempo ſteſſo di eſſere con perfetta ſtima e riſpetto

Padova 20 Dicembre 1793.



RELAZIONE

Soc. Ital. T. VII. pag. 152

Fig. II

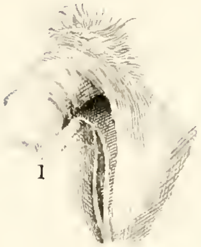
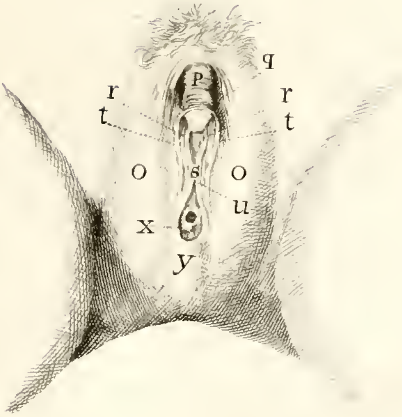


Fig. IV.


q
p
r
r
t
t
o
s
o
u
x
y

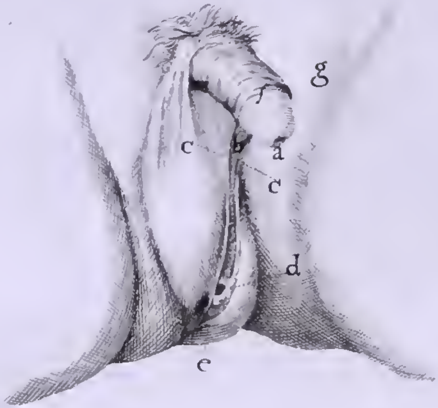


Fig I

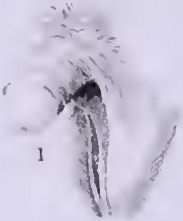


Fig. II

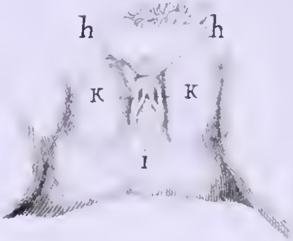


Fig. III

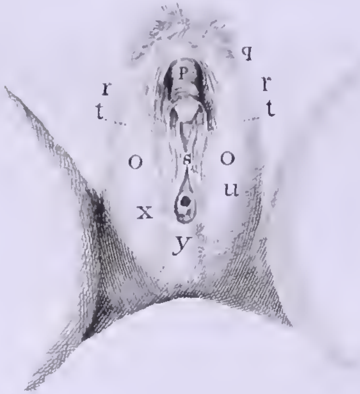


Fig IV.

q
r
r
p
t
t
o
s
o
u
x
y

Ant Buttafogo inc.

RELAZIONE

DI UN ARCO LUMINOSO OSSERVATO ADDI' 5 SETTEMBRE 1788

Dal Sig. Ab. CHIMINELLO

PRESENTATA

Dal Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO.

NEl Volume LXXX delle Tranſazioni Filoſofiche di Londra per il 1790. P. I. ſono date cinque relazioni da varj luoghi dell'Inghilterra d'un Arco luminoſo vedutoſi la notte dei 23-24 Febbrajo 1784, nelle quali relazioni vengono citati altri ſimili fenomeni oſſervati in altri anni e luoghi, nè ſi dubita punto di collocarli nella claſſe delle Aurore Boreali. Meritano perciò tali fenomeni di venire oſſervati, e regiſtrati nei monumenti delle Accademie, mentre i confronti, e le diſcuſſioni poſſono poi dare fondamento, come le altre oſſervazioni, a ſtabilirne la Teoria, e la vera ſpiegazione. Sicchè preſento con maggior coraggio la piccola oſſervazione di ſimil Arco fatta dal mio Socio Dott. *Chiminello*.

„ Nella ſera dei 5 di Settembre, dice, dell'anno 1788
„ trovandomi in Campagna preſſo Maroſtica, io vidi in
„ Cielo un vaghiſſimo Arco luminoſo. Partiva queſto Arco
„ ſecondo il mio aſpetto dall'Orizzonte di Greco-Levante;
„ paſſava per la Coſtellazione di Caſſiopea, vicino alla luci-
„ diſſima della Lira, e terminava all'Orizzonte in Ponente.
„ Queſto Fenomeno fu oſſervato da molti altri; da Baſſano
„ ſino a Sacile in Friuli per Levante, e nel Territorio pe-
„ demontano Vicentino per Ponente ſino a Valdagno, per
„ la longitudine almeno di ſeſſanta miglia, a Tramontana
„ poi da Maroſtica ſino ad Aſiago ne' ſette Comuni per lo
„ ſpazio di dieci miglia.

E' prima da notarſi, che nelle due ſere precedenti ſi vide Aurora Boreale ſimile alle comuni, tranquilla, non figurata, come fu l'Arco; ed è pur da notarſi, che quella giornata, come le due precedenti, fu caldiſſima, e che dopo il mezzo giorno dell'ultima parea diſponerſi un Temporale, la qual apparenza durò ſino al tramontare del Sole, e poi ſi diſſipò in un momento. Simile circoſtanza precedette quell'Aurora Boreale dei 13 Ottobre 1786, la quale diede quel globo di bianca luce belliſſimo da me deſcritto negli Opuſcoli di Milano P. IV. 1792.

Ora dopo la diſperſione delle nubi temporaleſche erano le ore 7, e minuti 20 della ſera (il crepuſcolo ſuſſiſtendo ancora molto chiaro perchè rinforzato dal lume della Luna, che era vicina al Primo Quarto) cominciò in Levante a diſpiegarſi una fiamma traſparente in forma di colonna di una luce rubiconda e tremula, come quella delle Aurore Boreali; avea piede in Greco, e in pochi minuti ſi elevò ſino quaſi alla Lira; era queſta colonna larga all'incirca quanto la via Lattea. Come poi crebbero le tenebre, crebbe anche il lume della colonna, ed io guardava in Tramontana e Maeſtro, ſe vi foſſe Aurora Boreale, ma in quella parte non vedeaſi altro chiarore, che quello del Crepuſcolo, e nel frammezzo niente di ſimile a quella colonna luminoſa ſi diſcerneva.

All'ore 7 minuti 50 tornando ad oſſervare, vidi che la colonna da Greco avea declinato ſino a Greco-Levante ſenza punto eſſerſi eſteſa in larghezza. In Settentrione già niente di roſſo; più toſto parea vederſi una tinta a Ponente in continuazione della colonna, la quale appunto pareva verſo colà prolungarſi, ed in fatti il ſuo gran chiarore diſtinto già oltrepaſſava il Meridiano.

Alle ore 8 il piede della colonna era quaſi in Levante, cioè Levante quarta Greco.

Alle ore 9, tramontata la Luna, ſcopriſſi in Ponente un roſſo molto più carico di quello che s'era veduto prima, e poco dopo videſi finalmente una compita faſcia, cioè un arco perfetto da Levante a Ponente, che terminava nell'Orizzonte d'ambe le parti. Paſſava, come diſſi, per Caſſiopea vicino alla Lira declinando un poco dal Zenit verſo il Polo.

La variazione della colonna a principio, e dell'arco in ſeguito, conſiſte ſolamente in un roſſo più e meno carico, che s'illanguidiva ſino a ſomigliare quello della via Lattea. Non vi furono altri colori, nè altre figure. La parte di Cielo verſo Tramontana-Maeſtro conſervò ſempre il ſolito ſuo colore quaſi naturale; e dico quaſi naturale, perchè il bianco che ſuſſeguita al Crepuſcolo, in quella parte veramente pareva più lucido del ſolito, non sò poi, ſe per prevenzione, o perchè realmente così foſſe. In qualunque modo non pare che vi aveſſe centro un' Aurora di quelle ſolite. L'arco luminoſo durò poi molte ore della notte: io ſtanco non potei vederne il fine, ma fummi detto, che ſparì ſenza aver cambiato ſito, e conſervando la ſteſſa figura ſino alla ſua totale eſtinzione.

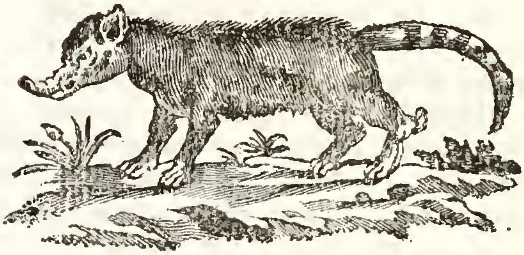
Della forma di queſto fenomeno io non poteva dubitare, pure per quella curioſità ſolita riſvegliarſi ad oggetto di riſcontro, pochi giorni dopo in Baſſano ricercai, ſe mai in quella ſera ſteſſa foſſe ſtata veduta una ſpecie di Aurora Boreale ſpiegata in arco ſenza piede a Tramontana, e fui aſſicurato dalli S. S. Conti Ruberti, eſſerſi appunto ſcorto il Fenomeno ſotto la ſteſſa forma; ſe non che il mezzo Arco di Levante pareva più luminoſo, e perciò fu giudicato il mezzo Arco di Ponente un rifleſſo del primo.

A Sacile fu notato nella ſteſſa ſera il Fenomeno ſotto altra forma. Là comparve prima una colonna luminoſa in Levante, come ho veduto io, la quale parve poi ſublimarſi, o prolungarſi ſino al Zenit, e finalmente diſcendere ſino in Ponente laſciando Levante, ed in Ponente poſarſi quaſi ferma e ſtazionaria, perſiſtendovi ſino a che ſparì affatto a notte ben avanzata. Si noti che Sacile, Baſſano, Maroſtica, e Valdagno ſono d'intorno nello ſteſſo parallelo, il che ſerve a ſpiegare, come la Meteora veduta da Sacile in forma di colonna poſſa eſſere ſtato lo ſteſſo Fenomeno, che fu veduto di quà in forma di Arco culminante.

In fatti Sacile vide prima un roſſo luminoſo in Levante, come noi, lo vide poſcia ſublimarſi, e diſcendere in Ponente, ed ivi fermarſi; ciò fa comprendere, che la Meteora realmente ebbe origine a Levante di là da Sacile; che poi ſublimata e diſceſa, riſpetto a Sacile reſtò a Ponente, ed a noi ſi fece culminante, e compreſe Maroſtica fra' ſuoi eſtremi. Da tutto queſto invero ſembra, che il Fenomeno abbia avuto un moto progreſſivo da Levante a Ponente, e che foſſe limitato ad una certa eſtenſione, benchè non breve.

Perchè poi in queſte relazioni non viene eſpreſſa l'ora preciſa, nè l'elevazione oſſervata del Fenomeno, nulla ſi può dire della ſua grandezza, nè della ſua diſtanza da Terra.

Che poi la Meteora foſſe del genere delle Aurore Boreali, credo che non poſſa dubitarſi; le circoſtanze precedenti, la vivezza, la traſparenza, il tremulo del lume lo comprovano abbaſtanza. Nè par difficile lo ſpiegare, come poteſſe il Fenomeno comparire in forma di Arco; perchè ſupponendo nell'aria a data altezza liſte, o getti di materia elettrica parellele all'Orizzonte, ſi ſa, che alla viſta debbono apparire piegate in Arco, come appariſce il Cielo ſteſſo, e l'Atmosfera. Che poi di tali diffuſioni di materia elettrica ve ne ſia, per una data diſpoſizione, nella Terra, e nell' aria, non è da dubitarſi, mentre ſi danno Aurore tanto Boreali, quanto Auſtrali, ed anche Zenitali, e intermediarie.



SOPRA LA COSTRUZIONE

DELLE CHIUSE PER LA DERIVAZIONE DE' CANALI REGOLATI

Del Sig. FRANCESCO BERNARDINO FERRARI.

PRESENTATA

Dal Sig. CAVALIERE LORGNA.

IL grande uſo, che ſi è ſempre fatto già da varj ſecoli delle acque qui nella noſtra Lombardía, e per la navigazione, e per la irrigazione, e il grande vantaggio, che da eſſo ne proviene, ha anche portato con ſe una certa neceſſità di penſare a quelli mezzi, che ce l'otteneſſero, e nel medeſimo tempo più certo, e più facile lo rendeſſero. E quindi poi ne è derivato, che la ſcienza idraulica ſi è tanto paleſata, e propagata praticamente con innumerevoli, e ſtupende opere, che io non eſiterei a dire, che nel ſolo Milaneſe ve ne ſiano tante, e tali, non ſolo da movere la invidia, e la curioſità agli eſtranei, ma ancora che poſſano baſtare a darci lume abbondante per la coſtruzione di ogni ſorta di opere idrauliche, ſenza avere biſogno di andare in lontani paeſi a cercarne gli eſempj.

La verità di queſta mia aſſerzione credo, che ſi vedrà in parte dichiarata in queſta mia diſſertazione, nella quale intendo di diſcorrere del modo di formare le chiuſe, che devono ſervire per derivare un'acquedotto regolato da un fiume, o da qualſiſia altro acquedotto maggiore: della qual coſa queſto Stato ce ne dà moltiſſimi eſempj, e luminoſi, che mi ſerviranno di guida, e di fondamento.

Se allorchè ſi vuole derivare un nuovo canale da un fiume ſi incontraſſe ſempre la circoſtanza, di avere il nuovo acquedotto una pendenza non minore di quella dell'altro, e proporzionata, oſſia adattata al loro riſpettivo corpo d'acqua dopo la ſeparazione, e il fiume foſſe veramente con fondo e rive ſtabili; ovvero ſe la pendenza del nuovo canale foſſe bensì minore, ma il fiume ſi manteneſſe ſempre fra le ſue ſponde ſtabili con un corpo d'acqua così alto, che coſtantemente vi riuſciſſe ſulla ſoglia del nuovo incile quella altezza d'acqua, che abbiſogna a formarne quella quantità, che ſi vuole derivare; allora con facilità, e con poco ſtudio ſe ne potrebbero fare le diverſioni; nè vi ſarebbe molto biſogno di fare e le chiuſe, e gli ſcaricatori, ed altre fabbriche di ſimil genere per ottenerne una derivazione ſicura. Queſto lo vediamo ſuccedere chiaramente in tante eſtrazioni, che ſi fanno dalli noſtri Naviglj, e dalla Muzza, ed altrove di grandi, e piccoli acquedotti per la irrigazione de' terreni; e più ancora lo poſſiamo vedere nel Naviglio Grande dove ſi dirama a formare l'altro Naviglio, che ſi chiama di Bereguardo, e nella derivazione dall' Adda dell' acquedotto di Vailate di contro a Vaprio, e dell'altro de' Signori Cremaſchi chiamato il Ritorto di contro Caſſano.

Ma ſimili circoſtanze ſi trovano di raro, maſſime per le derivazioni grandi; e perciò d'ordinario biſogna penſare a coſtruire qualche edifizio, che ne aſſicuri la eſtrazione col correggere, e moderare quelle altre circoſtanze, che ſono contrarie alla ſicurezza della ſteſſa derivazione. E ſiccome per avere una ſtabile derivazione è chiaro, che la maſſima principale, ſe pure non è la ſola, è quella di avere ſempre obbligata l'acqua del fiume ad entrare nel nuovo canale in quella altezza, che ſia ſufficiente al biſogno; così ſarà egualmente chiaro, che le opere da farſi dovranno eſſere di quella natura, e che introducano l'acqua nel nuovo canale nella biſognevole quantità, e che levino nel medeſimo tempo al fiume il modo di sfugire, e perdere queſto neceſſario legame. E perchè li principali impedimenti alle derivazioni ſono ordinariamente la maggiore pendenza nel fiume, che nel nuovo canale, e la poca altezza dell'acqua; perciò ſi fa ancora manifeſto, che uno ſcopo principale di quelle fabbriche debba eſſere di moderare la pendenza del fiume, e nello ſteſſo tempo di alzarne il ſuo corpo d'acqua in maniera che colla combinazione delle diverſe circoſtanze de' caſi, e degli effetti delle fabbriche ſi formi come un equilibrio tra il fiume, ed il canale di derivazione, per cui non poſſa ſuccedere, che ſia la derivazione nè in tutto, nè in parte abbandonata.

Tutto queſto ſi vede chiaramente come ſi ottiene col comune mezzo delle Chiuſe, o ſiano Peſcaje, o Stramazzi, come ſogliono chiamarſi da diverſi, le quali per loro proprio uffizio imbrigliano il fiume, e gli ſminuiſcono la pendenza, e gli alzano il letto, e l'acqua, e così l'obbligano a divertirſi dal ſuo corſo. Sarà dunque la coſtruzione di una chiuſa il principale ſcopo per la derivazione di nuovo acquedotto, quando ci manchino quelle circoſtanze favorevoli ſopraccennate, le quali ci permettano di farne ſenza.

Dall'uffizio, che deve ſare una chiuſa parmi, che facilmente ſi deducano le condizioni, che deve avere perchè ſia fatta bene: cioè ſarà ſituata, e diretta in maniera, che ſi introduca facilmente l'acqua del fiume nel nuovo canale, e nel medeſimo tempo ſi laſci sfogo per lo ſteſſo fiume alle acque ſoprabbondanti, ed avrà quella altezza, che baſti a levare al fiume tanta pendenza quanta ne abbiſogna, perchè il corſo dell'acqua ſi mantenga e nel nuovo condotto, e nel letto inferiore del fiume ſteſſo, e mantenga l'acqua ſulla ſoglia dell'incile in quella altezza, che ſi brama. E quindi ne viene, che per la coſtruzione di una chiuſa di queſto genere le coſe prime, e neceſſarie da conſiderarſi ſaranno la ſua altezza, la ſua ſituazione, e la ſua direzione.

Per determinare l'altezza di una chiuſa biſognerà prima di ogni coſa, che ſi fiſſi il livello della ſoglia dell'incile a quel ſegno, che le circoſtanze particolari del canale di derivazione ricercheranno, acciocchè queſto abbia la neceſſaria, ed adattata pendenza; indi ſi miſuri l'altezza, che avrà queſta ſoglia ſopra il fondo del fiume; a queſta altezza ſi aggiunga quella, che dovrà avere l'acqua nell'incile, e la ſomma ne determinerà l'orizzonte, a cui deve giungere l'altezza ricercata della chiuſa.

Qui però vi ſono varie coſe da conſiderarſi; e prima che alle volte può ſuccedere, che poſta quella altezza così calcolata, non poſſa poi la chiuſa ſabbricarſi così alta: come ſarebbe ſe il fiume aveſſe le rive troppo baſſe, ovvero foſſe troppo ſcarſo di pendenza, o per altre coſe ſimili, onde in queſti caſi biſognerà penſare ſe vi foſſe qualche mezzo di rimediarvi, o col portare più in su nel fiume la derivazione, oppure coll'arginare il fiume ſteſſo, ſe conviene alla ſpeſa, ed alla ſicurezza, oppure coll'abbaſſare la ſoglia dell'incile, anche a coſto di diminuire la pendenza del nuovo canale, abbenchè limitata, aſſoggettandoſi piuttoſto ad eſcavarne più di ſpeſſo il fondo, ed a levarne le depoſizioni, che perciò vi ſi faranno con più facilità, ovvero con abbaſſarne l'acqua, e procurare di averne il compenſo con una maggiore larghezza dell'incile, o con altri ripieghi, che il caſo particolare, e la induſtria potrebbero ſuggerire.

In ſecondo luogo biſogna conſiderare quale effetto poſſa produrre nel fiume, e ne' terreni vicini la chiuſa fabbricata in quella altezza. Imperciocchè, dovendo eſſa alzare ſuperiormente e il fondo del fiume, e l'acqua, può alle volte queſto alzamento eſſere altrimenti nocivo, o coll'alzarne di più le eſcreſcenze, e dilatarne gli ſpandimenti, o col formare delle ſorgive, e rendere paludoſi li terreni aſciutti; ovvero può facilitare al fiume l'aprirſi una nuova ſtrada altrove, e così deviare dal letto vecchio, ed abbandonare e la chiuſa, ed il nuovo acquedotto. Per queſto caſo, cioè del timore di deviazione, ſi può uſare il rimedio di tenere ben muniti, e guardati quelli luoghi, dove può temerſi, che il fiume poſſa aprirſi una nuova ſtrada: e così ſi fa anche con molto ſtipendio nel Fiume Teſino per tenerlo legato nel ſuo letto, ed obbligarlo ad entrare nel noſtro Naviglio Grande. Per gli altri caſi alcune volte, e in qualche parte poſſono ſervire gli sfogatori, e li paraporti coſtruiti in luoghi opportuni, e maſſime nella medeſima chiuſa, e li cavi, che ricevano le ſorgenti, e gli ſpandimenti, e le traſportino nel fiume al diſſotto della chiuſa, e ſimili altri provedimenti. Altre volte poi ſi dovranno adoperare gli ſteſſi altri ripieghi ſuperiormente accennati.

In terzo luogo è da conſiderarſi ancora, che quando il canale di derivazione non ha mai da aſſorbire tutta l'acqua del fiume, nè anche in tempo di ſcarſezza; ma ſolamente una parte, ed il reſto deve ſcaricarſi dalla ſommità della chiuſa, allora l'acqua nell'incile reſterà ſempre più alta non ſolo dell'orizzonte della creſta della chiuſa, ma ancora del pelo di quell'acqua, che vi paſſa ſopra la medeſima: e ciò quanto più l'incile ſarà all'in sù della chiuſa; Imperciocchè ognuno ſa come l'acqua s'inclini di ſuperficie, allorchè ſi accoſta ad una precipitoſa caduta. Prima dunque di ſtabilire l'altezza della chiuſa ſi avrà riguardo, e alla altezza dell'acqua che ſi ſcaricherà ſopra di eſſa, e a queſta inclinazione della ſua ſuperficie, nello ſpazio tra l'incile e la chiuſa, mentre ſi potrà queſta tenere di altretanto più baſſa.

Finalmente non ſi laſcerà di conſiderare e la direzione che ſi darà alla chiuſa, e il modo con cui dovrà fabbricarſi: come ſarebbe a dire, ſe deve chiudere affatto tutto il letto del fiume, ovvero ne debba laſciare una parte aperta, ovvero debba avere delle aperture, e de' tagli, per cui biſogni tenerla un po più alta, oppure debba formarſi tutta con porte da chiuderſi, ed aprirſi ſecondo il biſogno, e tante altre circoſtanze particolari, che non ſi poſſono numerare, e per le quali non ſi può regola alcuna dare; ma che però non ſi può ommettere di bene eſaminarle avanti determinare l'altezza della chiuſa.

Segue ora da dirſi della ſituazione della chiuſa, cioè del luogo, dove ſi debba collocarla, perchè meglio ottenga il ſuo effetto. Per lo che fare biſogna oſſervare, e conſiderare attentamente prima di tutto li limiti della diſtanza, fra li quali ſia lecito fare l'incile della nuova derivazione, mentre iñ queſto punto ſpeſſe volte non vi è alcuna libertà. Poi ſi oſſerverà la qualità, e l'andamento del fiume, vale a dire, ſe è ghiajoſo, e ſaſſoſo, oppure di ſemplice terra, ed arena; ſe ſoffre grandi piene, o no; ſe è contenuto da ſponde rette, o tortuoſe, ſode, o facili alla corroſione; ſe il letto ſia largo, o moltiplicato, o vago, ed incoſtante, ovvero riſtretto, e ſtabile, e ſimili coſe. Poi ancora ſi rifletterà ſe il nuovo canale non poſſa aſſolutamente ricevere altra acqua fuorchè la ſola biſognevole, o poco più; oppure ſe ſi poſſa aſſoggettare a ricevere ſenza alcun pericolo anche qualche eſcreſcenza, col darne poi l'opportuno ſcarico con sfogatori, o con altri mezzi. Con queſte oſſervazioni, e conſiderazioni, e ritenendo però ſempre come maſſima generale, che li canali regolati devono ſuggettarſi, meno che ſia poſſibile alle piene ed alle irruzioni, nel mentre che il corſo dell' acqua vi deve eſſere ſicuro, e coſtante, parmi, che non ſarà difficile il trovare dove ſi abbia a collocare la chiuſa perchè ottenga il migliore effetto.

Quindi dirò come ſi deve sfuggire quanto ſi può di collocare la chiuſa al di ſotto, e vicino ad una caduta precipitoſa del fiume: fuorichè queſta non venga levata dalla chiuſa ſteſſa, perchè eſſa reſterebbe troppo ſoggetta alla violenza dell' acqua; Poi come biſogna ſcegliere un luogo dove il fiume reſta più regolare e coſtante, ed ha le ſponde più alte e ſtabili; e così dove meglio ſi poſſano le piene sfogare o ſopra la chiuſa, o per mezzo di ſcaricatori; e perciò ſarà bene ſtabilirla nella ſezione più larga: avuto però il debito riguardo alle altre condizioni neceſſarie. E queſto ſi procurerà tanto più di fare, quanto maggiore ſarà la derivazione, ed intereſſante, ed il fiume ſarà più ſoggetto alle piene, e queſte più grandi.

Ma con tutto queſto ſi sfuggirà anche al contrario di fabbricare la chiuſa, dove il fiume abbia l' alveo di una larghezza eceſſiva, o irregolare, o ſia inſtabile e vagante; mentre in queſti caſi o ſi accreſce la ſpeſa, ed il riſchio inutilmente, o non potreſſimo mai eſſere certi di imbrigliare il fiume, ed obbligarlo coſtantemente a diramarſi nel nuovo condotto. Che ſe le circoſtanze non ci permetteſſero di piantare la chiuſa in altro luogo migliore, allora biſognerà, ſenza penſare a riſparmio, prendere un ripiego di fabbricare la chiuſa molto lunga, e anche di incanalare il fiume ſuperiormente alla medeſima, e formarvi un letto regolare e ſtabile, o colla ſcavazione, o con arginature ſode, o con altre operazioni.

Ancora biſognerà fabbricare la chiuſa dove il fiume non abbia un riſvolto tale, che con troppa violenza non debba poi inclinarſi verſo il nuovo canale, ed inveſtirlo, ovvero al contrario la chiuſa troppo difficilmente ve lo poſſa avviare. Imperciocchè nel primo caſo, oltre il continuo urto, e troppo grande ſi introdurrebbero anche nel nuovo canale le piene ſenza ritegno, e ne ſeguirebbero neceſſariamente ſconcerti, e ruvine; e nel ſecondo caſo il nuovo canale con grande facilità mancherebbe della ſua neceſſaria acqua, e il corſo del fiume dovrebbe in altro luogo irregolare rivolgerſi con danno e della chiuſa, e delli terreni adjacenti, e del canale ſteſſo.

Si procurerà ancora di ſituarla dove le rive ſono più ſtabili, e regolari, e meno ſoggette alla corroſione; acciocchè il fiume abbia minore facilità di abbandonarla. E ſe non ſi ritrovaſſero di tal ſorta, biſognerà munirle con qualche fabbrica, che le renda tali per tutto quello ſpazio, dove il fiume può corroderle, e deviarſi.

Così pure non ſi fabbricherà la chiuſa, dove il fiume è diviſo in più rami; ma bensì o ſuperiormente alla diviſione, o dopo la riunione di tutti li rami; Perocchè ſarebbe inevitabile, che rialzandoſi per opera della chiuſa, anche di pochiſſimo il letto del fiume, e raffrenandoſi il corſo, e rialzandoſi l'acqua in un ramo, tutto il fiume ſi inſtradaſſe per un'altra parte, ed abbandonaſſe e la nuova chiuſa, ed il nuovo acquedotto. E quì nel caſo di neceſſità di fare diverſamente io non vi vedo altro conſiglio, che quello di chiudere li rami, ed obbligare tutto il fiume a ſcorrere in quel ſolo, che ci conviene.

Rimane ora da dirſi della direzione, che deve avere la chiuſa; dove prima biſogna fare le ſteſſe oſſervazioni, e le ſteſſe rifleſſioni, che abbiamo detto doverſi fare e per l'altezza, e per il luogo; perchè ſecondo la diverſità delle circoſtanze deve anche la direzione della chiuſa eſſere diverſa. E' vero che ſembra, che comunemente ſi vogliano le chiuſe dirette obbliquamente contro la corrente con poca diſtinzione de' caſi; e queſto, ſe non m'inganno, è perchè ſolo ſi conſidera, che ſempre lo ſcopo della chiuſa è di introdurre l'acqua nel canale di erogazione, ſenza poi riflettere, che con quanta maggiore facilità vi ſi introduce l'acqua, con eguale ancora vi ſi introducono poi le piene, che lo ſconcertano, ed arrecano grandiſſime difficoltà; onde ſiamo coſtretti a fabbricare tante ſorti di diverſivi e in qualità, e in numero ſempre maggiori, quanto più ſono grandi e il fiume emittente, ed il canale derivato. Ma ſiccome io ſono d'avviſo, che la maſſima principale da averſi di mira non ſia quella di ſemplicemente ottenere la maggiore, e più facile introduzione; bensì quella di avere aſſieme e la maggiore, e la più facile introduzione, e la più ſicura colla maggiore privazione poſſibile delle acque ſuperflue: mi ſembra baſtevolmente chiaro, che la direzione della chiuſa dovrà variarſi ſecondo le diverſe circoſtanze delli luoghi, e delli fiumi, e degli acquedotti che ſi vogliono fare.

Se il fiume corre in una pianura eſteſa con ſponde baſſe, o incoſtanti, e corrodibili; vale a dire, ſe il fiume non può avere un letto ſtabile, ed inalterabile, non vi è dubbio, che allora per farvi una diverſione ſtabile converrà formare la chiuſa, che vada dolcemente a prendere la corrente con angolo obbliquo, acciò l'acqua ſi introduca con certezza nel nuovo condotto. Imperciocchè la maggiore pendenza del fiume, e la ſua facilità allo ſviamento fanno, che ſempre il corſo delle ſue acque inclini più ad aprirſi la ſtrada verſo il letto vecchio, che verſo la nuova forzata eſtrazione; Onde ſe queſto ſuo corſo non viene preſo colla maggiore dolcezza, ed inſtradato colla maggiore facilità poſſibile nel nuovo canale, facilmente ſi devierà da queſto, e lo laſcerà privo d'acqua.

Quindi ne viene, che quanto più ſi oſſerverà avere il fiume e mezzi, e ſtrade, ed inclinazione per allontanarſi dal nuovo incile, tanto più obbliqua biſognerà tenere la chiuſa, ed allungarla all'insù a prendere, e rinchiudere più dolcemente il corſo dell'acqua. Che anzi alle volte, e maſſimamente per li canali grandioſi ciò non baſterà, e vi abbiſogneranno altre opere, ed altri ripari diſtaccati nel fiume, per tenere ſempre obbligate le ſue acque ad entrare nel nuovo canale. E così ſuccede nell'Adda per obbligarla ad entrare nel canale della Muzza, e molto più eſteſamente ſi vede nel Teſino per obbligarlo ad entrare nel Naviglio Grande, dove oltre una lunghiſſima chiuſa, che con grande obbliquità chiude tutto il letto del fiume, riſabbricata di nuovo verſo l'anno 1585 col parere de' due celebri noſtri Architetti *Meda*, e *Baſſi*, ſempre ſi ſono mantenute, e coſtruite nuove fabbriche, e ſe ne fanno ancora ſuperiormente alla chiuſa neceſſarie per conſervare l'acqua nel Naviglio.

Il medeſimo ſi dirà quando il fiume ſarà ſcarſo d'acqua, e non ne avrà che il biſognevole per la nuova derivazione; mentre allora conviene colla chiuſa l'andamento del fiume talmente aſſecondare, che piuttoſto ſembri una nuova ſponda, oſſia un argine, che una chiuſa, e il nuovo condotto ſembri la continuazione del fiume ſteſſo, come vediamo eſſere tante chiuſe ne' noſtri fiumi Lambro, ed Olona, ed altri di ſimile natura.

Al contrario dove ſaranno minori li pericoli, che il fiume poſſa allontanarſi dal nuovo incile, e quanto ſarà maggiore il corpo d'acqua di eſſo ſopra il biſogno della derivazione, minore a proporzione potrà eſſere l'obbliquità della chiuſa, fino anche ad eſſere meſſa in angolo retto. Imperciocchè in queſto modo ſi aſſicura l'acqua nel nuovo canale col alzarla nel fiume emittente, ed eſtraendola quaſi come da un lago, o vaſo, e nel medeſimo tempo ſi dà un maggiore adito, e più facile alle piene di sfogare per il letto del fiume ſopra la chiuſa, e meno di entrare nel canale di derivazione. Così la chiuſa nel fiume Adda a Trezzo, che ſerve per l'altro noſtro Naviglio, chiamato della Marteſana, è meno obbliqua, che quella per la Muzza, e ancora molto meno obbliqua di quella nel Teſino per il Naviglio grande; nè ivi vi è alcun biſogno di altre ſabbriche, eſſendo il fiume contenuto da ſponde alte, e ſode. Similmente tante chiuſe nella Muzza, ed in altri noſtri canali, le quali ſervono per la derivazione di grandi acquedotti, ſono tutte ſabbricate ad angolo retto. E normale pure coſtruſſe il noſtro *Meda* verſo la fine del ſecolo decimoſeſto la grandioſa chiuſa, per formare il celebre canale navigabile di Paderno, che abbenchè architettato con ſtupenda invenzione, incontrò tante disgrazie, e diſavventure, e che finalmente queſti ſcorſi anni con nuovo diſegno fu ripigliato da capo, e ridotto alla ſua perfezione.

Ma diverſamente ſi dovrà dire della chiuſa di Caſalecchio, la quale ſerve per cavare dal Reno il Naviglio di Bologna, la quale anch'eſſa fu ſabbricata ſi può dire normale alla corrente del fiume; ma non eſſendo ivi il Reno tanto profondamente incaſſato, che non abbia a ſpanderſi; ed ancora correndo in ghiaja, e perciò incoſtante, e moltiſſime volte ſcarſo d'acqua; ne avviene, che ora dirige il ſuo corſo da una parte, ed ora da un'altra, ed ora unito in un ſol ramo, ed ora diviſo in più, e così inveſte la chiuſa ſotto angoli diverſi; onde per inviare l'acqua nell'incile del

Naviglio vi ſi devono di ſpeſſo coſtruire ſuperiormente altre opere, le quali ſi riſparmierebbero ſe la chiuſa foſſe più inclinata.

Spiegati così queſti tre punti principali, ed univerſali da eſaminarſi per la coſtruzione delle chiuſe, paſſeremo ad alcuni altri punti particolari, che vengono da conſiderarſi dopo, che ſi ſia ſtabilito ciò che riſguarda gli ſteſſi punti principali. E prima rifletterò, che tanti di quelli, li quali hanno parlato intorno le chiuſe per la derivazione de' canali regolati pare, che vogliano il piano ſuperiore della chiuſa non orizzontale, ma oltre il dover pendere verſo la caduta, debba anco abbaſſarſi verſo la parte della derivazione, perchè così dovrà la corrente del fiume più da queſta parte, che dall' altra tenerſi, e perciò eſſere più ſicuro l' ingreſſo dell' acqua nel nuovo canale.

Io però, quantunque non voglia aſſerire per falſa quequeſta regola, o ſempre inutile, dirò ſolo, che non mi pare da riguardarſi come eſſenziale, ed inalterabile. Imperciocchè oſſervo primieramente, che la inclinazione del ciglio della chiuſa verſo un lato fa, che cada dalla medeſima una maggior copia d' acqua, e più unita, e più di ſpeſſo in una ſol parte, e così queſta ſoffra poi più ſenſibilmente il danno non ſolo quel piccolo dello sfregamento, e della corroſione; ma anche il riguardevole della percoſſa, e dello ſcavamento al piede della caduta, e ſempre maggiore quando la chiuſa è più alta; e quindi poi anche una maggiore corroſione della ſponda inferiore del fiume, e del ſuo fondo: la qual coſa vuole eſſere diligentemente avvertita. Laddove ſe il ciglio della chiuſa è tutto orizzontale, l' acqua ſi ſcarica egualmente per tutta la lunghezza della chiuſa, e ſu di tutta egualmente ne viene ripartito quel poco danno, o quel molto, che ne deve ſoffrire; e perciò meno ſenſibile ne deve riuſcire.

In ſecondo luogo rifletto, che la chiuſa deve avere eſſenzialmente quella altezza in ogni ſua parte, che baſti a ſoſtenere in tutti li tempi l' acqua a quel ſegno, che abbiſogna alla derivazione, e deve eſſere in quella ſituazione, e con quella direzione, che coſtantemente invii, e mantenga l' acqua nel nuovo canale; onde non vi vedo, come ſia di profitto quel corſo ſuperficiale dell' acqua prodotto dalla inclinazione del piano ſuperiore della chiuſa, il quale poi non può in alcun modo operare ſul fondo, eſſendo impedito dall' oſtacolo della chiuſa ſteſſa, come dovrebbe eſſere, perchè poteſſe maggiormente tenerſi il corſo del fiume vicino all' incile; e ſe di già vi ſi deve eſſere proviſto abbaſtanza.

Oſſervo finalmente, che ſe queſta depreſſione della chiuſa verſo la derivazione, apportaſſe anche veramente il benefizio di una più facile, e certa introduzione dell' acqua nel canale di derivazione, porta anche ſempre con ſe il difetto di tenere più vicino all' incile il maggior corſo, e la maggiore altezza delle piene; e per conſeguenza di rendere maggiore, e più facile l' ingreſſo delle ſteſſe nel canale di derivazione: coſa, che ſempre deveſi al contrario più che ſia poſſibile diminuire, ſe non poſſiamo del tutto ſchivarla.

Per la qual coſa io non eſiterei punto a operare tutto al roveſcio, cioè a tenere la chiuſa più baſſa alla parte oppoſta, e queſto lo farei con maggiore ſiducia, ſe il fiume foſſe ſoggetto a piene grandi, e quando la chiuſa foſſe molto obbliqua, e per conſeguenza di molta lunghezza, e maſſimamente poi ſe foſſe anche non tanto alta; mentre così ſenza pericolo ſi ſcaricherebbero le piene più preſto, e più lontano dalla derivazione, e meno ſe ne introdurrebbero in queſta. E così è fabbricata la grande chiuſa nel Teſino per la derivazione del noſtro Naviglio Grande con quel buoniſſimo effetto, che a tutti è noto.

Anzi per ottenere via più l' intento di ſcaricare le eſcreſcenze, e le acque ſovrabbondanti, lontano dall' incile alla eſtremità oppoſta della chiuſa, vi ſi è formata una grande apertura capace per fino di dare il paſſo alle barche più grandi, che navigano ſul Teſino, dalla quale ſi ſcarica una grandiſſima parte delle eſcreſcenze con chiariſſimo ſollievo del canale di erogazione, e la quale poi in tempo di ſcarſezza d' acque con facilità ſi ſuole chiudere con legni, e faſcine: coſa però che avviene di raro, conducendo d' ordinario il fiume una quantità d' acqua maggiore di quella, che abbiſogni al Naviglio. Lo ſteſſo sfogatore alla parte oppoſta ſi è fatto pure nelle chiuſe ſull' Adda, per la derivazione degli altri due Navigli della Marteſana, e di Paderno, e del canale della Muzza.

Ma qui biſogna però riflettere, che ſe è un bene lo ſcaricare le piene più diſcoſto dall'incile, non può negarſi ancora, che il deſcritto mezzo produca un nuovo incomodo, il quale è quello, che dovendo così il fiume avere il corſo maggiore alla parte oppoſta, ivi pure dovrà tenere più ſcavato il ſondo, e in vece tenerlo più alto alla parte dell'incile: la qual coſa è molto nociva. Ma a queſto con facilità, e con altro mezzo eguale ſi può rimediare, come ſi è fatto per li noſtri Navigli, cioè col fare nella chiuſa medeſima vicino alla imboccatura della derivazione un'altra apertura, per la quale continuamente ſi ſcarichi l' acqua come da uno ſcaricatore, che ugualmente ſi chiude in tempo di ſcarſezza, e ſi tiene aperta negli altri tempi.

Anzi queſta apertura ſi può uſare per un'altro particolare profitto, come ſi uſano quelle fatte per li Navigli di Paderno, e della Marteſana, cioè per mulini, che lavorano continuamente, e con grande facilità; mentre eſſendovi nell' Adda una copia d'acque maggiore di quanto ne abbiſogna alli Navigli, di continuo vi ſi ſcarica l'acqua con molta caduta, per cui ſi rende molto veloce il ſuo corſo anche ſuperiormente, e ſi tiene il fondo ſcavato vicino all'incile, e ſi ſmaltiſcono in abbondanza la ghiaja, e quelle altre materie, che diverſamente s'introdurrebbero nell'alveo di derivazione.

Al Naviglio grande però, non ſi è potuto trarne queſto profitto di uſare queſta apertura per mulini; imperciocchè e la ſua ſituazione la rendeva troppo incomoda per un tale uſo, e la ſua neceſſaria eſtenſione, oſſia larghezza non permetteva di farlo; e il dovere mantenere la navigazione per l'altra apertura alla parte oppoſta, per cui vi abbiſogna ſempre un ſufficiente corpo d'acqua, obbligò a tenere la ſoglia di queſto sfogatore più alta del fondo del fiume, e dell' imboccatura del Naviglio; onde in tempo di acqua ordinaria, poca acqua vi ſi ſcarica, anzi di ſpeſſo biſogna chiuderla.

Al contrario nella chiuſa della Muzza non vi è alcuna apertura verſo l'incile, ma ſolo quella, come abbiamo detto, alla parte oppoſta; onde per queſto canale ſi è dovuto procurare di rimediarvi con molti, e grandioſi ſcaricatori, e sfogatori nel medeſimo canale, come ſi è anche procurato

nel

nel Navigio Grande, dove l'accennata apertura non può baſtare a tutto il biſogno, li quali quando ſono aperti, ſcaricano di nuovo le acque nel fiume al di ſotto della chiuſa, e rendono veloce l'acqua nel canale, che così tiene ſcavato il ſuo fondo, e traſporta le materie nel fiume. Ma con tanta copia di ſcaricatori ſuccedono ancora depoſizioni alla imboccatura de' canali di derivazione, e nel loro letto, che poi biſogna levarle coll' opera degli uomini, e in maggiore copia nella Muzza, ove qualche volta è per ſino avvenuto di eſſerne impedito l'ingreſſo in tempo di ſcarſezza al neceſſario corpo d'acqua.

Una oppoſizione in queſto luogo mi ſi potrebbe fare, ed è, che ſe queſta apertura nella chiuſa vicino all' incile produce quelli buoni effetti, che ho accennato, deve anco produrre immenſamente più queſt' altro cattivo, che abbiamo detto, che fa l'abbaſſamento del ciglio della chiuſa verſo l'incile, cioè di tenere il corſo delle piene più vicino al medeſimo incile, e per conſeguenza anche una maggiore facilità d'introdurſi nel canale di derivazione: il che è una coſa, che tanto raccomandiamo di sfugire più che ſi può. A queſta obbjezione due coſe ſi poſſono riſpondere; una ſi è, che quando ſi tratta di fare una operazione, che porti ſeco delle difficoltà, e degli incomodi, prima biſogna penſare a ſchivarli; e poi, ſe ciò non ſi può ottenere del tutto, ſi penſa a diminuirli, e fra le conſeguenze cattive, che non ſi ſanno togliere, ſi ſcelgono ſempre quelle, che ſono le meno cattive, e que' mezzi, che tali rendano. Così nel caſo noſtro, io credo, che non vi poſſa eſſere alcuno, il quale non veda chiaramente, che ſe il taglio nella chiuſa vicino all' incile ha il difetto d'invitare, e ritenere ivi il corſo delle piene, ha anche tante altre buone qualità, che ſuperano il ſuo difetto, e lo fanno dimenticare, e che non ha l'inclinazione della chiuſa; e perciò non ſi debba il ſuo uſo in circoſtanze adattate rigettare: come ce lo inſegna l'eſperienza de' caſi riferiti.

La ſeconda coſa ſi è, che queſta apertura vicino all' incile non l'abbiamo mai propoſta ſola, nè io la proporrei; ma bensì accompagnata dall' altra alla parte oppoſta; anzi cogli eſempj indicati abbiamo fatto vedere, che la ſeconda apertura riuſciva più libera della prima. Per lo che chiunque può conoſcere chiaramente, che il fondo del fiume ſi deve tenere ſcavato da ambedue le parti, e da ambedue le parti ſi poſſono egualmente le piene ſcaricare. Anzi di più, con queſti due tagli abbiamo il vantaggio evidente di fare ſcorrere le acque a noſtro arbitrio ora vicino alla derivazione, ed ora alla parte oppoſta, ſecondochè ci ſembra più profittevole ne' diverſi biſogni: baſtando ſolo per ciò ottenere, l'otturare ora un taglio, ed ora un'altro.

Ora paſſeremo a diſcorrere qualche coſa intorno la groſſezza, che ſi richiede nelle chiuſe, dove, ſe io non m'inganno, tutti li calcoli ci abbandonano quando ſiamo a farne l'applicazione al caſo pratico. Imperciocchè per poterla dedurre col calcolo, anche per approſſimazione, biſognerebbe ſupporre, che tutta la chiuſa foſſe di un ſol corpo regolare, o almeno almeno di pochi, e grandiſſimi corpi regolari; biſognerebbe anco ſapere quale foſſe quella parte, che ſoſterrà ſolamente l'alzamento del fondo, e la ſua ſpinta, e quale foſſe quell'altra parte, che riceverà l'urto della corrente; biſognerebbe pure ſapere la conſiſtenza, e la ſodezza, che ſe ne verrebbe dal fondamento, e dalla unione alle ſponde, e tante altre ſimili coſe, che non ſi poſſono ſapere, nè ſupporre ſenza ottenere de' riſultati di niun proffitto. Quindi è che per ſtabilire la deſiderata groſſezza a me pare, che il ſolo mezzo ſia quello, di avere attentamente oſſervato molte altre e chiuſe, e fabbriche d'ogni ſorta ne' fiumi, e li loro effetti o di reſiſtenza, o di cedimento, e da quelle con buona rifleſſione prenderne eſempio.

Egli è bensì vero, che generalmente ſi deve avvertire, che la chiuſa ſarà più groſſa, allor quando ſarà più alta, e quando più s'accoſterà ad opporſi perpendicolarmente alla corrente, e quando il fiume ſarà più grande, e più veloce, e più violento, ed improviſo nelle ſue eſcreſcenze; e ſarà ancora più groſſa dove ſarà compoſta di parti piccole, e slegate, o di poco peſo, e dove non ſarà internata nel fondo, e nelle ſponde, ovvero non vi ſarà unità colla paliſicazione, e con travature, o con altro mezzo; e perciò ſarà anche più groſſa ſe ſarà compoſta di ſoli legnami.

Oltre di tutto ciò conviene anche avvertire, che la maggiore altezza richiede una groſſezza ancora di più di quella, che baſterebbe all'urto, ed agli altri motivi ſuccennati; e queſto è perchè, quando un corpo d'acqua cade da una maggiore altezza, generalmente parlando, ſcava di più il terreno ſottopoſto, ſu di cui batte, e ne corrode le ſponde laterali; per lo che ſi ſcopre il fondamento, ſi diminuiſce l'unione colle ſponde, e s'indeboliſce tutta la ſabbrica. Ma per andare all'incontro di queſto inconveniente non biſogna penſare, che ſia il migliore mezzo quello di fare la chiuſa ſemplicemente più groſſa, e tenere ancora la ſteſſa figura; ma biſogna penſare ad altro modo.

Per ottenere queſto alcuni fra gli altri ſogliono ſabbricare la chiuſa colla faccia inferiore a modo di un piano inclinato, il quale s'incontri abbaſſo in un piano orizzontale, che riceva l'impeto dell'acqua cadente per l'inclinato, e lo ſmorzi. Io però ſono d'avviſo, che per ottenere queſto effetto, il mezzo migliore ſia quello di fabbricare la chiuſa come una ſcala colli gradini sì alti, e sì larghi che baſtino a ricevere, ed a interrompere il corſo dell'acqua, che vi precipita; dove è manifeſto, che ſe ſarà maggiore il corpo d'acqua cadente, più larghi ancora ſi faranno gli ſcalini, e maſſimamente l'ultimo al piano del fondo, il quale ſarà bene tenerlo di una molto più larga eſtenſione. Anzi io vorrei ancora, che il piano di queſti ſcalini non foſſe orizzontale, e meno poi inclinato a ſeconda del fiume; ma lo vorrei inclinato al roveſcio contro la chiuſa ſteſſa, e ſon per dire così inclinato, che incontraſſe normalmente l'acqua cadente; perchè mi ſembra, che in queſta maniera ſe ne ſmorzerebbe più la violenza: niente curando, che l'acqua rifleſſa poſſa inclinare in tal modo contro la chiuſa ſteſſa, come coſa che non può ſuccedere, ſe non in una piccoliſſima parte, e in maniera, che non merita alcun rifleſſo.

Ma queſto ſcavamento del letto del fiume al piede delle chiuſe è un punto, che io lo ſtimo ancora molto neceſſario da conſiderarſi, mentre alle volte può apportare gravi ſconcerti, e non è tanto facile il fare, che non ne ſegua o poco, o molto. Per lo che non ſarà mai ſuperfluo ſecondo le circoſtanze aggiungervi altri mezzi per raffrenare la violenza dell'acqua, ed il ſuo effetto: maſſime ne' fiumi grandi, e che portano grandi piene, dove non può baſtare il coſtruire le chiuſe a gradini, come diſſimo, per togliere del tutto un effetto così dannoſo. Per queſto ancora è neceſſario, che le ſpalle laterali della chiuſa, che in niun caſo ſi poſſono tralaſciare, ſi proſeguano al diſotto della medeſima per un buono ſpazio, per difendere ivi le ſponde del fiume dalla corroſione.

Qui però conviene anche avvertire ad una prerogativa favorevole, che poſſono avere le chiuſe più alte, cioè che l'acqua nel cadere da una qualche altezza, non è come un corpo ſolido, che riſenta poco, o nulla il contraſto dell'aria; e perciò accelerandoſi di più, quanto è maggiore l'altezza, anche con forza maggiore percuota il fondo ſottopoſto. Ma l'acqua troppo facilmente riſente il contraſto dell'aria, e vi cede, e perciò di mano in mano, che diſcende ſi va dividendo, e ſuddividendo in tanti rami, e zampilli, ed aſſottigliando in veli, e poi anche in ſole gocce, ed in ſemplici ſprizzi, che cadono piuttoſto con un moto ritardato, che accelerato, per la forza che conſumano nel fendere l'aria; e per conſeguenza ſi perde poi l'impeto contro il fondo ſul quale cade. E queſto lo vediamo tutti li giorni nell'acqua, che cade dalli tetti, la quale ſe aveſſe a cadere tutta unita come al principio della ſua caduta, e con moto accelerato, non vi ſarebbe alcun corpo, ſu cui batteſſe, che poteſſe lungamente reſiſtere; e guai a chi toccaſſe una goccia d'acqua ſul capo. E per queſto anche gli autori legali parlando delle ſervitù degli ſtillicidj, dicono, che queſti ſi poſſono alzare, ma non abbaſſare, perchè nel primo caſo rieſcono favorevoli, e nel ſecondo caſo ſono dannoſi al fondo ſerviente.

Per la qual coſa dedurremo, che converrà bensì avvertire alla altezza della chiuſa, ma più alla quantità d'acqua, che da eſſa ſi dovrà ſcaricare; e ſe queſta ſia tale, che poſſa arrivare ſul fondo del fiume tutta diviſa, e ſparſa in zampilli, e diſteſa in ſottili veli, coſicchè le rimanga poca forza; ovvero ſia tale, che ſempre abbia tanta energìa di vincere facilmente tutto il contraſto dell'aria, e così potere arrivare al piede della chiuſa ancora unita, e dotata di grande velocità, per potervi contrapporre que' mezzi, che ſembreranno li più adattati ad eluderne l'effetto nocivo. Quindi è evidente, come anche per queſto ſcopo potrà eſſere alcune volte molto giovevole il ſabbricare la chiuſa in una ſezione del fiume larga; e come ſarà bene ſabbricarvi le ſue ſpalle laterali più divergenti che ſia poſſibile.

Anche per un'altro riguardo di grandiſſima importanza ſi vuole avere grande attenzione alla altezza della chiuſa. Imperciocchè quella maggiore altezza d'acqua prodotta dalla chiuſa più alta, non ſolamente agiſce contro di eſſa coll'urto, e colla preſſione; ma più colle travenazioni, e filtrazioni, le quali con più facilità poſſono ſuccedere dove più è l'altezza, alla quale è ſoſtenuta l'acqua, e per le quali poi può aprirſi un paſſaggio e ſotto la chiuſa ſteſſa, e di fianco con ruina irreparabile della medeſima. Quindi è che dietro le ſpalle ſi devono fare li riſvolti, e gli ſperoni ſempre più lunghi quanto più è alta la chiuſa; nè mai ſi laſcierà di palificare il fondo tanto ſotto la chiuſa, che ſotto le ſpalle con ſpeſſi pali tanto più lunghi, e groſſi, quanto più il terreno è meno ſodo, abbenchè vi ſi faceſſe un profondo fondamento; fuorichè il terreno non foſſe di una tale ſodezza, che toglieſſe ogni timore, come ſarebbe ſe foſſe di un ſodo macigno.

Seguita ora, che ſi dica qualche coſa dell'alzamento dell'acqua, e del fondo, che producono le chiuſe. Imperciocchè è manifeſto, che piantata una chiuſa in qualunque acquedotto, ſi deve elevare il fondo, ed alzare l'acqua di queſto ſuperiormente alla ſteſſa, fino dove ſi ſtenderà il rigurgito, che la medeſima produrrà. Queſto ſpazio potrebbe ſembrare a prima viſta, che ſia quello, che viene determinato dalla linea orizzontale, che ſi conduceſſe dal ciglio della chiuſa ſino ad incontrare il fondo ſuperiore del fiume; ma la verità ſi è, che ſi eſtende molto di più all'insù, e per poco che vi ſi rifletta, ſe ne ſcoprirà la ragione. Imperocchè diminuendoſi colla chiuſa la caduta del fiume, ſi diminuiſce anche la velocità dell'acqua, e queſta ſi alza di corpo; alzata che ſia, forma oſtacolo all'altra che ſopravviene, quantunque ſia ſuperiore alla orizzontale ſuppoſta; onde anche queſta deve rallentarſi, ed elevarſi più addietro, e fino a quel ſegno, che la corrente abbia a poco a poco la forza, che baſta a ſuperare l'oſtacolo di queſt'acqua rallentata; ovvero, per meglio dire, che queſto oſtacolo ſiaſi tanto diminuito, che più non poſſa avere alcuno effetto. Così diciamo anche del fondo; perchè diminuita la velocità dell'acqua, ſi alza il fondo; e queſto alzamento inferiore nella ſteſſa maniera produce anche un'altro alzamento nelle parti ſuperiori.

Ma abbenchè ſia certiſſimo, che il rigurgito, e l'alzamento del fondo cagionati in un'acquedotto da una chiuſa ſi ſtenda molto più all'insù del limite ſegnato dalla orizzontale tirata ſulla creſta della chiuſa, non ſi troverà però mai, che ſucceda di protrarſi ſino all'origine del fiume o vero, o equivalente, come vogliono anche claſſici autori, che con teorici diſcorſi ſembrano provarlo beniſſimo. E la ragione di ciò, ſe io non m'inganno, potrebbe eſſere, che l'applicazione del diſcorſo al fatto, non aveſſe un giuſto luogo. Imperciocchè mi ſembra, che ſia troppo difficile il trovare un fiume, nel quale ſi adempiſcano eſattamente quelle regole, che ſi deducono col ſolo raziocinio teorico; giuſta il quale pare, che tutti li fiumi dovrebbero eſſere diſpoſti ſu di un eſatto e ſtabile piano, o curvo, o retto, sì nel fondo, che nella ſuperficie dell'acqua, e le coſe foſſero dappertutto regolari, e regolari foſſero le mutazioni, e gli accidenti, che occorrono, e coſe ſimili. Ma un fiume di queſta qualità ſarà troppo raro a ritrovarſi, ſe pure vi è al mondo, almeno ne' liberi, e naturali.

Nel mio trattato ſulle corroſioni de' fiumi ho di già avvertito, che ciò al più poteva avverarſi nelli fiumi ſtabiliti di letto con ogni eſattezza, e voglio dire, che aveſſero dappertutto quella limitata, e ſtabile pendenza, che abbiſogna alle loro circoſtanze; ma non in quelli fiumi, che ne ſono abbondanti, ne' quali mi parve troppo chiaro, non eſſervi il biſogno di condurre così di lontano l'alzamento; mentre formatoſi il nuovo fondo con quella pendenza, che baſta allo ſmaltimento delle materie non più ha biſogno di alzarſi. Anche in quelli però, che ſono ſtabiliti, o ſiano di limitata pendenza, ne laſciai qualche dubbio: nè mi ſembra di averlo fatto ſenza ragione. Imperciocchè egli è certo, che per la chiuſa non ſolo ſi alza il fondo, ma ſu di queſto ha da alzarſi anche l'acqua di corpo, perchè le viene ſminuita la velocità. Ma alzandoſi l'acqua, è egualmente certo, che eſſa verſo il fondo acquiſta una maggiore velocità, e una forza maggiore; e perciò deve avere biſogno di una minore pendenza per ſmaltire le materie di quella, che le biſognerebbe, ſe manteneſſe una altezza eguale alla prima.

Ora io m'immagino, che niſſuno vi poſſa eſſere, il quale abbia oſſervato attentamente il corſo di molti fiumi in diverſe circoſtanze, e mi voglia negare, che le materie peſanti ſtraſcinate di nuovo di volta in volta, e ſpinte da un fiume, non ſiano in così grande quantità come ſembrano a prima viſta, maſſime da quelli, che ſortono dalli laghi, e che ſono di pendenza limitata, ma al contrario capiranno, che ſono in pochiſſima quantità relativamente alla grandezza del fiume. Poſta queſta coſa, parmi ancora, che ſenza difficoltà ſi potrà capire, come al ſolo aumento dell'altezza dell'acqua ſi poſſa avere una forza ſufficiente, per non laſciare che le materie ſi fermino ſul fondo ſenza il biſogno di alzarlo tanto all'insù, per acquiſtare inutilmente anche tutta quell'altra forza, che viene dalla pendenza; maſſimamente poi riflettendo, che vi è lo sfogo libero e delle materie, e dell'acqua ſopra la chiuſa.

Conviene anche avvertire, che molte volte può ſuccedere, che non la pendenza del fiume ſia effetto delle materie, che conduce; ma bensì al contrario, che quelle materie ſiano effetto della pendenza; cioè che il fiume non abbia quella pendenza, che ſi trova avere, perchè di eſſo ne abbia biſogno per ſmaltire le materie che conduce: il che neceſſariamente ſi deve ſupporre da quelli, che vogliono l'alzamento del fondo fino all'origine del fiume condurre; ma al contrario quel tal fiume conduca quelle materie, perchè di già ha quella pendenza, la quale ſe non aveſſe, non le condurebbe. Imperciocchè non mi ſembra, che poſſa eſſere lontano dalla verità, che in molti caſi un fiume provviſto di pendenza abbondante, conduca materie groſſe per queſto ſolo, che avendo molta pendenza, ha ancora una forza baſtante di ſtaccarle dalle ſponde, e dal fondo, e dalli piani ſulli quali ſcorre: coſicchè ſe minore pendenza aveſſe, le laſcerebbe in tutte a ſuo luogo, e ſcorrerebbe nell'alveo di minore caduta ſenza avere biſogno di accreſcerſela per ſmaltire le materie, che così li mancano.

Per la qual coſa io ſarei di parere, che il rigurgito, e l'alzamento di un fiume prodotto dalla coſtruzione di una chiuſa ſi abbia a ſtendere fino a quel ſegno, dove l'acqua combinato l'effetto dell'impeto già preconcepito, e dell'acqua ſopravvegnente, e della ſua nuova altezza colla inclinazione del nuovo fondo, e colla facilità dello sfogo, abbia quella forza, che le abbiſogna per lo ſcarico delle materie, che deve condurre.

Per definire poi queſto ſegno ne'caſi particolari, ci mancano del tutto li ſuſſidj dell'arte; nè in altro modo vi ſi può ſupplire, che con varie, e continue oſſervazioni di altri caſi ſimili; Imperciocchè ſarebbe neceſſario, che ſi ſapeſſe quale ſia l'oſtacolo, che fanno le materie all'acqua avanti la fabbrica della chiuſa, e quale la forza, che abbiſogna all'acqua ſteſſa, e come agiſca per ſpingerle, e ſmaltirle; poi biſognerebbe ſapere l'altezza, che foſſe per produrre nell'acqua la nuova chiuſa, e quale foſſe l'azione, che avrebbe l'acqua per la forza, che può ottenere dalla ſua altezza, e per quella, che può avere proveniente dalla pendenza del fondo; poi anco dovrebbe eſſere noto quale ſia quella forza, che può rimanere all'acqua per l'impeto preconcepito, e quella, che le può eſſere impreſſa dall'acqua ſopravvegnente; e tante altre coſe ſimili, tutte, a mio credere, impoſſibili a calcolarſi, per non dire anche a ſcoprirſi.

Altre rifleſſioni ancora ſu di queſto punto ſi devono aggiungere, che non ſono nuove; una delle quali ſi è, che nelli caſi, che noi conſideriamo, il rigurgito prodotto dalle chiuſe viene grandemente diminuito dallo ſcarico, che ſi fa nel canale di derivazione, e per li tagli, che, come diſſimo, ſi laſciano nella chiuſa ſteſſa; onde il rigurgito deve eſſere prodotto piuttoſto dall'altezza, che hanno le ſoglie dell'incile e delli tagli, che dalla chiuſa.

Un'altra rifleſſione è intorno a ciò, che l'acqua nell'avvicinarſi alla caduta della chiuſa, ſi va abbaſſando notabilmente; coſicchè ſul piano della chiuſa ſteſſa ritiene una pochiſſima altezza: il che porta ſeco un'aumento di velocità, e di e di corſo anche molto all'indietro; la qual coſa proviene, come è chiaro, che dovendoſi abbaſſare l'acqua ſulla chiuſa per la caduta, neceſſariamente deve anche l'acqua poſteriore abbaſſarſi, e renderſi più veloce, e diſporſi con una ſuperficie inclinata, e continua, come richiedono li fluidi; e ciò per tanto maggiore ſpazio, quanto maggiore è l'altezza dell'acqua nell'alveo del fiume: per lo che l'alzamento dell'acqua così inclinato ſul nuovo fondo prodotto dalla chiuſa, portando ſeco maggiore velocità, richiede anche biſogno minore di pendenza nel fondo.

Ancora conviene riflettere, che ſempre avanti la chiuſa il fondo non ſi ſpiana mai ſu di un continuato piano retto, ma vi reſta ſempre più baſſo, e molto ſcavato al diſotto della ſommità. La qual coſa, ſe non fallo, dimoſtra, che la chiuſa non toglie all'acqua tutto quell'impeto, che ſembra, che le dovrebbe levare, ſe con tutta la ſua altezza le faceſſe un'oſtacolo pieno, e continuato.

Dalle quali rifleſſioni, e da altre che ſi potranno fare ne' caſi particolari, ſi fa bene manifeſto, come il rigurgito e l'alzamento deve ancora eſtenderſi meno di quanto ne abbiamo prima ragionato; abbenchè ſempre debba ſtenderſi molto più di quello, che indichi la orizzontale tirata dalla ſommità della chiuſa, o dalla ſoglia dell'incile, e delle aperture nella chiuſa ſteſſa.

Finalmente da quanto abbiamo detto parmi, che chiaramente ſi ſcorgerà quale, e quanta conſiderazione v'abbiſogni prima di ſtabilire in ogni ſua parte, come ſia da fabbricarſi una chiuſa negli acquedotti, principalmente ſe ſono fiumi grandi, per derivare un canale regolare, e come in ogni caſo l'Ingegnere trovi circoſtanze, per le quali debba ſtuzzicare il ſuo intelletto, per non dire tormentarlo, a ritrovare que' ripieghi, e quelli mezzi, che abbiſognano per ottenere l'intento nella migliore maniera.

DELL' AZIONE

DI UN CORPO RETTO DA UN PIANO IMMOBILE ESERCITATA NE' PUNTI DI APPOGGIO CHE LO SOSTENTANO.

TENTATIVO

Del Sig. CAVALIERE LORGNA.

QUando un corpo è retto da un piano, la Meccanica non è giunta ancora a determinare, quanto ſoſtenga reſpetttivamente ciaſcun punto del medeſimo piano. L' incomparabile *Eulero* fece un tentativo per rendere determinato in tutti i caſi queſto difficiliſſimo Problema, abbandonando i principj della Meccanica, con le forze della quale non vedeva poſſibile di ſuperare sì fatto ſcoglio (Novi Com. Ac. Sc. Petrop. T. XVIII.). Ma la ſuppoſizione ch' egli ha fatto è inſuſſiſtente per comune conſentimento, e non può ammetterſi per alcun modo. L' illuſtre d' *Alembert* dimoſtrò, che co' ſoli principj di queſta ſcienza, non può neppure determinarſi la preſſione eſercitata da un corpo ſu tre appoggi in un piano poſti per diritto col punto, ove la direzione del centro di gravità ſega il medeſimo piano (T. VIII. de' ſuoi Opuſcoli). Il Sig. Ab. *Boſſut* nel verſare ſu queſta materia (Tratt. di Meccan. T. I.) conchiuſe anch' eſſo, che ſecondo le regole ordinarie della Meccanica il Problema è indeterminato, ſe il corpo ſi appoggi ſul piano con più di tre punti, qualunque ſia la diſpoſizione reſpettiva degli appoggi, dopo di aver dato un' elegante ſoluzione del caſo di tre appoggi non ſituati in linea retta, o piuttoſto una dimoſtrazione della ſoluzione, che n' aveva dato l' *Eulero*.

Ultimamente il Sig. *Delanges* (Mem. della Soc. Italiana T. V.) preſe a trattare di queſto ſoggetto, introducendo nelle ſoluzioni ſucceſſivamente tanti aſſi di rotazione quanti ſono i punti di appoggio che ſoſtengono il corpo. Ma il Sig. *Paoli* nel T. VI. della medeſima Società, avendo ripigliato un tale argomento, dimoſtrò ſapientemente, che i movimenti di rotazione non poſſono riferirſi al più che a tre aſſi, onde ottenere equazioni tra di sè indipendenti, e che però un' equazione nel caſo di quattro appoggi, due equazioni nel caſo di cinque appoggi, e così ſucceſſivamente, ſono neceſſariamente compreſe nelle tre fondamentali, e tra di sè indipendenti; onde reſta ſempre indeterminato il Problema, allorchè ſono più di tre gli appoggi non poſti per diritto. Tale è lo ſtato in cui attualmente ſi trova queſto ormai celebre e importantiſſimo Problema, a propoſito del quale non dubitò di dire l' *Alembert*, *qu' il manque encore quelque choſe aux principes de Mechanique*, & *qu' il y á des cas ou les loix connues juſque ici paroiſſent inſuffiſantes* (Opuſc. T. VIII. pag. 45). Ma di ciò vedremo più innanzi. Sia dunque permeſſo un nuovo tentativo, che potrebbe fruttificare, come mi ſembra, anche in altri Problemi di Meccanica difficiliſſimi.

§. I.

Qualunque ſia il numero de' punti di appoggio non coſtituiti in una linea retta, ſu' quali è ſoſtenuto un corpo da un piano orizzontale immobile, ſi conſiderino ſempre detti punti diſpoſti agli angoli di un poligono riſultante dal congiugnere queſti punti con rette linee; il qual poligono ſarà di tanti lati, quanti ſono i medeſimi punti. Perciò la direzione verticale del centro di gravità del corpo, ſi ſupporrà ſempre compreſa nell' area di queſto poligono.

§. II.

Se pertanto venga diviſo in triangoli il medeſimo poligono, ſiccome i punti di appoggio rieſcono ſempre agli angoli di queſti triangoli, così ciaſcuno di queſti triangoli ſia detto ſiſtema di tre appoggi; e tanti ſaranno queſti ſiſtemi, quante ſono le combinazioni a tre a tre, che riſultano dal numero n di angoli del poligono, cioè $\frac{n . \overline{n - 1} . \overline{n - 2}}{1 . 2 . 3}$ ſecondo la legge notiſſima delle combinazioni.

§. III.

Cadendo perciò la direzione verticale del centro di gravità entro il poligono, ſarà ſempre l' interſezione di queſta direzione col piano immobile compreſa in uno, o in più triangoli ſecondo il numero degli appoggi.

§. IV.

E ſiccome tre appoggi baſtano per ſoſtenere il corpo, allorchè detta direzione cade fuori della linea che congiugne due appoggi, così nel caſo di più che tre appoggi non coſtituiti in linea retta, eſſendo tutti gli appoggi ugualmente immobili, ciaſcuna combinazione di tre appoggi, rappreſentata da uno de' predetti triangoli, quando la direzione del centro di gravità del corpo cada nel triangolo, ſi chiami *Siſtema attivo;* e *Siſtema inoperante* quella combinazione di tre appoggi in cui il centro di gravità del corpo, o per dir meglio la ſua direzione cade fuori del triangolo, che la rappreſenta. Sia per eſempio *ABCD* (fig. II.) il poligono, agli angoli del quale ſono coſtituiti i punti di appoggio, P il centro di gravità del corpo concentrato nel piano de' punti *A*, *B*, *C*, *D*. Condotte le diagonali *AC*, *BD*, ſarà il trapezio diviſo ne' quattro triangoli *ACD*, *ADB*, *BDC*, *ACB*, come appunto porta la formula delle combinazioni per $n = 4$ (§. II.).

Certo è, che i due ſiſtemi *ACD*, *ADB* non hanno per sè alcuna attitudine a ſoſtenere il peſo P, mentre il centro cade totalmente fuori dei perimetri di entrambi. Ma è certiſſimo, che ciaſcuno degli altri due *BDC*, *ACB* è atto per sè, ſtante l' immobilità di tutti gli appoggi, a ſoſtenere l' intero peſo P; e però queſti due ſono i ſiſtemi, ch' io chiamo attivi, e inoperanti gli altri due in qualità di ſiſtemi.

§. V.

Poſto ciò, decompongo ne' due ſiſtemi attivi il ſiſtema di quattro appoggi *A*, *B*, *C*, *D*, e conſidero, che la forza di preſſione in *P* non ſia ſoſtenuta che da' tre appoggi *B*, *D*, *C*, cioè dal ſiſtema attivo *BDC* ſolitario, come ſe l' appoggio *A* non aveſſe luogo. Con ciò determino la preſſione eſercitata da queſta forza ſopra i tre appoggi *B*, *D*, *C* reſpettivamente.

E di nuovo conſidero, che la medeſima forza di preſſione non ſia ſoſtenuta che da' tre appoggi *A*, *C*, *B*, cioè dal ſiſtema attivo *ACB* ſolitario, come ſe l' altro appoggio *D* non aveſſe luogo; e con ciò determino la preſſione eſercitata da detta forza ſopra gli appoggi *A*, *C*, *B* reſpettivamente. Determinate queſte preſſioni per ciaſcun ſiſtema ſeparatamente, rimetto inſieme i ſiſtemi, ricomponendo quello di tutti quattro gli appoggi *A*, *B*, *C*, *D* operanti unitamente, e deſiniſco le vere e proprie preſſioni combinate reſpettivamente dovute a ciaſchedun appoggio.

§. VI.

E' manifeſto pertanto, che ciaſcuna delle azioni combinate ſopra gli appoggi *B*, e *C* deve neceſſariamente eſſere compoſta di due parti, giacchè ciaſcuno di detti appoggi appartiene nel tempo ſteſſo a due ſiſtemi attivi.

§. VII.

Nello ſteſſo modo qualunque ſia il numero di ſiſtemi attivi, in cui può eſſere riſoluto un ſiſtema di appoggi coſtituiti in un piano, ſoſtenenti una forza di preſſione qualunque, conſidero ſempre, che la medeſima forza ſia prima ſoſtenuta da un ſolo ſiſtema attivo di tre appoggi, come ſe gli altri non aveſſero luogo, poi da un altro, e così ſucceſſivamente, e determino le preſſioni eſercitate ſopra i tre appoggi di ciaſcun ſiſtema reſpettivamente. Rimettendo poſcia inſieme i ſiſtemi, deſiniſco per tutti i punti di appoggio operanti unitamente le preſſioni vere combinate, dovute reſpettivamente e propriamente a ciaſcun di loro, giacchè è paleſe ſubitamente a quanti ſiſtemi attivi appartenga un medeſimo appoggio.

§. VIII.

Senza un nuovo principio non era mai poſſibile di affrontare queſto difficiliſſimo Problema. Avendo pertanto conſiderato

I. Che la gravità operando con la ſua naturale direzione in un punto, ove s' intenda concentrata, diſtribuiſce ſempre da quel centro la ſua azione ugualmente ſu tutti gli oſtacoli, che le oppongono in quel punto, ciaſcheduno da sè, una medeſima ſimultanea reſiſtenza.

II. Che nel caſo noſtro, ſtante l' immobilità del piano, ciaſchedun ſiſtema attivo è per ſe ſteſſo dotato di pari attitudine a ſoſtenere l' intero peſo del corpo.

III. E che non v'è ragione, ſtante queſta uguale attitudine di tutti i detti ſiſtemi, per cui un ſiſtema debba giudicarſi gravato da una parte del peſo, e da altra diverſa un altro ſiſtema, mi ſono indotto a tentare la ſoluzione del Problema col metodo, che ho eſpoſto, fondato ſu queſto principio

Ch' eſſendo retto un corpo da un piano immobile in più di tre punti non poſti per diritto, poſſa conſiderarſi, che l' azione della gravità ſi eſerciti diſtribuita ugualmente ſopra tutti i ſiſtemi di tre appoggi, tra i quali cada il centro di gravità del corpo, riſultanti dalla poſizione degli appoggi tra di sè, e relativamente a detto centro, e perciò atti ugualmente a ſoſtenere, ciaſcheduno per sè, l' intera forza di preſſione del corpo, cioè ad opporre all' azione della gravità, ciaſcuno da sè, una medeſima ſimultanea reſiſtenza.

§. IX.

Prima però di farne applicazione non credo infruttuoſo l' internarmi un po più, che non s'è fatto nella coſa, parendomi di diſcernere non ſenza qualche chiarezza in che propriamente le ſue difficoltà conſiſtano. Prendiamo per eſempio il primo caſo irreſolubile di quattro punti di appoggio. E' certo, che con le regole della Meccanica tre equazioni tra di sè indipendenti ſi ottengono, contenenti le quattro indeterminate, che eſprimono le preſſioni diſtribuite dal corpo ſopra detti appoggi. Una pertanto di queſte indeterminate reſta in noſtro arbitrio, a cui dando altro ed altro valore, troviamo, che in infinite maniere può eſſere diſtribuita ſu i quattro appoggi la data forza di preſſione del corpo da eſſi ſoſtenuto, ſoddisfatte ſempre pienamente le condizioni della Meccanica per l'equilibrio. Ma ſe per una parte le regole ordinarie della Meccanica laſciano indeterminato queſto Problema, ſe reſta luogo a infinite ſoluzioni, il medeſimo Problema per l'altra, naturalmente conſiderato, è determinatiſſimo, ſe così poſſo eſprimermi. In fatto riposando un corpo ſu quattro punti di un piano immobile, la preſſione del corpo riſentita da detti punti di appoggio reſpettivamente, è una, unica, e di valore unico e determinato. Adunque o manca qualche coſa ancora ai principj di Meccanica, come crede d'*Alembert*, o il Problema non è un caſo di ſemplici equilibrj. Io per me non credo, che le regole della Meccanica ſieno per queſto caſo inſufficienti, rigoroſamente parlando, ma credo, che ſia d'uopo adoperarle convenevolmente, e accomodarle alla natura particolare del Problema, che ha una determinazione ſua propria. E credo ancora, che non ſia il Problema un caſo di ſemplici equilibrj, perchè non vi ſi tratta che di conoſcere, quanta parte del peſo totale porti ciaſcuno de' quattro punti del piano immobile ſu quali ripoſa il corpo: il che non è propriamente affare di equilibrazione, ancorchè l'equilibrazione vi ſia implicita, e ſi verifichi puntualmente nel ripoſo del corpo. In conſeguenza ſembra, che il Problema richiegga per ſe, che ſe ne rintracci la ſoluzione per una via conducente al ſiſtema unico, proprio, e neceſſario di preſſioni, eſercitate dal corpo ſu ciaſcun appoggio reſpettivamente, in modo però, che l'equilibrazione vi ſia neceſſariamente implicita, e poſſa dimoſtrarſi inerente al ſiſtema trovato. Che ſe il ſi tratti con ordine inverſo, partendo dalla pura condizione dell'equilibrio, s'incorre nell'indeterminazione che ci preſenta la Meccanica, infiniti eſſendo i ſiſtemi di preſſione ne' quali può diſtribuirſi ſopra più di tre appoggi la forza premente di un corpo, tutti ſoddisfacenti alle leggi dell' equilibrio.

Quindi è, che ho tentato di liberare dell' indeterminazione il Problema, col farlo dipendere dalla riſoluzione di ſiſtemi combinati di tre appoggi, pe' quali non può mai averſi, che una ſola ed unica eſpreſſione delle tre preſſioni.

I valori, che daremo quì appreſſo di queſto caſo particolare di tre appoggi ſon quei medeſimi, che per altre vie trovò l' *Eulero*, e il Sig. *Boſſut*: quei medeſimi che provengono dalle eſpreſſioni più compoſte del Sig. *Delanges*, e che potrebbero provenire da altre ſoluzioni infinite, prendendo tre aſſi qualunque, come lo ha notato giuſtamente il Sig. *Paoli* nella Mem. cit. pag. 543. Riſoluto così il Problema, da sè vi ſi manifeſtano implicite e ſoddisfatte le leggi della Meccanica per l' equilibrio.

§. X.

PROBLEMA I.

Ripoſando un corpo ſu tre punti di un piano immobile orizzontale non poſti in linea retta, trovare la preſſione diſtribuita dal corpo ſu ciaſcun di loro.

Sieno A, B, C (Fig. I.) i tre punti di appoggio, P l' interſezione del piano con la direzione verticale del centro di gravità del corpo. Sarà il punto P centro comune di gravità dei peſi prementi il medeſimo piano ne' punti A, B, C. Si chiamino queſti peſi con le lettere de' reſpettivi appoggi A, B, C: ſi congiungano con la AC i punti A, C, e per P ſi meni dal punto B l' indefinita BR ſegante la AC in Q.

E' certo, che il centro di gravità de' peſi A, C deve trovarſi in qualche punto della retta AC. Ma deve pure trovarſi in qualche punto della retta BR neceſſariamente, in cui è collocato il terzo peſo B, e il comun centro di gravità P di tutti i peſi A, B, C. E' dunque il centro di gravità de' peſi A, C nell' interſezion comune Q delle rette

BR, AC. Poſto ciò, ſe ſi chiami $\mathfrak{Q}$ la ſomma de' peſi $A + C$ concentrati in $\mathfrak{Q}$, ſarà $\mathfrak{Q} : B :: BP : P\mathfrak{Q}$, e componendo $\mathfrak{Q} + B : B :: B\mathfrak{Q} : P\mathfrak{Q} = P : B$. Dunque $B = \frac{P \,.\, P\mathfrak{Q}}{B\mathfrak{Q}}$,

$$\text{e } \mathfrak{Q} = \frac{B \,.\, BP}{P\mathfrak{Q}} = \frac{P \,.\, P\mathfrak{Q}}{B\mathfrak{Q}} \,.\, \frac{B\mathfrak{Q}}{P\mathfrak{Q}} = \frac{P \,.\, BP}{B\mathfrak{Q}}.$$

Ma per eſſere il punto $\mathfrak{Q}$ centro comune di gravità de' peſi A, C è pure $A : C :: C\mathfrak{Q} : A\mathfrak{Q}$, e componendo $A + C : C :: AC : A\mathfrak{Q} : \mathfrak{Q} : C$. Per la qual coſa ſarà, ſoſtituendo il valore di $\mathfrak{Q}$, $AC : A\mathfrak{Q} :: \frac{P \,.\, BP}{B\mathfrak{Q}} : C$, e $C = \frac{P \,.\, BP \,.\, A\mathfrak{Q}}{AC \,.\, B\mathfrak{Q}}$; e però, ſoſtituendo il valore di C, ſarà

$$A : \frac{P \,.\, BP \,.\, A\mathfrak{Q}}{AC \,.\, B\mathfrak{Q}} :: C\mathfrak{Q} : A\mathfrak{Q}, \text{ e } A = \frac{P \,.\, BP \,.\, C\mathfrak{Q}}{AC \,.\, B\mathfrak{Q}},$$

E queſti ſono i valori delle tre preſſioni A, B, C; il che doveva trovarſi.

§. XI.

Ma queſte eſpreſſioni de' peſi A, B, C poſſono ſemplificarſi. In fatto ſi congiungano con la BC i punti B, C, e con la BA i punti B, A, e dal punto A ſi tiri al lato oppoſto BC la perpendicolare AD, e dai punti P, $\mathfrak{Q}$ alla AD ſi menino le parallele PE, $\mathfrak{Q}F$. Per la ſimilitudine de' Triangoli ſarà $BP : B\mathfrak{Q} = PE : \mathfrak{Q}F$, e $AC : C\mathfrak{Q} = AD : \mathfrak{Q}F$, e però $\frac{BP \,.\, C\mathfrak{Q}}{B\mathfrak{Q} \,.\, AC} = \frac{PE \,.\, \mathfrak{Q}F}{\mathfrak{Q}F \,.\, AD} = \frac{PE}{AD}$. Ma abbiamo trovato il peſo $A = \frac{P \,.\, BP \,.\, C\mathfrak{Q}}{B\mathfrak{Q} \,.\, AC}$; ſarà dunque $A = \frac{P \,.\, PE}{AD}$.

Condotte ſimilmente dal punto B al lato oppoſto AC la perpendicolare BH, e dal centro P alla BH la parallela PG, ſarà per la ſimilitudine de' Triangoli $P\mathfrak{Q} : B\mathfrak{Q} = PG : BH$; e però eſſendoſi trovato $B = \frac{P \,.\, P\mathfrak{Q}}{B\mathfrak{Q}}$, ſarà $B = \frac{P \,.\, PG}{BH}$. Finalmente condotte dal punto C al lato oppoſto AB la perpendicolare CK, e alla CK le parallele PL, QM, per la ſimilitudine de' Triangoli ſarà $\frac{BP\,.\,AQ}{BQ\,.\,AC} = \frac{PL\,.\,QM}{QM\,.\,CK} = \frac{PL}{CK}$. Ma abbiamo trovato il peſo $C = \frac{P\,.\,BP\,.\,AQ}{BQ\,.\,AC}$; ſarà dunque $C = \frac{P\,.\,PL}{CK}$. Queſte eſpreſſioni de' peſi A, B, C ſono le più ſemplici che poſſano trovarſi. Ma baſti che ciò ſia accennato per valerſene ſe piaccia, mentre nelle ſeguenti ſoluzioni farò uſo delle eſpreſſioni che abbiamo ricavate in queſto Problema ſenza introdurre nuove linee, eſſendo faciliſſimo il traſmutarle e ſemplificarle, come qui s'è fatto.

§. XII.

PROBLEMA II.

Eſſendo retto un corpo ſu quattro punti A, B, C, D (Fig. II.) *di un piano orizzontale immobile, determinare la preſſione, che ſoffre ciaſcheduno di detti appoggi eſercitata dal corpo nel punto P, ove la direzione verticale del centro di gravità incontra il medeſimo piano.*

Poſta la coſtruzione e denominazione preſcritta nel §. IV., due ſono i Siſtemi attivi, che debbono trattarſi ſeparatamente nel Problema, uno ſugli appoggi B, D, C, l'altro ſugli appoggi A, C, B. Seguendo pertanto il metodo eſpoſto nel §. V. ſi conduca pel primo Siſtema la retta DE pel punto P, e ſi nominino m, n, p le preſſioni eſercitate ſugli appoggi B, D, C dalla forza di preſſione F operante in P. In forza del I. Probl. ſarà

$$m = \frac{F\,.\,DP\,.\,CE}{DE\,.\,BC},\ n = \frac{F\,.\,PE}{DE},\ p = \frac{F\,.\,DP\,.\,BE}{DE\,.\,BC}.$$

Di nuovo ſi conduca pel ſecondo Siſtema la retta AF pel punto P, e ſi chiamino m', n', p', le preſſioni eſercitate ſugli appoggi B, A, C dalla forza di preſſione F operante in P.

Col metodo ſteſſo del Probl. I. ſi troverà

$$m' = \frac{F.AP.CF}{AF.BC},\ n' = \frac{F.PF}{AF},\ p' = \frac{F.AP.BF}{AF.BC}.$$

Poſto ciò, ſi rimettano inſieme (§. §. V. VI.) i ſiſtemi applicando a' reſpettivi punti le preſſioni combinate, onde riformare l'intero Siſtema di quattro appoggi del Problema, nominando A, B, C, D dette preſſioni combinate reſpettivamente ne' punti A, B, C, D. Sarà

$$A = n' = \frac{F.PF}{AF},\ B = m + m' = F\left(\frac{DP.CE}{DE.BC} + \frac{AP.CF}{AF.BC}\right)$$

$$C = p + p' = F\left(\frac{DP.BE}{DE.BC} + \frac{AP.BF}{AF.BC}\right),\ D = n = \frac{F.PE}{DE}.$$

Rappreſentando pertanto queſte eſpreſſioni i peſi combinati ſugli appoggi A, B, C, D de' due Siſtemi attivi uniti inſieme, ſi avranno queſte ſerie di proporzionali

$$A:B:C:D :: \frac{F.PF}{AF} : F\left(\frac{DP.CE}{DE.BC} + \frac{AP.CF}{AF.BC}\right) : F\left(\frac{DP.BE}{DE.BC} + \frac{AP.BF}{AF.BC}\right) : \frac{F.BE}{DE}$$

cioè le ſeguenti, moltiplicando la ſeconda ſerie per $AF.DE.BC$, e dividendola per F

$$A:B:C:D :: DE.PF.BC : (AF.DP.CE + AP.CF.DE) : (AF.DP.BE + AP.BF.DE) : AF.PE.BC$$

E' dunque manifeſto, che generalmente, qualunque ſia la forza di preſſione concentrata in P, ſaranno ſempre tra di loro le preſſioni riſentite dagli appoggi A, B, C, D, come ſono tra di loro i termini corriſpondenti di queſta ſeconda ſerie di proporzionali. Per la qual coſa, ſe ſi faccia la ſomma di queſti termini

$$DE.PF.BC + AF.DP.CE + AP.CF.DE + AF.DP.BE + AP.BF.DE + AF.PE.BC = S$$

ſarà pure

$$S : DE.PF.BC : (AF.DP.CE + AP.CF.DE) : (AF.DP.BE + AP.BF.DE) : AF.PE.BC :: (A + B + C + D) : A : B : C : D$$

Sieno pertanto A', B', C', D' le preſſioni dovute ad un peſo dato P ſoſtenute da' punti di appoggio A, B, C, D reſpettivamente. Avranno luogo le ſeguenti ſerie di proporzionali

$$S : DE . PF . BC : (AF . DP . CE + AP . CF . DE) : (AF . DP . BE + AP . BF . DE) : AF . PE . BC :: (A' + B' + C' + D') : A' : B' : C' : D' :: P : A' : B' : C' : D' .$$

In conſeguenza ſarà

$$A' = \frac{P}{S} (DE . PF . BC)$$

$$B' = \frac{P}{S} (AF . DP . CE + AP . CF . DE)$$

$$C' = \frac{P}{S} (AF . DP . BE + AP . BF . DE)$$

$$D' = \frac{P}{S} (AF . PE . BC)$$

E queſte ſono le preſſioni eſercitate dal corpo *P* ſu i quattro punti *A*, *B*, *C*, *D* del piano immobile. Il che era da determinarſi.

§. XIII.

Che ſe ſi foſſe trattato il ſiſtema *BCD* col condurre per *P* la *Cc* in vece di condurre la *DE*, e ſimilmente l'altro ſiſtema *ABC* col condurre per *P* la *Bb* in luogo della *AF*, è manifeſto, che ſarebbeſi ſempre trovato ciaſcuna delle forze in *C*, e *B* compoſta di due parti, l'una in azione in un ſiſtema, l'altra nell'altro, come precedentemente, e il riſultamento in fondo ſarebbe ſtato il medeſimo nell'una e nell' altra ſoluzione del Problema, con le ſteſſe ſteſſiſſime preſſioni di prima ne' punti di appoggio.

§. XIV.

PROBLEMA III.

Ripoſando un corpo ſu cinque punti di un piano immobile orizzontale, trovare la preſſione che ſoffre ciaſcheduno di detti punti di appoggio.

Sieno *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (Fig. III.) gli appoggi, *P* l'interſezione della linea di direzione del corpo col piano ſottopoſto. Si congiungano con rette linee gli appoggi, onde riſulti il Poligono *ABCDE* (§. §. I. II.), e da ciaſcun angolo del Poligono ſi menino a tutti gli altri linee rette. Dalla formula delle combinazioni a tre a tre, e dall' inſpezione della figura riſulta, che dieci ſono i triangoli compreſi nel Poligono, de' quali ſono manifeſtamente (§. IV.) ſiſtemi inoperanti li cinque *ABC*, *CDE*, *ABE*, *BCD*, *ADE*, ſiccome quelli entro l' area de' quali non cade il punto *P*; e ſiſtemi attivi ſono gli altri cinque *(M)*

(M).......*BCE*, *ABD*, *ACD*, *ACE*, *BDE*

entro l' area de' quali è ſempre compreſo il medeſimo punto *P*. In queſti ſiſtemi attivi ſi menino da ciaſcun punto di appoggi pel punto *P* ai lati oppoſti reſpettivamente le linee rette *Bn*, *Cm*, *Dh*, *Ef*, *Ag*. E' facile da conoſcere, che ciaſcuno degli appoggi *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, entra in tre combinazioni o ſiſtemi, e che perciò l' azione ſopra ciaſcheduno di eſſi deve eſſere compoſta (§. VI.) di tre parti. Pertanto ſi prenda a trattare, ſecondo il metodo (§. V.), ciaſcun ſiſtema attivo ſeparatamente, come ſe gli altri non aveſſero luogo, ſecondo l' ordine *(M)* a ſcanſamento di confuſione; e perciò ſi chiamino m, m', m'' le parti della preſſione in *A*; n, n', n'' le parti della preſſione in *B*; p ,p' ;p'' quelle della preſſione in *C*; q, q', q'' le parti della preſſione in *D*; r, r', r'' quelle della preſſione in *E*. Sia poi *F* la forza di preſſione qualunque concentrata in *P*. E quanto al primo ſiſtema *BCE*, in forza del I. Probl., ſi troverà eſſere in *B* la preſſione $n = \frac{F \,.\, EP \,.\, Cf}{Ef \,.\, BC}$, in *C* la preſſione $p = \frac{F.EP.Bf}{Ef.BC}$, in *E* la preſſione $r = \frac{F.Pf}{Ef}$. Quanto al ſecondo *ABD*, ſi troverà in *A* la preſſione $m = \frac{F.DP.Bh}{Dh.AB}$, in *B* la preſſione $n' = \frac{F.DP.Ah}{Dh.AB}$, in *D* la preſſione $q = \frac{F.Ph}{Dh}$. Così paſſando al terzo ſiſtema *ACD* ſi troverà con lo ſteſſo metodo in *A* la preſſione $m' = \frac{F.Pg}{Ag}$, in *C* la preſſione $p' = \frac{F.AP.Dg}{Ag.CD}$, in *D* la preſſione $q' = \frac{F.AP.Cg}{Ag.CD}$. E pel quarto ſiſtema ACE ſi troverà in A la preſſione $m'' = \frac{F.CP.Em}{Cm.AE}$, in C la preſſione $p'' = \frac{F.Pm}{Cm}$, e in E la preſſione $r' = \frac{F.CP.Am}{Cm.AE}$. Finalmente pel quinto ſiſtema BDE ſarà in B la preſſione $n'' = \frac{F.Pn}{Bn}$, in D la preſſione $q'' = \frac{F.BP.En}{Bn.DE}$, e in E la preſſione $r'' = \frac{F.BP.Dn}{Bn.DE}$.

Poſto cio, ſi rimettano inſieme i ſiſtemi (§. §. V. VI.), e ſi applichino a' reſpettivi punti le preſſioni combinate, onde riformare l'intero ſiſtema di cinque appoggi del Problema, nominando A, B, C, D, E dette preſſioni combinate reſpettivamente ne' punti A, B, C, D, E. Si avrà

$$A = m + m' + m'' = F\left(\frac{DP.Bh}{Dh.AB} + \frac{Pg}{Ag} + \frac{CP.Em}{Cm.AE}\right) = F.a$$

$$B = n + n' + n'' = F\left(\frac{EP.Cf}{Ef.BC} + \frac{DP.Ah}{Dh.AB} + \frac{Pn}{Bn}\right) = F.b$$

$$C = p + p' + p'' = F\left(\frac{EP.Bf}{Ef.BC} + \frac{AP.Dg}{Ag.CD} + \frac{Pm}{Cm}\right) = F.c$$

$$D = q + q' + q'' = F\left(\frac{Ph}{Dh} + \frac{AP.Cg}{Ag.CD} + \frac{BP.En}{Bn.DE}\right) = F.d$$

$$E = r + r' + r'' = F\left(\frac{Pf}{Ef} + \frac{CP.Am}{Cm.AE} + \frac{BP.Dn}{Bn.DE}\right) = F.e$$

e perciò avranno luogo queſte ſerie di proporzionali

$A:B:C:D:E::Fa:Fb:Fc:Fd:Fe::a:b:c:d:e$

Per la qual coſa, ſe ſi faccia $a + b + c + d + e = S$, ſarà pure

$S:a:b:c:d:e::(A+B+C+D+E):A:B:C:D:E$

Siano pertanto A', B', C', D', E' le preſſioni dovute ad un peſo dato P concentrato nel punto P, ſoſtenuto da' punti di appoggio A, B, C, D, E reſpettivamente. Avranno luogo le ſeguenti ſerie di proporzionali

$S:a:b:c:d:e::(A'+B'+C'+D'+E'):A':B':C':D':E'$
$::P:A':B':C':D':E'.$

In conſeguenza ſarà

$$
\begin{aligned}
A' &= \frac{aP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{DP \cdot Bh}{Dh \cdot AB} + \frac{Pg}{Ag} + \frac{CP \cdot Em}{Cm \cdot AE}\right)\\
B' &= \frac{bP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{EP \cdot Cf}{Ef \cdot BC} + \frac{DP \cdot Ah}{Dh \cdot AB} + \frac{Pn}{Bn}\right)\\
C' &= \frac{cP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{EP \cdot Bf}{Ef \cdot BC} + \frac{AP \cdot Dg}{Ag \cdot CD} + \frac{Pm}{Cm}\right)\\
D' &= \frac{dP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{Ph}{Dh} + \frac{AP \cdot Cg}{Ag \cdot CD} + \frac{BP \cdot En}{Bn \cdot DE}\right)\\
E' &= \frac{eP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{Pf}{Ef} + \frac{CP \cdot Am}{Cm \cdot AE} + \frac{BP \cdot Dn}{Bn \cdot DE}\right)
\end{aligned}
$$

le quali ſono le preſſioni eſercitate dal corpo P ſu i cinque punti A, B, C, D, E del piano immobile ; il che era da determinarſi .

§. XV.

Non è neceſſario per alcun conto, che dimoſtriamo eſſere l'equilibrazione di tutte le forze implicita neceſſariamente nelle noſtre ſoluzioni, e che le leggi della Meccanica per l'equilibrio vi ſono pienamente ſoddisfatte; quand'anche da sè non lo paleſaſſe il ripoſo del corpo ſugli appoggi; perchè in ciaſcuno de' Siſtemi di tre appoggi che abbiamo combinato ne' Problemi precedenti, la determinazione delle reſpettive preſſioni eſclude manifeſtamente e neceſſariamente ogni movimento ſecondo un Aſſe qualunque ; diventando ſempre il centro di gravità del corpo P centro comune di gravità de' peſi parziali prementi all'intorno i punti di appoggio del piano che ſoſtentano il corpo (§. X.).

§. XVI.

Il metodo eſſendo generale, non fa d'uopo che in altri eſempj ci diffondiamo inutilmente . Egli ſi eſtende, come non è difficile ch'altri il vegga da sè, anche ne' caſi di appoggi poſti in una ſteſſa retta linea col centro di gravità del corpo ſoſtenuto. Imperciocchè , conſiderando i punti di appoggio tutti immobili, è certo, che due qualunque di eſſi tra' quali ſia coſtituito il centro di gravità del corpo per diritto, hanno pari attitudine a ſoſtenere l'intero peſo del corpo. Per la qual coſa ciaſcuna combinazione di due appoggi tra' quali ſia il centro di gravità poſto con eſſi nella ſteſſa retta linea sarà quello che, ſecondo il noſtro metodo, ſi dovrà dire *ſiſtema attivo:* e *ſiſtema inoperante* quella combinazione in cui il centro di gravità non cade tra i due appoggi. In conſeguenza adattando a queſti ſiſtemi attivi di due appoggi i principj eſpoſti nel §. V. e ſuſſegu. pe' ſiſtemi attivi di tre appoggi, nel caſo che ſieno più di due gli appoggi per diritto ſu quali ripoſa il corpo, ſi potrà procedere con pari andamento nel determinare le preſſioni per ciaſcun ſiſtema attivo ſeparatamente; rimettendo poſcia inſieme i ſiſtemi, ſi otterranno le preſſioni combinate reſpettivamente dovute a ciaſchedun appoggio, come ne' caſi degli appoggi non poſti per diritto, de' quali abbiamo trattato quì addietro.

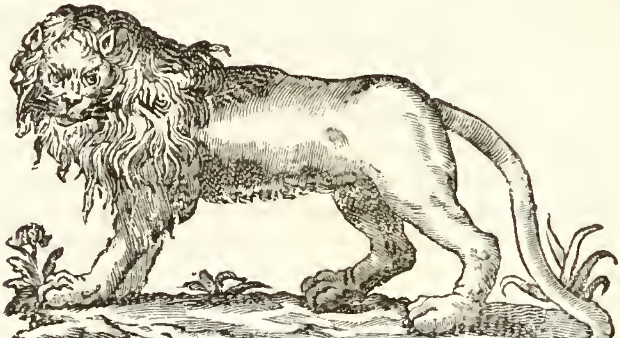


Fig. II.

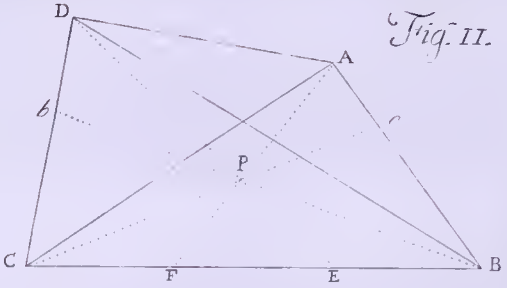


Fig. I.

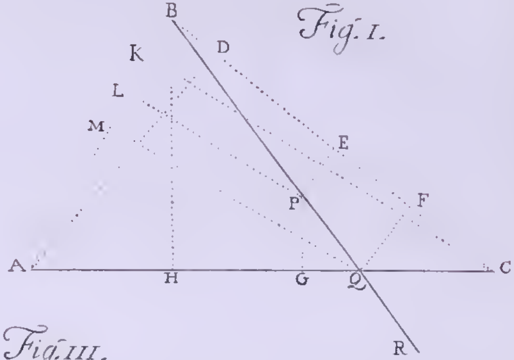
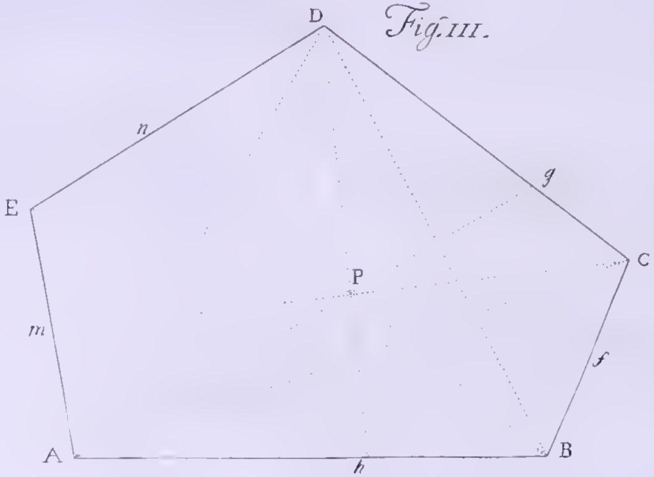

B
D
K
L
M
E
P
F
A
H
G
Q
C
R

Fig. III.


D
n
g
E
C
P
m
f
A
h
B

ESPOSIZIONE ANATOMICA

DELLE PARTI RELATIVE ALL' ENCEFALO DEGLI UCCELLI.

TRATTATO QUINTO

De' Nervi, che eſcono dalla cavità del cranio

Del Sig. VINCENZO MALACARNE.

Al Chiariſſimo Sig. MICHELE GIRARDI.

CAPITOLO II.

De' Nervi Ottici, e degli organi deſtinati negli Uccelli al ſenſo della viſta.

1. NOn verremo all'eſpoſizione del riſultato delle noſtre oſſervazioni ſopra queſti organi ſe prima non avremo recato quanto ne ha laſciato ſcritto l'*Allero*, ed informato i noſtri Leggitori della opinione del *Willis* intorno all'origine, e alla inſerzione de' *Nervi Ottici* nel globo degli occhi degli Uccelli.

Il primo pertanto avendo detto, che „ i Talami de' „ Nervi Ottici tutti cavi interiormente dann'origine a' Ner- „ dello ſteſſo nome colle fibre loro anteriori, e poſteriori “, ſoggiunge, che „ queſti Nervi ſono puranco aderenti alle „ gambe corticali del cerebro “ . . . . e che „ groſſi, duri, „ e brevi toſto ſi congiungono inſieme. “ (a)

Il *Willis* eſprimeſi ne' termini ſeguenti „ Negli Uccelli „ e ne' Peſci . . . il talamo de' Nervi Ottici ſi diſtingue per

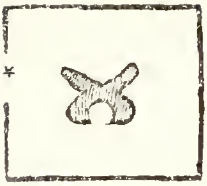
---

(a) *Thalami (nervorum opticorum) toti cavi educunt nervum cognominem fibris ſuis anteriorioribus & poſterioribus, qui tamen etiam, ad corticalia crura cerebri adhærent. Ni porro Nervi Optici craſſi, & duri, & breves, conveniunt in unum. V. opera Minora loc. cit.*

,, l' inſigne mole onde ſi eleva... dal quale come da un am-
,, pliſſimo e ricchiſſimo ſerbatojo derivando a' Nervi Ottici
,, copioſi ſpiriti animali, quindi è che gli Uccelli hanno
,, realmente l'occhio elegantiſſimo, e la viſta ſommamente
,, perſpicace ed acuta. “ (a) Ed altrove. ,, I Nervi Ottici ne'
,, Peſci, e negli Uccelli s' impiantano ſempre obbliquamente
,, nella tunica ſclerotica. “ (b) Finalmente più oltre ſog-
giunge. ,, In tutti gli Uccelli, e i Peſci, l' inſerzione dell'
,, ottico nervo nella parte poſteriore del globo, o ſia nella
,, faccia poſteriore dell' emisfero dell' occhio diretano, è lon-
,, tana dall' aſſe del medeſimo nella ſteſſa guiſa che il polo
,, del Zodiaco è lontano dall' altro dell' Equatore. “ (c)

2. Nelle Oche, e nelle Anitre queſti Nervi naſcono dalla parte midollare anteriore de' Talami di maniera che ſembra tutta la ſoſtanza bianca della faccia inferiore di quegli ampli ſacchi allungarſi per formarne i groſſi tronchi.

3. Traggono pure qualche meno cuſpicua radice da' faſci di midollare, che nell' antecedente Capitolo (d) abbiamo deſcritti ſulla baſe degli emisferi diſpoſti a foggia di * dirimpetto alla commeſſura anteriore del terzo ventricolo.



4. In quel contorno dobbiamo pure accennare, che negli Uccelli groſſi queſti due Nervi ſi truovano forniti d'una *appendice midollare*, la qual s' innalza proprio dal lembo dell' angolo, ch' eſſi fanno al davanti della unione loro nello ſcoſtarſi vicendevolmente per entrare nella Foſſa Ottica (e) (unica nella cavità del cranio, e doppia nelle orbite (f)) la quale riceve pur anco tali appendici midollari.

5. Per le ſtrettezze in cui l' anguſtia della Foſſa Ottica le tiene, chiunque a prima viſta s' immagina eſſer elleno un' *appendice* ſola: ma diligentemente eſaminando la coſa ſi

---

(a) *In volucribus & piſcibus .... nervorum opticorum thalamus ingenti mole protuberans .... cumque hinc ſpiritus animales ex uberi & tam pleno promptuario in nervos opticos deriventur, propterea quidem eſt quod volucres oculo elegantiſſimo, & viſu ſumme perſpicaci & acuto inſtruantur. V. Cerebri Anatomes cap. XIII.*

(b) *Nervi optici .... in piſcibus & volucribus oblique ſemper tunicæ ſcleroti inſeruntur. De Animâ brutor. P. I. cap. 7. §. II.*

(c) *In volucribus totius oculi compages haud rotunda eſt: ſed juxta anteriorem, poſterioremque ſuperficiem depreſſa fere diſco ſimilis eſt.* Willis *l. cit.*

(d) Num. XVIII., cioè Vol. VI. pag. 113.

(e) Vol. II. Cap. II Art. II. §. 2., cioè pag. 242.

(f) Cap. III. Art. III., cioè pag. 247.

ſcuopre che ſono due, ed in iſpezie allorchè ſi mette l'unione de' tronchi Ottici in libertà; e ſi capiſce dal ſolo ligame della pia madre venir eſſe trattenute in iſtretta contiguità.

6. Prima che vi ſi oſſervino le mentovate appendici midollari, delle quali non ſono privi nemmeno gli uccelletti più piccioli, avendovi un volume proporzionato alla maſſa del reſpettivo cerebro, a cui appartengono, i tronchi diſtinti de' Nervi Ottici, oltrepaſſato l'imbuto, e le papille midollari fra i tronchi ſteſſi compreſe, e naſcoſte, abbandonano la baſe del cerebro diſcendendo, e convergendo ſi uniſcono per formare congiunti, non già un'area quadrata come nell'uomo, ma un cordone poco men che rotondo: e così uniti ſcorrono dietro d'un riſalto traverſale oſſoſo, ſituato nel terzo anteriore del pavimento della cavità del cranio *(a)* proprio al di ſopra della Foſſa Ottica.

7. Dopo un breve tragitto in avanti ſi dividono ad angolo acutiſſimo non tanto per dar luogo tra di loro al tramezzo delle orbite, da cui que' fori dipendono, quanto per imboccare i fori ottici, e farſi ſtrada per le orbite ſempre divergendo finchè incontrata la faccia poſteriore de' globi degli occhi, vi s'impiantano appunto come diſſe il *Willis* più verſo il lato interno delle orbite, più vicino al punto naſale della periferia della *cornea traſparente*, che nell'aſſe orizzontale diretto del globo corriſpondente alla *pupilla*.

8. Prima d'immergerſi ne' globi ſervono di punto fiſſo a tre muſculini, de' quali due ſono *gemelli* in alcune ſpecie, mentre che in altre tra tutti ſono cinque muſculi diſtinti.

9. Queſti ſi portano a raggi verſo la faccia vicina della *ſclerotica* ſervendo d'auſiliari ad altri nove muſculi deſtinati negli Uccelli a' diverſi rapidi e varj muovimenti de' globi.

10. E' da notarſi però, che il *Nervo Ottico*, dal quale i tre o cinque primi muſculini accennati vengono ſoſtenuti nell'attacco loro poſteriore, prima d'eſſerne circondato co-

---

(a) Tom. II. pag. 242. num 2.

me da una cinghia imperfetta, fa nelle Oche, e nelle Anitre, e ne' Cigni, parecchie linee di ſtrada nelle orbite.

11. Ho detto *cinghia imperfetta* perciocchè l'eſpanſione *radiata* di queſti muſculini non attornia ſalvo i tre quarti della periferia di cadaun *Nervo Ottico*, laſciandone libero il quarto inferiore.

12. I muſculi principali del globo degli occhi degli Uccelli, oltre a que' *poſteriori*, che pur ora deſcriſſimo, ſon nove (*a*), diſpoſti come ſiegue

Tre per voltare in alto la pupilla ſollevando pure la faccia anteriore del globo verſo la palpebra ſuperiore; ed io perciò gli nomino *Elevatori*.

Due per abbaſſar la faccia anteriore del globo verſo la palpebra inferiore, e rivolger la pupilla in giù, detti per ciò *Depreſſori*.

Due atti a far girare il globo ſul ſuo aſſe, degni perciò del nome di *Rotatori*.

Due finalmente per trarre la *cornea traſparente* verſo il naſo, o ſia *Adduttori*.

13. Uno degli *Elevatori* perchè naſce dal margine ſuperior diretano, o eſterno del foro ottico, e viene obbliquamente carnoſo, piatto, con fibre paralelle a piantarſi ſulla maggior periferia del globo in alto, addietro, e cuopre il Nervo *Oftalmico*, perciò ha preſſo di me il nome di *Elevator poſteriore*.

14. Il ſecondo lo nomino *Elevator mezzano*. perchè dal margine ſuperiore del foro ſuddetto viene direttamente a piantarſi carnoſo verſo la parte più elevata della maggior periferia del globo, dov'è coperto in parte dal precedente.

15. Al terzo compete in nome di *Elevator anteriore*, poſto che naſcendo vicino al precedente in parte dal margine del foro Ottico più proſſimo al tramezzo dell'orbite, in

---

(*a*) Mancano agli Uccelli, il Muſcolo *trocleatore*, e la Troclea per lo alabo, e il *ſoſpenditore* del Globo ſteſſo, che oſſervaſi ne' quadrupedi.

Io l'ho trovato, e diſtintiſſimo, e robuſtiſſimo nella *Phoca vitulina*, nel che s'accorda pure la mia oſſervazione con quella del Dott. *Tyſon*. Ved. Anatomia del Vitello marino, pag. *mihi* 39.

parte dal tramezzo ſteſſo, aſcende carnoſo, e piatto, per gettarſi ſulla ſommità del globo, al fianco anteriore, o interno, dell' *Elevator mezzano*, coperto dal primo, e dal tronco del Nervo *Oſtalmico*.

16. Tutti tre i muſculi deſcritti mentre che rivolgono la pupilla in alto, non ſembra egli, che coſpirino altresì a ritirare indietro il globo?

17. I due *Depreſſori* per la direzion loro ſi poſſono diſtinguere con gli epiteti di *Dep. anteriore*,
e di *Dep. poſteriore*,
ſebbene tutti due naſcono dal margine inferiore del Foro Ottico.

18. Il *Dep. anteriore* dall'accennato margine s'avanza ſotto l'apofiſi arbitraria più vicina al naſo per impiantarſi nella vicina maggior eſtenſione inferiore della periferia del globo colle ſue fibre carnee confuſe con quelle del muſo. *Rotator Lungo* (*a*)
dalle quali è in parte coperto.

19. Il *Dep. poſteriore* va obbliquamente colle ſue fibre carnee verſo l'apofiſi arbitraria diretana, e degenerando in aponeuroſi larga cinque linee nelle Oche più groſſe, ſi attacca alla maggiore conveſſità della parte inferiore corriſpondente del globo.

20. I due *Rotatori* ſono obbliqui, e dall'uſo che hanno ſi debbon nominare *Rotatori*,
come dalla dimenſione debbono eſſere diſtinti cogli epiteti di *Rot. Lungo*,
l'uno, e l'altro di *Rot. Breve*.

21. *Lungo* ſi dice quello, che naſce dalla porzione più concava del canto anterior interno delle orbite fra la punta del più alto cornetto delle narici interne, e la volta dell' orbita: paſſa obbliquamente fino alla porzion più baſſa della maggiore conveſſità del globo cuoprendo il M. *Depreſſor anteriore* (XVIII), ed ivi finiſce (*b*).

(*a*) V. più ſotto num. XXI.

(*b*) Non ſo ben comprendere la ſituazione de' due globi, negli ſiammenti delle orbite de' *Dindj*, eſpreſſa da *Giulio Caſſerio* Piacentino, ed elegantemente imitata nella Tav. XLIII. da *Gerardo Blaſio*. *Anatome Animalium*. *Amſtel*. *CIↃIↃCLXXXI*. 4°., perciò mi ſembra, che in tali figure l'an-

22. Il *Rotator Breve* de' globi naſce molto ſottile dall' apoſi. orbitaria inferiore, dov'è coperto da quel robuſto ligamento, che compiſce il quarto inferiore della periferia dell' apertura delle orbite, in quegli uccelli, ne' quali quel giro non è tutto oſſeo, che ſono moltiſſimi; è coperto eziandio dalla tenue membrana onde le ſoſtanze contenute nella parte inferiore delle orbite ſono ſeparate dalle carni vicine: ſcorre obbliquamente di dietro in avanti raſente il lembo anteriore della groſſa *glandula ſalivale*, che occupa la porzion più baſſa e interna delle occhiaja (*a*), e finiſce aponeurotico nella parte inferior diretana della maggiore periferia del globo, verſo il trammezzo.

23. Degli *Adduttori* uno è *ſuperiore*, ed uno *inferiore*.

24. L' *Adduttor ſuperiore* naſce dal lembo più alto del tramezzo delle orbite, e vaſſi obbliquamente a piantare alquanto più innanzi dell' *Elevator ſuperiore* (XIII) dopo d'avere nel ſuo tragitto coperto il tronco del N. *oftalmico*.

25. L' *Add. inferiore* naſce più ſotto del precedente anche dal tramezzo; ſcorre carnoſo fra il nervo ſuddetto, e la glandula che occupa la parte interna ſuperiore delle occhiaja, e ch'io giudico *Lagrimale* (*b*), e degenerando in una larga aponeuroſi viene a piantarſi nella maggior conveſſità della parte inferior anteriore del globo, ſopra e più verſo la tempia che non è l' inſerzione del *Depr. poſteriore* (XIX). E' alquanto più lungo del precedente ſuo congenere (*c*).

26. Adombrata così la miología ſpettante immediatamente al *Nerv' ottico*, e al *Globo* ſteſſo degli occhi degli Uccelli, paſſiamo, chiariſſimo Signore, all' eſame del *Globo* medeſimo, notando con qualche diligenza le varietà che le diverſe ſpecie de' pennuti ci preſentano più degne della noſtra conſide-

---

damento de' due Muſculi, che ivi ſi dicono *trochlearis munus ſubiens* il primo, fig. VI. lett. *bb*; *trochleari oppoſitus obliquus & inferior*, il ſecondo, ſia aſſai diverſo dall' oſſervato da me nelle Oche, e nelle Anitre.

(*a*) V. più ſotto al num. LXXX.

(*b*) V. più ſotto a' numeri LXXVIII, LXXIX.

(*c*) Ne' Grandi Alocchi, nelle Civette, nelle Strigi, in ſomma in quegli Uccelli, che hanno il cerchio Sclerotico fatto a cannocchialetto, la direzion, e gli attacchi, de' muſculi del globo preſentano varietà sì grande, che il volerle tener dietro nelle ſpecie diverſe ſarebbe un non farla finita mai più.

razione, tenendo ſempre per baſe quello delle Oche, e delle Anitre, nelle quali oſſerviamo primamente come il Nervo *ottico* ſi pianta nella porzion poſterior inferiore interna del globo molto obbliquamente, e a molto più notabile diſtanza dal vero aſſe del globo (I) di quello che mai ſuccede nell'Uomo, nel Cane, nel Gatto (*a*). Diſtanza che varia ſecondo ch'è diverſa la groſſezza reſpettiva de' Globi, e l'ap-

---

(*a*) L'aveva già inſegnato il *Willis*, come indicammo al N. 1., dicendo egli eſpreſſamente. *Nervi optici in nobis, item in cane, in fele (& in cæteris forſan animalibus calidis) ad fundum oculi delati pupillæ regioni proſpiciunt, dum interim in aliis quadrupedibus, uti etiam in piſcibus, & volucribus oblique ſemper tunicæ ſclerodi inſeruntur. De Anima Brut. P. I. cap 7 §. II.*

Il *Willis* non ha uſato della ſua ordinaria eſattezza nell'aſſerire, che i Nervi ottici negli uomini, e negli altri animali a ſangue caldo dal fondo dell'occhio corriſpondono alla pupilla, tutti gli animali ſuddetti avendogli piantati nel globo più verſo l'orlo naſale, che verſo altra parte della cornea traſparente, il che da niſſun de' moderni anatomici è ignorato. Anche nella *Phoca Vitellina* i Globi dell'occhio della quale rappreſentano aſſai bene una neſpola, il ſito della corona della quale continui al eſſere leggermente conveſſo, ho veduto che l'immerſione del Nervo ottico devia notabilmente dall'aſſe diretto della maggior elevazione della cornea traſparente al fondo poſteriore de' globi. Eccone le miſure

Il diametro de' Globi diretto è poll. 1 : 3
verticale poll. 1 : 6
traverſale poll. 1 : 6

L'immerſione degli ottici nel fondo del globo è dal margine naſale della cornea traſparente diſtante poll. 0 : 11
dal marg. temporale poll. 1 : 3
dal marg. frontale poll. 1 : 0
dall'inferiore poll. 1 : 1

La cornea traſparente eſattamente rotonda era larga un pollice, e poteva eſſere quaſi per li tre quarti coperta dalla membrana *nictitante* munita d'un lembo libero foſco ſemicartilaginoſo alto poll. 1 : 1
largo 1 : 4
affiſſo alla congiuntiva robuſta, cedente ed elaſtica per via d'un'ala ſemilunare diſcendente dal canto eſteriore dell'orbita, lunga 0 : 9
larga 0 : 4

La Sclerotica n'è robuſtiſſima, di color lionato.

La Choroeidèa robuſta, di color ſanguigno-piombino, era coperta, cioè ſeparata dalla Sclerotica per mezzo d'una tela Aracnoeidèa vaſculoſiſſima, ben diſtinta, che vi ſtava affiſſa per mezzo d'una folta ſelva di vaſi, e fra queſti paſſavano pure numeroſi bianchi filamenti nervoſi, che ſcorrevano di dietro innanzi ſerpeggando prima di naſconderſi nella Choroeidéa.

Dentro di queſta al fondo del Globo vedeaſi un amplo tappeto bianco lattato al centro, da mille forellini bucherato, vellutato, traforato dal Nervo ottico; il qual tappeto occupava i tre quarti della faccia poſterior del globo; in alcuni ſiti era largo lin. 8., ed aveva il margine anteriore terminante come in un vivagno ceruleo, degenerante in nero a miſura che ſcoſtavaſi dal Nervo ottico. Queſto nel fondo del globo formava una papilletta di color cenerognolo, dal contorno della quale ſi ſtendeva innanzi la Retina ſottile, ma diviſibile in lamine. Parea roſſa come vino adacquato, ma tal colore le venia dal vitreo ſottopoſto, tutto roſſo; e l'umor gemente dalla Choroeidéa, e dalla Aracnoeidea, era pure roſſigno, quaſi vinoſo.

La Lente Criſtallina rotonda e in capſula robuſta, pellucidiſſima contenuta, avea per ogni verſo linee nove di diametro, ed emergeva dalla faccia anteriore della capſula vitrea cinque linee.

L'iride n'era bigia, coperta di vaſi vorticoſi molto elevati; e l'umor acqueo nella camera anteriore, molto abbondante avea più del ſanguigno, del vinoſo nel colore, che dell'atramentario.

I Proceſſi Cigliari elegantiſſimi, robuſtiſſimi, hao riſalto maraviglioſo dall'atramento che intorno vi e ſparſo.

piattimento loro ne' differenti Uccelli, ma è ſempre più vicina al punto naſale della periferia della *Cornea traſparente*, che a quello che riguarda le tempie, nè alla ſuperiore, nè alla inferiore.

27. Ho ſotto gli occhi il globo d'un Nibbio, che ſi potrebbe paragonare ad una neſpola ſenza corona. Tutto il

globo ha di diametro traverſale	poll.	1 : 1
di diametro verticale		0 : 10
d'aſſe diretto		0 : 7
Il diametro della *Cornea traſparente*		0 : 6
E' ſpeſſa poco meno di		0 : 1

eppur gode di maraviglioſa traſparenza quantunque l'uccello ſia morto per ferita già da tre giorni.

28. La medeſima C. *traſparente* è unita al margine proſſimo di quindici *laſtre oſſoſe* diſpoſte a raggi ſulla faccia anteriore del Globo mediante una forte *cinghia ligamentoſa*, e vi ſta incaſtrata come la radice dell'ugna ſta nella doppiatura ſemilunare della cute delle dita umane.

29. La ſuddetta *cinghia ligamentoſa* è di color bruno con gli orli biancaſtri tanto dal canto della *ſclerotica*, quanto da quello della *cornea traſparente*; è larga in baſſo appena un terzo di linea, più di due linee in alto, e verſo le orecchie, il che ivi la rende falcata, quaſi ſemilunare.

30. La *ſclerotica* n'è pur anco aſſai robuſta, di color men bruno che il centro della *cinghia*, al di fuori, e ſimile alla feccia del vino, al ſegato ſano, al di dentro del globo. Stendeſi dal termine del Nervo *ottico* fin oltre alle *Laſtre oſſoſe*, che vi ſtanno aderenti per mezzo d'un teſſuto celluloſo robuſtiſſimo, e tutta la minore periferia del *cerchio oſſoſo* fatto dalle medeſime *laſtre* concorre a dare maggior robuſtezza a quella *cinghia*, che vi uniſce la *cornea traſparente*.

31. La parte poſteriore della *ſclerotica* è traforata dal Nervo *ottico* tre linee e mezzo circa più verſo il tramezzo delle occhiaja, e lontano dall'aſſe diretto del Globo; e quivi l'accennato nervo fa un tragitto conſiderabile ſul parete poſteriore del fondo del globo, verſo la orecchia, in un ſolco ſcolpitovi, che continua pure ſulla faccia interiore della *ſclerotica*, del che riparleremo a ſuo tempo.

32. Il numero de' vaſi, e de' nervi, che ſi diramano per

queſta

queſta tunica, e la traſorano per fornirne la *choroeidéa*, e *l'iride*, e le altre ſoſtanze interiori de' globi, è maraviglioſo, poichè io medeſimo ne ho potuto numerare cento venti ramicelli per globo nelle occhiaja d'un Nibbio, ch'era ſtato inchiodato ad una porta, ed ivi ad ogni intemperie eſpoſto almeno due anni; più di ottanta in una, e novanta nell'altra occhiaja d'una Gru, d'un Aghirone ſtati pure altrove lunghiſſimo tempo affiſſi, ancorchè tutte le altre parti molli ne foſſero ſtate dalle tarme corroſe. Confeſſo però di non eſſermi curato di diſtinguer le diramazioni vaſculari dalle nervoſe, giacchè l'eſiccazione aveale reſe indiſtinguibili.

33. La *choroeidéa* delle Oche, e delle Anitre è veramente nera; e verſo l'origine della *Retina* prende un color roſſo come la feccia del vino, divenendo ivi più ſpeſſa, e facilmente diviſibile in varie lamine. Nel Nibbio è di conſiſtenza e robuſtezza mediocre, pur nera, e diviſibile in lamine membranoſe; ſta affiſſa alla faccia interna della *ſclerotica* per numeroſiſſimi vaſi, e nervi, oltre ad un arrendevole teſſuto cellulare, aſſai più reſiſtente a' margini del ſolco per cui traſcorre in fondo a' globi il *nerv' ottico* (XXXI) in avanti ed in baſſo, un po' in fuori, per lo ſpazio di cinque linee.

34. Da queſto ſolco il Nervo *ottico* getta una quantità di minuti filuzzi midollari paralelli, ſoſtenuti da morbida lanugine corticale, da' quali riſulta una ſpecie di *Pettine* lungo quanto è lungo il ſolco ſuddetto, inclinato pure al davanti, al baſſo, e verſo la tempia, aderente di modo alla *capſula* dell' *umor vitreo*, che malagevolmente ſe ne può ſeparare ſenza ſcambievoli lacerazioni, e ſpandimento del *vitreo*. Sul propoſito di queſto *Pettine*, dependente dalla ſoſtanza medeſima del Nervo *ottico* degli Uccelli, leggo nella Storia naturale del Sig. *de Buffon* quanto ſiegue. „ La ſeconda (delle membra-
„ ne di più negli occhi di tutti gli Uccelli, che non ſi tro-
„ vano nell'occhio umano) è ſituata nel fondo del globo,
„ e ſembra un'eſpanſione del Nervo ottico, che ricevendo
„ più immediatamente le impreſſioni della luce ne debbe per
„ coſeguenza eſſere più agevolmente commoſſo *(a)* ". E nel-

(a) „ La ſeconde (des membranes de plus „ dans les yeux de toux les oiſeaux qui „ ne ſe trouvent pas dans l'homme) eſt „ ſituée au fond de l'oeil, & paroit être

la nota. ,, Negli occhi d'un Dindio il Nervo *ottico*, che
,, era ſituato molto da canto, dopo d' avere forato la ſclerotica,
,, e la choroeidéa, ſi allargava, e formava una rotondità,
,, dalla circonferenza della quale partivano parecchi filuzzi
,, neri, che s'univano per ſar una membrana da noi trovata
,, in tutti gli Uccelli *(a)*. Negli occhi dello Struzzo "
(è ſempre il *de Buffon* che ſcrive) ,, il Nervo ottico forata la
,, ſclerotica e la choroeidéa, ſi dilatava, e formava una ſpecie
,, d' imbuto, d'una ſoſtanza ſimile alla ſua: imbuto, che per l' ordinario
,, non è tondo negli Uccelli ne' quali abbiamo quaſi
,, ſempre trovato l' eſtremità del Nervo ottico appiattita, e
,, compreſſa nel cavo dell' occhio. Da queſt' imbuto uſciva una
,, membrana rugoſa, piegata quaſi come una borſa, larga ſei
,, linee in baſſo all' uſcita del Nervo ottico; terminava all' alto
,, in punta; era nera, ma d' un nero diverſo da quello della
,, choroeidéa, la quale ſembra come invernicata d' un colore ſtemprato,
,, che s' appiccica alle dita, perchè quella membrana era
,, penetrata dal ſuo colore, la ſuperficie del qual è ſolida.

35. Dal medeſimo luogo donde ſi allunga il *Pettine*, ha principio l' eſpanſione midollare della rimanente ſoſtanza del Nervo *ottico*, dalla qualle riſulta la *Retina*, la quale, nelle Anitre ſpecialmente, è molto tenace, mucoſa, ſpeſſa, e diviſibile in lamine. La robuſtezza della *Retina* ſi rende manifeſta negli Uccelli, e negli altri animali, tagliandola circolarmente colla punta della lancetta a qualche diſtanza dalla *capſula* del *criſtallino*, dopo d' avere con deſtrezza roveſciate la *ſclerotica*, e la choroeidéa, in guiſa da formare una con-

---

,, un épanouiſſement du nerf optique, qui
,, recevant plus immédiatement les impreſſions
,, de la lumiere doit dès-lors être,
,, plus aiſement ébraulé ".
V. Des Oiſeaux Vol. I. pag. 7.

(*a*) ,, Dans les yeux d'un Cog indien le
,, nerf optique, qui étoit ſitué fort á coté,
,, apres avoir perce la ſclérotique & la
,, choroïde, s' clargiſſoit, & formoit un
,, rond, de la circonference du quel il
,, partoit pluſieurs filets noirs qui s' uniſſoient
,, pour former une membrane que nous
,, avons trouvée dans tous les oiſeaux. Dans
,, les yeux de l' Autruche le nerf optique
,, ayant percé la ſclérotique & la choroïde,
,, ſe dilatoit & formoit une eſpéce d' entonnoir
,, d' une ſuſtance ſemblable à la ſienne;
,, cet entonnoir n' eſt pas ordinairement
,, rond aux oiſeaux ou nous avons
,, preſque toujour trouvé l' extremité du
,, nerf optique, & qui alloit en pointe vers
,, le haut; ètoit noire, mais d' un autre
,, noir que n' eſt celui de la choroïde,
,, qui paroit comme enduite d' une couleur
,, dètrempée qui s' attache aux doits; car
,, c' étoit une membrane pénétrée de ſa couleur,
,, & dont la ſurface étoit ſolide ".
V. Memoires pour ſervir à l' Hiſtoire des Animaux pag. 173. & 303.

cavità in fuori ſu per lo tronco del Nervo ottico. Allora ſe ſi tiene ſoſpeſo il globo pel nervo ſuddetto, la *capſula vitrea* con tutto l'umor, che contiene, ſe ne diſimpegna, e ne sbuccia a poco a poco pel proprio peſo, e laſcia pendente dal ſolco, e dalla *papilla ottica*, a foggia di lungo fiocco midollare, mucoſo, filamentoſo, cenerognolo, la *Retina*.

36. Non vogliamo però attribuir totalmente alla ſoſtanza midollare ſpandenteſi dal Nervo *ottico* la robuſtezza della *Retina*, perciochè vi concorrono, e molti vaſi tenuiſſimi, e il teſſuto cellulare, che la connette colla *capſula del vitreo* per lo quale dalle infiammazioni interne de' globi ſiamo ammaeſtrati eſſere diſperſi a foggia di rete pleſſi d' innumerabili vaſellini procedenti da quelli, che nella *retina* ſi diramano. Diventan roſſi nelle infiammazioni, e ſono pellucidi nello ſtato naturale. Il teſſuto, di cui favelliamo, alcuni anatomici di chiaro nome, che lo trovarono nell'uomo, e ne' quadrupedi, lo conſiderarono come una membrana particolare, che diſtinſero pure col nome di *Aracnoeidea*. Quindi la confuſion, e il diſordine, che regna nella nomenclatura (*a*) delle membrane coſtituenti il globo dell' occhio in generale.

37. Mentre che l' *umor vitreo* delle Oche, e delle Anitre, ſta rinchiuſo nella ſua *capſula* mantiene un colorin giallo ſudicio; quello de' Galli d' India è più foſco; quello del Nibbio conſerva un non ſo che di roſſigno vinoſo. E' tenace della ſua configurazion naturale, uſcendo dificilmente dalle ſue cellule (*b*); anzi poſſono tagliarſene colla lancetta pez-

---

(*a*) Il *Ruiſchio* diligentiſſimo anatomico, preſcindendo dalla *Vitrea*, e dalla *Criſtallina*, nelle quali non avea potuto far penetrare la materia delle ſue injezioni, ne ammettea ſei, cioè
la Congiuntiva,
la Tendinoſa,
la Sclerotica (da cui non credea differente ſe non per la ſua pellucidità ſomma la *cornea traſparente*):
la Choroidèa,
la Ruyſchiana, e
la Retina. Noi vedremo, che maggior numero ſe ne dee ammettere, giacchè la notomia ce le preſenta.

(*b*) Ne' Grandi Alocchi, nelle Strigi, e di nuovo anche in un groſſo Avoltojo, avendo laſciato per poche ore tutto il *vitreo* ſpogliato dalla *Retina* eſpoſto a' caldi raggi del Sole, ſopra la faccia candida d' una carta da giuoco, lo vidi appaſſito, e deſtintamente ſollevandone la *capſula* comune dalla *nicchia del criſtallino* in fuori, colla ſpalla della lancetta, m' accorſi, ch' erane tutta la ſoſtanza eſteriore ſimile a quella de' granelli, o ſemi de' pomi granati, che ſi vanno ſpogliando della ſeconda corteccia bianca; o ſimile a' limoni ſeccati al Sole, a' quali tolta la buccia eſteriore ſi va ſollevando l'altra più molle, biancaſtra, laſciandone in ſito la ſugoſa diſpoſta a granelli anch' eſſa.

zi per ogni verſo ſenza che l'*umore* ſubito ſe ne ſpanda, ſebbene a poco a poco il più fluido ſe ne sbrighi, e tutto, preſcindendo dal membranoſo, ne ſvapori. Ciò non oſtante negli Uccelli non è tanto attaccaticcio, nè tanto ſeguace, quanto l' umano.

38. La *Nicchia* nella quale il *vitreo* riceve alla ſua faccia anteriore la *Lente criſtallina*, è aſſai profonda; e queſto brillante traſparentiſſimo corpo è attorniato, e mantenuto fiſſo nella *nicchia* ſuddetta per mezzo delle ſeguenti mirabilmente adattate, ed eleganti congegnature.

39. In primo luogo la continuazion della eſterior *lamina* della *capſula vitrea (a)*, la quale ſi ſcoſta dalla interiore, quando arriva alla perifería del *criſtallino*, per cuoprirne tutta la faccia anteriore, vi laſcia uno *ſpazio triangolare* tutt' attorno pieno d'umor acquoſo, ſvaporata porzione del quale negli occhi, o eſtratti dall' orbita già da qualche tempo, o altramente appaſſiti, quello ſpazio reſta viſibile anche ne' più minuti Uccellini; e può empierſi di vino con uno ſchizzatojo.

40. In ſecondo luogo è da oſſervarviſi una belliſſima *cinghia*, nera alla ſuperficie, candida interiormente, la quale ſi getta ſulla perifería della *nicchia del criſtallino* con piccioli denti bianchi, diſpoſti in giro come quegli artificioſi, con cui nel nicchio loro metallico ſono trattenute le gemme, detta *Ligamento cigliar minore, o interno*. Que' denti occupano l'orlo centrale della *cinghia*, e dall' altr' orlo della medeſima più lontano dal centro ſi allungano innumerabili raggi neri, punterellati, tingenti in nero le dita, che gli toccano, d'una gran finezza, tra i quali ſi vedono filuzzi bianchi, nervei, incollati ſulla faccia anteriore della *capſula del vitreo*, e diramantiſi verſo la *nicchia del criſtallino* ſopra e ſotto del quale viſibilmente ſi allungano: dico viſibilmente allorchè ſi leva via alquanto di quella nera ſoſtanza ſtriſcian-

---

(a) Anche a queſta *lamina* della *capſula vitrea*, che tiene incaſſato il *criſtallino* ſulla faccia anteriore del *vitreo* fu dato il nome di *tela aranea*; e *Ruggier Bacone* fu per avventura uno de' primi ad oſſervare ne' groſſi animali, che *in hac continetur corpus glaciale, vel criſtallinum*, e s' immaginò, che le grinze di queſta, detta da altri *Tunica araneoſa*, e della *cornea Lucida*, come ſegue alla pelle de' vecchi, poteſs' eſſere cagione della confuſa viſta di queſte perſone. V. *Rug. Bacon. Perſpectivæ Diſtinct. 1. cap. 1.*, e cap. 3.

dovi ſopra con deſtrezza il filo della lancetta, o dello ſtecco di penna, di cui frequentemente mi ſervo in queſte ricerche; gli diſtinguo col nome di *Proceſſi minori cigliari interni*.

41. Il *Ligamento cigliar minore* a dentature argentine, che circonda il *criſtallino*, nel Nibbio laſcia alla faccia anteriore dell'accennata *lente* uno ſpazio libero per lo paſſaggio de' raggi viſuali, affatto circolare, che ha quattro linee di diametro. Quella porzione poi dell'orlo centrale, cui mediante il ſuddetto *minor Ligamento cigliare* ſi appoggia ſulla perifería del *criſtallino*, è larga due linee e un quarto, oltre alle due linee di larghezza, che ha la ſua porzion radiata, che fregia la faccia anteriore della *capſula vitrea*.

42. Alla vaſta erudizione voſtra, chiariſſimo Signore, nulla sfuggì di quanto hanno ſcritto d'importante ſopra queſti organi dilicatiſſimi, e ſpecialmente ſulla *capſula del criſtallino*, ſul *Ligamento cigliare*, e ſugli uſi loro per le modificazioni della viſta ſul fine del precedente ſecolo, e ſul principio del corrente, e il *Briggs* (*a*), e lo *Sturmio* (*b*), e il *Keil* (*c*), e il *Cowper* (*d*), e il *Grew* (*e*), non che le più recenti oſſervazioni che dopo le belliſſime, ed originali pubblicate dal mio ſempre pianto, e ſempre deſiderato maeſtro *Ambrogio Bertrandi* (*f*), ſi fecero da' Notomiſti dilicatiſſimi più recenti. Sopra tutto poi avendo voi tenuto dietro al Maeſtro voſtro immortale *Morgagni*, e illuſtrato con tanta gloria voſtra, e vantaggio del pubblico i prezioſiſſimi lavori del *Santorini*, nulla vi è naſcoſto di quanto s'appartiene a queſti organi conſiderati nell'Uomo; perciò è inutile ch'io vi prieghi d'oſſervare, che queſte fibrille del *Ligamento cigliare minore* viſibili negli Uccelli, nol ſono del pari negli uomini, i quali non avendo il *pettine* (che negli Uccelli perpetuamente ſi trova (XXXIV, e XXXV)) mancano del punto principale d'appoggio, o fiſſo, dal quale ſcorrendo di dietro innanzi ſulla *capſula del vitreo* fra la molle teſſitura

---

(*a*) Ophtalmographia, e Nova Viſus Theoria.

(*b*) Exercitation. Acad. de viſ. organ. & ratione.

(*c*) Anatome.

(*d*) Not. ad Anatomen *Bidloi*.

(*e*) Deſcriptio anatomica Urſi.

(*f*) *Ambroſii Bertrandi Diſſertationes Anatomicæ. De Hepate, & Oculo. Auguſtæ Taurinor.* MDCCXLVIII. 4.o della *retina*, e i filamenti nervei, che la compongono, coſtituendone per così dire *l'ordito*, vengono a terminare dattorno al *criſtallino*, a un dipreſſo come i tendinucci dell' interior del cuore ſpiccandoſi da' muſculi papillari de' ventricoli, ſi portano, colle loro eſpanſioni ſimili a valvule piramidali, a' contorni degli orifici auriculari del cuor medeſimo. Il *pettine*, che alla ſua baſe è realmente muſculoſo, dà origine a' ſottiliſſimi filamenti, che giunti dintorno alla *lente criſtallina* formano il *ligamento cigliare*, il che contribuiſce a render capaci gli Uccelli di far corriſpondere gli umori degli occhi a tutte le convergenze, e divergenze de' raggi procedenti dalla varietà de' mezzi, che percorrono. Lo ſteſſo *pettine* poi, e il *Ligamento cigliar minore* ſono attaccati, incorporati nel *vitreo* di modo, che malagevolmente ſi poſſono ſeparare; per la qual coſa tutt' i movimenti del *pettine* ſono comunicati al *vitreo*, e per via del *Ligamento* alla *capſula del criſtallino*: quindi è che il *vitreo* ſi riſente delle alterazioni poſſibili nella figura e ne' moti del *criſtallino*, come le alterazioni del *vitreo* al *criſtallino* è giuoco forza che vengano comunicate: ma ſopra tutto converrà pure che talvolta il *criſtallino* ſi appiattiſca, e ſi allarghi, altre volte acquiſti maggiore conveſſità, e ne diminuiſca la larghezza: ora ſi accoſti al fondo del globo, ora dal medeſimo ſi allontani per avvicinarſi alla *cornea traſparente*, ſe il *Pettine* giuoca.

43. Anche i Peſci, conformi in molte coſe agli Uccelli, in queſta particolar diſpoſizione dell' interno degli occhi, ſi conformano con queſti; ed a queſto effetto la *choroeide* loro ha una ſoſtanza muſculoſa, che circonda il Nervo *ottico* per un certo tratto, dalla quale ſi allungano filamenti divergenti indietro, convergenti poi, ſuperata in avanti la maggiore conveſſità del *vitreo*, e diretti alla *capſula della lente criſtallina* molto più rotonda, e molle alla ſuperficie, che in altri animali groſſi. Ma queſti ſcorrono fra le lamine della *choroeide*, che trovo in gran parte ſeparata dalla faccia interiore della ſemicartilaginoſa, o ſquamoſa loro *ſclerotica*, forſe affinchè quella abbia maggior libertà di agire ſopra il *vitreo*, ed il *criſtallino*.

44. Soggiungerò per ultimo l' oſſervazione del *Bertran-*

di (*a*), che ſerve a dilucidar quel poco, di cui ho giudicato a propoſito di rendervi partecipe intorno a queſti maravglioſi ordegni. „ Negli Uccelli “ (dice il mio Maeſtro) „ ſotto la choroeide ſtendeſi una certa membrana detta *Marſupio-nero*, la qual è realmente negriſſima. Non forma un „ concavo, ma ſi allunga dal nervo ottico, e per lo più „ ſoltanto dalla parte ſuperiore della concavità dell' occhio. „ La figura n'è romboidèa, e da tutte due gli angoli ſuperiori della medeſima ſi allunga una fibrilla bianca tenuiſſima, che ſi ſtende fin nella tunica *hyaloide* del criſtallino. „ Manca nell' Uccello Ballerina: io però nell' Alocco vidila „ compoſta di certe fibre oſcurette procedenti dal Nervo ottico, fra le quali ſenza dubbio erano intrecciate fibre aſſolutamente carnee “.

45. Nell' Anitre, e nelle Oche la faccia poſteriore del *criſtallino* è ſtranamente conveſſa, mentre che l' anteriore n' è appena curva; e leggiermente premutolo, o battutolo da un lato, rompe la *capſula* nel fianco oppoſto, e preceduto da una poca d' acquerella ſcatta fuori della *nicchia*.

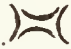
46. Quello del Nibbio ha la faccia anteriore più conveſſa, e non poco appiattito il lembo della medeſima più vicino alla perifería; difficilmente sbuccia dalla *capſula* ſe queſta punta non viene ad arte, o feſſa; il che facendoſi, e ſeparatane intieramente la *lente* ſi trova coperta d'una *tunica ſua propria*, che le dà in tutto cinque linee di diametro verticale, e quattro d'aſſe diretto, il che coſtituiſce un corpo molto maggiore, che non è nell' Anitra, Uccello aſſai più groſſo del Nibbio, nella quale il diametro vertical della lente è l. 3 + 3 : 4, l' aſſe l. 2 + 3 : 4. Rotta puranco nel Nibbio la *tunica propria* del *criſtallino* elaſtica, e pellucidiſſima, ne ſprizza fuori una poca d' acquerella glutinoſetta, che al contatto dell' aria diventa latticinoſa, e la

---

(*a*) XXXVI. *In avibus choroïdi ſubſternitur membrana quædam, quam* Marſupium nigrum *vocant, quæ certe nigerrima eſt, neque calicem efficit, at ex nervo optico, ut plurimum ſolum ex ſuperiore parte concavitatis oculi protrahitur, figura rhomboidea, ex cujus ſuperiore alterutro angulo, fibrilla albida, tenuiſſima educitur, quæ hyaloidem cryſtallini tunicam continuatur, eaque deficit in* Ave *ſaltatatrice: ego autem in Ulula fibris quibuſdam ſubobſcuris, quæ e nervo optico prodirent, contexi obſervavi, quibus certe fibræ omnino carneæ erant interjectæ.*

V. De Hepate & oculo pag. 64.

tunica ſi ſepara agevolmente dal *nocciolo criſtallino*, che allora conſerva ſoltanto quattro linee di diametro, e due e mezzo d' aſſe. Nell' Anitra in tale ſtato la *lente* priva della ſua tunica, e del liquor accennato conſerva tuttavia tre linee e più di diametro verticale, e due linee e mezzo d'aſſe.

47. Nel Barbagianni detto *Gran Duca*, o *piè di lepre* da' franzeſi, ho trovato i *criſtallini* con otto linee d' aſſe, e cinque di diametro verticale, ſimili a due mezze sfere ugualiſſime appoggiate ad un breve cilindro d' ugual diametro, il tutto formante un corpo ſolo elegantiſſimo (*a*). Queſto (come il *criſtallino* del Nibbio) veſtito ancora della *tunica ſua propria*, ha un non ſo che di foſco, o appanato, cenerognolo, e quadruplica gli oggetti minuti ſu cui ſi applica;. ſpogliato di quella appena gli duplica, e appare nitidiſſimo, traſparentiſſimo, e reſtando molle e facile a ridurſi per ogni minima preſſione in bricciole, in liſche curvilinee, cioè concave all' interna o centrale, conveſſe all' oppoſta faccia, la rottura, o ſeparazion d' ogni ſtrato delle quali inclina a tenere ſopra amendue le faccie del *criſtallino* il qui rozzamente eſpreſſo tenore  (*b*). Sono brillanti, e glutinoſe-friabili come la gelatina conſiſtente, e conſervano queſta loro diviſibilità e friabilità fin che la *lente* non è ridotta alla quarta parte del ſuo natural volume: allora il nocciolo irregolarmente globoſo che rimane, ſi ſente molto più ſolido al tatto, e prende il color, e il luccicante de' frangimenti del ghiaccio.

48. Più facile a ridurſi in quelle gelatinoſe lamine conveſſe davanti, concave a tergo, è il *criſtallino* delle Anitre, meno quello delle Oche, e meno ancora quello de' Dindj della medeſima età. Nelle Oche vecchie, e in due vecchiſſimi

Papagalli

(*a*) Il *Duhamel* ci ragguaglia, che l' Uccello *Cormorante* ha il *Criſtallino* globoſo come i peſci „ perchè ha biſogno di vedere, e di tener dietro ſott' acqua alla „ preda.

(*b*) So quanto è da queſta differente la figura de' diverſi centri, da' quali partono le liſche criſtalline, laſciataci dal rinomatiſſimo *LeeuWenhoeckio*, e nelle Tranſazioni Filoſofiche Numm. 165, e 293; e negli *Arcana Naturæ* ec., e confeſſo che ne' *criſtallini* umani, e quadrupedini, ho ravviſato ancor io a un di preſſo quella ſtruttura, ch' è eſpreſſa da quel grande oſſervatore; ma nel Grande Alocco, e nel Nibbio, la diſpoſizione delle liſche criſtalline ſuol eſſere come io la ho abbozzata.

Pappagalli ſopra tutto, e in alcuni Corvi molto groſſi, ed antichi, lo trovai molto più reſiſtente, che non in verun occhio d'uomini vecchiſſimi, ſe pur da principio di cataratta non erano contaminati. Perciocchè nelle cataratte umane, dal molle, dal friabile della gelatina, ho trovato, che i diverſi *criſtallini* paſſavano ſino al coriaceo de' porri, che ſi elevano ſulle mani, e alla durezza de' *criſtallini* ſottomeſſi alla lunga azion dell'acqua bollente (*a*). Lo ſteſſo dicaſi della loro traſparenza.

49. Oſerei proporvi, ſperimentatiſſimo Signore, le mie idee, tratte da una ſerie d'oſſervazioni anatomiche, e patologiche, intorno alla produzione, e alla conſervazione de' *criſtallini*, e della *tunica loro propria?* Parmi di poter derivare e l'una, e l'altra; e di poterne ſpiegare molti fenomeni morboſi, tenendo dietro a quel tronco d'arteria, che penetra nel globo degli occhi, proprio nel centro de' *Nervi ottici*. Queſta ſerpentinamente ſcorrendo, e diramandoſi nel centro del *vitreo*, pervenuto alla *nicchia del criſtallino* con un tronco notabile, e con una ſerie di rami laterali, tutti veſtiti di tenuiſſima polpa nervoſa, rapita ſeco dal nervo *ottico*, s' impiegano il tronco a coſtruire le multiplici liſche curvilinee, di cui è compoſto il *criſtallino*, a nutrirle, a ripararle, a tenerle vive, e congiunte per via della conveniente celluloſa, diramandoſi dal centro alla circonferenza del *criſtallino*: i rami laterali della polpa nervoſa veſtiti, s' impiegano, diſſi, a fornire la ſuperficie del *criſtallino*, e la *tunica propria* di eſſo, de' mezzi di ſuſſiſtenza, e di vita, de' quali abbiſognano. Mi ſono aſſicurato più volte di queſta influenza dell'arteria ottica ſpezialmente ſu tutto ciò che riſguarda la *tunica*, e la *lente criſtallina* ſu groſſi Gatti, e poi ſu due groſſe Pecore da macello, che in tempo d'inverno feci ſtrozzare lentamente, appendendo e quegli, e queſte con un laccio ſcorſojo, indi facendone agghiacciar le teſte, ammaeſtrato in queſto da voi (*b*), e dal voſtro allievo il

---

(*a*) Ne' diverſi *criſtallini* di molte ſpecie di Uccelli, fatti bollire, ho riconoſciuto, che ha ſtrati come que' delle cipolle, ma partenti da centri diverſi delle due faccie, ſono diſpoſte le tenui liſche di ſoſtanza condenſabile, di cui ſono formati.

(*b*) Per via delle elegantiſſime e dottiſſime Note e ſpiegazioni alle Tavole Poſtume Santoriniane. Parma 4to grande.

Sig. Dott. *Gennari* (*a*). Anche in due Galli d'India ſtrangolati lentamente, e laſciatene agghiacciar le teſte, col mezzo d'una lente ordinaria ho ravviſato quanto diſſi, benchè meno chiaramente; e in ultimo luogo negli occhi magnifici d'un Grande Alocco. Delle oſſervazioni patologiche ond'è corroborata queſta mia opinione, tratto diffuſamente in un' operetta diſtinta.

50. Prima di favellare dell' *Umor Acqueo* è neceſſario dire qualche coſa delle *camere*, nelle quali è contenuto, ſpecialmente negli Uccelli. In queſti come negli Uomini, e ne' Quadrupedi la *choroeidéa* continuando il ſuo corſo in avanti dalla immerſion del Nervo *ottico* nel globo, tappezza tutta la faccia interior della *ſclerotica* fino al lembo anterior circolare, che fiſſa il limite fra queſta, e la *cornea traſparente*.

51. Queſto par eſſere il punto, in cui la *choroeidéa* ſi attacca più tenacemente alla parte anterior interna del globo, formandovi una *cinghia cenerognola*, la ſuperficie interior della quale è tutta *pieghette* diſpoſte a raggi, molto più bianche del rimanente della *cinghia*, ſebbene ſi trovino immerſe in molto di quell'inchioſtro, che offuſca la parte anteriore del *vitreo* intorno al *criſtallino*; e quella *cinghia* è ſtata detta dal più degli anatomici *Ligamento cigliare*; e quelle *pieghette* biancheggianti, che ſtanno ſotto di eſſa prominenti indentro, propio nell'angolo che fa il lembo anteriore della *choroeidéa* congiungendoſi col *diaframma* dell'occhio, detto dal vulgo l'*Iride*, ſon nominate *proceſſi cigliari*.

52. Io poi negli Uccelli, ed altrove intorno al *criſtallino*, ſul margine del *nicchio* fatto dal *vitreo*, avendo pur oſſervato e un'altra *cinghia* candida, e ſopra quella diretti fra la *retina*, e la *capſula vitrea* filuzzi biancheggianti, per niſſun verſo continui con que' de' *proceſſi cigliari*, incollati ſulla *choroeidéa*, e prolungati ſulla faccia poſteriore dell' *iride*, ho creduto conveniente di dar a quella e a queſti il nome di *Ligamento cigliare minore*, e di *proceſſi cigliari minori*, o *interni*, come avrete oſſervato quà dietro (*b*).

(*a*) Coll' opera: De peculiari ſtructurâ cerebri ec. Parmæ ex Regio Typographeo M. DCC. LXXXII. 8.o

(*b*) Numm. XL. XLI.

53. Il *Diaframma* poco prima accennato, o ſia l'*Iride* (*a*), nome che negli Uccelli non merita, perch'è ordinariamente d'un ſol colore, cenerognolo nelle Anitre, giallo-biancaſtro nel Nibbio, giallo-arancio ne' Grandi Alocchi, ſanguigno in qualche Pernice (*b*), partendo dall' anterior lembo della choroeidéa (LI.), in vece di portarſi aderente alla *cornea traſparente* in avanti per compire il giro anteriore dell'interno pariete del Globo, rivolgeſi verſo l'aſſe dell' occhio, avvicinandoſi al quale vi laſcia un forame capace per lo più di ſtringimento, e d'ampliazione, conoſciuto col nome di *Pupilla*. Queſto *diaframma* divide lo ſpazio, che v'ha tra la faccia anteriore del *criſtallino*, e la interiore della *cornea traſparente* in due voti diſuguali, l'anterior de' quali è aſſai più capace, detti *Camere*, e occupati dall'*umor Acqueo*.

54. Nella maggior parte de' Quadrupedi il *Diaframma* degli occhi è alquanto conveſſo in avanti, e ſpecialmente in quelli che hanno aſſai voluminoſo il Globo. Nè minori ſembra piatto, quando la *pupilla* è più dilatata, alquanto conveſſo poi nel ſommo ſtringimento della Pupilla, il che ho pur oſſervato più e più volte ne' mobiliſſimi *Diaframmi* (*c*) de' *Grandi Alocchi*, de' *Guſi*, delle *Strigi* e delle *Civette*; ne' primi ſpecialmente de' quali ho veduto patentiſſimamente, che il margine, l'orlo della riſtretta pupilla è terminato per via d'un finiſſimo fraſtagliamento, come da una ſerie in giro di punterelli d'oro, con una tenuiſſima coda rivolgentiſi in dietro, diviſi da ſpaziolini appena appena diſcernibili; nella ſomma dilatazione il margine dell orlo alla fac-

---

(*a*) Quello d'*Uvea*, che molti gli danno, mal gli conviene, perchè in niſſun animale a me noto ha ivi il colore dell' acino della uva.

(*b*) Il color vario dorato ſplendido, e bruno, che ha ne' Serpenti, nelle Vipere, e in alcune ſpecie di Lucertole, è lontaniſſimo da' colori dell' Iride, e dell' Uva.

(*c*) Ad onta della più ſcrupoloſa attenzione mai non ho ſcoperto mobilità nelle *Pupille* de' Serpi, e delle *Vipere*, che ſono per l'ordinario aperte elitticamente, il diametro maggior di tale apertura ſendo diretto da un canto all' altro dell' occhio. Il *diaframma* n' è patentemente conveſſo; il margine della *pupilla* guernito d'un orlo dorè, ſaldo ſul lembo fiſſo, punterellato ſu quello, che negli Uccelli è tanto mobile. È poi da notarſi la *congiuntiva*, che in queſti rettili ſalda come un talco, coſtrutta come il criſtallo d'un oriuolo da taſca, ſi ſepara faciliſſimamente dalla fàccia anteriore del Globo ſenza che queſto punto ne ſoffra. In fatti nello ſtato naturale il Globo ſi muove dietro a queſta *congiuntiva*, laſciandola affatto immobile.

cia anteriore formava pieghe concentriche, viſibili anch' eſſe ad occhio nudo, ſimili alle onde, che in un gorgo d'acqua limpida eccita la caduta d'un ſaſſo.

55. Ne dedurrei pur volentieri, che l' *Iride*, o ſia il *Diaframma* dell' occhio degli Uccelli comprenda tre ſtrati di fibre, o di vaſi, l'anterior, e il poſterior de' quali ſiano intrecciati come que' de' muſcoli orbiculari delle palpebre, e que' di mezzo a raggi diretti dalla *choroeide* alla *pupilla*, poſto che lavata ben bene quella faccia del *diaframma* dall' *atramento*, le pieghe concentriche mentovate nel numero precedente vi ſi diſcernono.

56. Non vi crediate però, Signore, che quando dico diretti dalla *choroeidéa* alla *pupilla* i raggi del *Diaframma*, indicar voglia la *choroeidéa*, e il *Diaframma* eſſere continuazion d' una ſteſſa medeſimiſſima ſoſtanza. Troppe fiate ho (eziandio non volendolo) ſeparato il margine anterior di quella dal lembo fiſſo di queſto, ſenza orma di lacerazione ſofferta; e troppe fiate ne' Gufi, e ne' Grandi Alocchi (per non parlar de' quadrupedi e degli uomini) ho ſeparato con ſomma facilità, e diſgiunta la ſola *Iride* dal vicin termine della *choroeidéa*, vale a dire da quella cinghia, che diſſimo *Ligamento cigliare* (a).

57. Il *Diaframma* del pari, che la faccia anteriore della *capſula* fornita al *criſtallino* dalla tunica del *vitreo*, e la faccia interiore concava della *cornea traſparente*, ſono tappezzati da una ſottile aſſai reſiſtente *membrana* detta *Acquea*, perchè ſerve a contenere l' umor *Acqueo*, da cui ſono occupate le due *camere* comunicanti per via della *pupilla* ſempre tonda nelle Oche, nelle Anitre, e nel Nibbio, che ne ha l'orlo molto più inclinato verſo la *cornea traſparente*, di quello che in altro Uccello abbiam' io veduto mai, ſe non forſe nel *Barbagianni*, quando viviſſima luce coſtringe queſt' Uccello notturno quaſi quaſi ad annular la *pupilla*.

58. E il *Barbagianni*, e 'l *Nibbio* hanno di color giallobiancaſtro, rugoſa, e fioccoſa, ſparſa di vaſi vorticoſi la faccia poſteriore del *Diaframma*, benchè annerita dall' *atramen-*

(a) Num. LI.

to; e fra le *pieghette* del *ligamento cigliar maggiore* ſi veggono a ſcorrere molti filuzzi nervei procedenti in parte da quelli, che ſerpeggiano, e ſi diramano tra la *ſclerotica*, e la *choroeidéa*; in parte da quelli, che fra l'*albuginea*, e la *ſclerotica* diramandoſi paſſano nell' incaſtro della *cornea traſparente* nel margine anteriore della *ſclerotica*, traforando in varie direzioni la *cinghia*.

59. L'umor *Acqueo* eſſer facile a rigenerarſi dopo d'eſſere ſtato per ferita evacuato dalle *camere* dell' occhio, ſembra ſtato dimoſtrato prima negli Uccelli, che in altri animali, il vulgo avendo per coſtante ciò ſuccedere nelle Rondinelle acciecate per virtù della celidonia, come ricaviamo da *Plinio* il naturaliſta. *Galeno* però ci dà ragguaglio d'un ragazzo, il quale perduto per ferita alla *cornea traſparente* l'*umor acqueo*, ricuperollo; ne andrò cercandone eſempj fra i più recenti oſſervatori, baſtando per tutti *Realdo Colombo*, il *Rodio*, il *Tulpio*, il *Verzaſca*; e per ciò che ſpetta a tale rigenerazione negl'occhi delle Oche la bella e deciſiva oſſervazion del *Majore* (*a*).

60. Diciam ora qualche coſa del mirabile adornamento, e ſoſtegno del *Globo*, che oſſervaſi negli Uccelli, parlo di quella ſerie di liſche oſſoſe, cornee, veramente *ſcleroticbe*, delle quali è munita la parte anteriore del Globo ſteſſo, aſſiſſe al lembo eſteriore, o perifería della *cornea traſparente* per mezzo d'una robuſta *cinghia filamentoſa*, che ne fregia, ed avvalora il contorno. Queſta ſerie coſta, in tutti gli Uccelli, che ho ſottopoſti alle mie oſſervazioni, di quindici laſtre, o liſche ſclerotiche, in alcuni biancaſtre, in altri bigie; negli Uccelli notturni, come ſono i Barbagianni, le Strigi, le Dame, color di caffè, o lionato; e in tutte le ſpecie variane la figura, e la lunghezza relativa alle dimenſioni delle altre parti degli occhi loro. Qui non farò paro-

---

(*a*) Il Dottor *Daniello Major* alla preſenza di molte perſone fece uſcire dagli occhi d'un' Oca tutto l'*umor acqueo* l'anno 1670, ſicchè quel volatile parea del tutto acciecato. Si tenne in geloſa cuſtodia, e ſenza l'uſo di medicamento veruno eſſendoſi riſtabiliti gli occhi nella primiera loro natural pienezza, ſi aſpettò il termine della ſettimana dall' acciecamento, e l'Oca preſentata dal *Major* alla preſenza di trenta ſpettatori, ſi trovò ſaniſſima, e dotata di buona viſta. Ved. Ephemerid. German. Tom. I. Addit. Obſervat. 117.

la eccetto di quelle del Nibbio, del Barbagianni, e dell' Aquila, e nominerò queſt' organo in generale *Cerchio ſclerotico laminoſo*, poſto che non ſovvienmi ch' altri fin ora con nome particolare lo abbia diſegnato.

61. Le quindici Liſche biancaſtre, conveſſe all' eſterno, concave alla faccia interiore del globo de' Nibbj formano un cerchio diſuguale di larghezza, perchè le liſche più vicine al canto interno delle orbite ſono lunghe poco meno di lin. 2 :

le altre arrivano, a miſura che s' accoſtano al canto eſterno, alle lin. 3 :

La maggior perifería eſterna è lin. 11 :

La minore perifería eſterna lin. 10 :

La perifería interna, da cui ſi eleva la cornea traſparente, è rotonda, ed ha di diametro lin. 7 :

La perifería dunque eſteriore del *Cerchio Sclerotico Lamin.* del Nibbio è Poll. 2 : lin. 9

La perifería minore, e conſeguentemente il contorno della *cornea traſparente* . Poll. 1 : lin. 9

La elevazione dal concavo del globo lin. 3 :

Il margine della minor perifería fa un riſalto conſiderabile in fuori, e in avanti, e ſerve a cuoprir quello della perifería della *cornea traſparente*, che colla ſua faccia eſterna prende aderenza alla interiore del margine ſteſſo del *cerchio*.

Le liſche ne ſono diſpoſte a raggi di maniera, che un lembo d' una copre il vicino lembo dell' altra, come ſi oſſerva delle penne rettrici delle ale degli Uccelli, o delle eſtremità delle tegole ſu per i tetti.

Finalmente il ſeno fatto da tutte inſieme interiormente è profondo lin. 3 :

Non ſono tutte d' uguale larghezza, alcune arrivando appena alla linea, ed altre alle tre + 1 : 2

I lembi, e le eſtremità ne ſono taglienti, irregolarmente fraſtagliate.

Il corpo n' è pieghevole ed elaſtico.

Pieghevoliſſimo il compleſſo, cioè il *cerchio* che ne riſulta.

Naſcoſte fra la *Congiuntiva*, e la *Sclerotica*, ſotto quel *cerchio* più ſottile che altrove, non interrompono però il commercio tra queſte due membrane, tra le liſche paſſando filuzzi nervei, ramicelli di vaſi (*a*), e lembi di celluloſa, onde vengono tenacemente unite. Anzi alcune delle Liſche ſono viſibilmente traſorate per dare più libero paſſaggio a' vaſi, e a' nervi deſtinati alle parti interiori del globo, e viceverſa.

62. Nell' Aquila le liſche naſali ſon lunghe	lin.	4 :	
le temporali	lin.	5 :	
la maggior perifería eſterna ha di diametro	lin.	16 :	
la minore	lin.	14 :	
la perifería interna	lin.	9 :	
Dunque il contorno maggiore è di	Poll.	4 :	
il minore	Poll.	2 :	lin. 3
Il ſeno non n'è maggiore di	lin.	4 :	

La ſolidità delle liſche è proporzionata alla eſtenſione.

63. Nel Barbagianni queſto *cerchio* è coſtrutto in modo, che male non ſi paragonerebbe al canocchialetto di cui ci ſerviamo ne' teatri, o a quell' arneſe a foggia di cono voto, in cui s' incaſſano le lenti per ſervircene ad oſſervar gli oggetti minuti. Le miſure preſevi sù col piè di Parigi danno i riſultati ſeguenti.

Tutto il globo intero eſſendo	poll. 1 :	lin. 4	
la parte poſteriore del medeſimo dal canto naſale delle orbite al temporale occupava	1 :	6 :	
le liſche ſclerotiche erano lunghe			
in alto	0 :	11 :	
in baſſo	0 :	10 +	1 : 2
verſo il naſo	0 :	8 +	1 : 2
verſo le tempie	0 :	10 :	
Il diametro perpendicolare n'era di poll.	1 :	4 +	1 : 2

Quindi la perifería poſteriormente n' era più di quattro pollici.

(*a*) I vaſi ſono d' ogni genere, cioè arterioſi, venoſi, e acquoſi, o ſia linfatici, del che le injezioni, le macerazioni, gli agghiacciamenti mi hanno convinto e oſſervandogli con occhio nudo, e con occhio armato conſiderandogli.

La parte anteriore del medeſimo Globo eſſendo quaſi rotonda, occupava di ſpazio verticale o : lin. 10 :

La *cornea traſparente* alquanto inclinata verſo le narici, e in baſſo, avea di ſeno (a) o : 7 + 1 : 2
ed era affiſſa al *cerchio ſclerotico laminoſo* per una cinghia nera in certi luoghi larga mezza linea, maſſimamente verſo le narici, ma in alto s' accoſtava a tre linee di larghezza, filamentoſa e rugoſa.

L' *Iride* mobiliſſima alle variazioni della luce, tinta d'un vivaciſſimo color giallo aranciato, viſibilmente fioccoſa, e ſparſa di vaſi vorticoſi pieni d'umor giallo, formava un *diaframma* largo dalle lin. 2 + 1 : 4
alle lin. 6 :
di modo che la pupilla alla viva luce avea di diametro mezza linea, al bujo avea lin. 7 :

Le liſche del *cerchio ſclerotico* ſono arcate di maniera che la concavità riguarda in fuori, e la conveſſità loro è verſo l'interno del globo: ne ſono più curve le naſali, indi le temporali; meno le ſuperiori, e ancor meno le inferiori.

Oſſerviſi, che dove manca porzione di qualche liſca, ivi il *cerchio* è compiuto da certi *frammenti ſclerotici*, i quali qui tengono le veci delle oſſa Wormiane alle ſuture del cranio.

Siccome la perifería di queſto *cerchio* reſta molto più grande all'indietro, ed è compiuta dallo ſteſſo numero di liſche come al davanti, in tutti gli Uccelli; così è naturale, che l'eſtremità di cadauna liſca più diſtante dalla *cornea traſparente*,

---

(a) Dans les oiseaux les yeux ſont proportionnellement beaucoup plus grands que dans l'homme, & dans les animaux quadrupédes. „ Così il *Buffon*. Diſcours ſur la nature des oiſeaux. Vol. I. Hiſtoire natur. des Oiſ. pag. 11 “. Le Globe de l'oeil dans une aigle femelle avoit, dans ſa plus grande largeur, un pouce & demi de diametre. „ V. *Buffon* Memoir. pour ſervir à l'Hiſt. des Animaux. Par. II. pag. 257 “. Le Globe de l'oeil de l'Ibis avoit ſix lignes de diametre. L'oeil de la Cigogne ètoit quattre fois plus gros. „ Ibid. Tav. III. pag. 484 “. Le Globe de l'oeil dans le Caſoar ètoit fort gros à proportion de la cornée, ayant un pouce & demi de diametre, & la cornée n'ayant que trois lignes. „ Vid. Par. II. pag. 313.

traſparente, ſia conſiderabilmente più larga dell'oppoſta, il ch'è aſſai più manifeſto nel Barbagianni.

64. A riguardo del Globo non mi reſta eccetto da accenare, la *Cornea traſparente* eſſere negli Uccelli molto più prominente in avanti di quel che ſia in niſſun'altra ſpecie d'animali a me cognita, ſebbene la faccia anterior degli Uccelli diurni (*a*) ſiane la più appianata. Del reſto è ſpeſſa, robuſta, e non diviſibile in lamine ſenza lacerazione, o violenza; non continua colla *ſclerotica*, ma incaſtrata nella medeſima e nel *cerchio laminoſo*, come il criſtallo è negli oriuoli da taſca, corroboratone l'incaſtro col mezzo di *cinghie ligamentoſe* (*b*), del *ligamento cigliare*, di celluloſa, e di vaſi e nervi (*c*).

65. Or affinchè poco più reſti a deſiderarſi circa la notomía di queſte parti negli Uccelli, che ho ſottopoſti al mio ſcalpello, chiuderò queſto già forſe troppo lungo capitolo con alcune coſerelle relative alle *Palpebre*, alla *Membrana Nictitante*, e alle *Glandule* nelle orbite degli Uccelli contenute; e per più facile intelligenza di quanto prenderò a dirne, permettetemi, chiariſſimo Sig., che ſi premettano le notizie ſeguenti.

66. Sovvenendoci, che l'apertura delle orbite degli Uccelli in generale è circoſcritta per tre quarti della perifería da margini oſſoſi; la quarta parte inferiore ſendone fatta (ſe ne eccettuiamo i Pappagalli, che le hanno circoſcritte da perfetto cerchio oſſoſo) da un forte ligamento, e dalle porzioni carnoſe ed eſpanſioni aponeurotiche d'alcuni muſculi, non dimenticheremo l'arco, che ne deſcrive i due terzi ſuperiori, nè l'incavatura naſale, nè le due apofiſi (*d*) da cui è limitata, una delle quali è più picciola, ſituata in alto, e detta perciò *Apofiſi orbitaria ſuperiore*; l'altra più groſſa,

---

(*a*) Ho detto *Diurni*, perchè ne' *Notturni* ſuole anzi eſſere molto più prominente, e conveſſa, come le miſure da noi preſe, e negli articoli precedenti indicate di leggieri ne perſuadono.

(*b*) Ved. *Bertrandi* de Hepate & Oculo. Ediz. 1748. 4to pag. 55. §. XV. „ Demours Acad. Roy. des Sciences Paris. An. 1741., per ciò che riſguarda l'incaſtro della cornea traſparente nella ſclerotica in generale. *Briſſeau*. De cataracta & Glaucomate ". *Hoin* appreſſo al *Janin*. Memoires & Obſ. Anatomiques &c. ſur l'oeil. Lyon 1772 8vo

(*c*) Vedaſene la bella ed eſatta deſcrizione che ne diede il *Bertrandi*, l. cit. pag. 53. §. XII.

(*d*) Ved. Vol. I. pag. 762, e ſegg.

più in baſſo collocata, ſoſtenuta da una ſpecie di collo, detta *apoſiſi orbitaria inferiore*.

67. Così ſovvengaci del voto orizzontale, che v'ha tra queſta, e l'*apoſiſi orbitaria poſteriore*, perchè dalla parte poſteriore dell'Arco ſi allunga obbliquamente in baſſo, e in avanti; e più facilmente capiremo, come la palpebra ſuperiore delle Oche, delle Anitre, e d'altri Uccelli è ſoſtenuta da un muſcolo ſemilunare, che dall' apof. orbit. ſuperiore, ſempre attaccato al perioſtio dell'Arco orbitario, va ingroſſando, ed allargandoſi fino alla radice dell'apof. orbit. poſteriore. Queſto muſculo è molto carnoſo, e le ſue fibre ſi portano dal didietro obbliquamente avanti a perderſi nella concavità del lembo mobile della palpebra: getta pure alcuni tendinucci nella congiuntiva, i quali ſi allungano fino ſulla parte eſterna della maggior perifería del globo, forſe come *auſiliari* degli *elevatori*.

68. Non avendo trovato altri muſculi ad uſo della palpebra ſuperiore, ed avend' oſſervato, che nel cuoprire gli occhi de' volatili par contribuire quaſi unicamente l'elevazione della palpebra inferiore, rivolgerò in altro tempo le mie attenzioni a queſta ſpecialmente, nel che finora non ſono ſtato abbaſtanza felice.

69. La Membrana *Ammicante*, o ſia Nictitante, aggiunta alle palpebre degli Uccelli (*a*) per difeſa degli occhi loro tanto dall'urto de' corpi capaci di nuocere, quanto dalla troppa vivacità della luce, è ſituata nell'angolo naſale delle orbite, o anteriore; e colle ſue corna volte verſo il poſteriore, quando ſi ſtende ſulla faccia anteriore de' globi, arriva a coprire i cinque ſeſti della perifería della cornea traſparente. Il *Buffon* le dà il nome di *Palpebra interna*; e noi non dimenticheremo quello, che ne laſciò ſcritto il *Willis* (*b*). ,, In ,, moltiſſimi animali ſi trova un altro muſculo membranoſo

---

(*a*) Molti Quadrupedi, ed anche i Peſci ſono provveduti di queſta difeſa, ſebbene non abbia altrove tanta mobilità quanta negli Uccelli.

(*b*) V. De Anima Brutor. par. I. cap. 15. *Plurimis* (*animalibus*) *alter etiam membranoſus* (*muſculus*) *conceditur, qui juxta interiorem oculi canthum ſitus, quando elevatur, oculi globum fere totum obtegit. Hujus uſus eſſe videtur, ut cum beſtiæ inter gramina capita ſua propter victum capeſſendum demergunt, hic muſculus oculi pupillam, ne a ſtipularum incurſu feriatur, occulit, munitque.*

,, collocato nel canto interno delle orbite, ed atto a copri-
,, re quaſi tutto il Globo, quando ſi eleva. Sembra deſtinato
,, a diſendere, ed a coprire la pupilla dell'occhio, affinchè
,, dalle ſtoppie non venga offeſa nel cercarvi fra mezzo l'ali-
,, mento ". L'uomo non ha queſta membrana, poco occorrendogli di dover cacciar il capo in ſolte macchie, ed eſſendo coſtretto a farlo, ha le mani onde rimuovere tutto ciò, che all'occhio potrebbe rieſcir moleſto. Non così è degli Uccelli, che frequentano gli alberi, e le macchie, e la ſtoppia; nè così è de'quadrupedi, che ſi cacciano per le fratte e le ſiepi, e le piante, e l'erbe piene di ſpine, di reſte, ſenz' aver membro capace di metter riparo agli occhi loro; perciò di queſto incomparabile ordigno ſono ſtati dall'increata Sapienza proviſti. I Serpi, le Vipere, hanno una congiuntiva cornea ſolida, liſcia, conveſſa, capace d'eluderne la dannoſa azione per la ſua reſiſtenza, e la ſua lubricità. Quanto a'Peſci, non avendo eſſi le palpebre, forſe perchè nell'acqua non v'ha biſogno di nulla, che difenda dalla polvere, nè dagl'inſetti ſoliti ad inquietare gli animali terreſtri; e forſe perchè gli occhi loro non hanno biſogno d'eſſer umettati, o nettati, trovandoſi ſempre in contatto coll'acqua; perciò la *membrana nictitante* provvede ſufficientemente a' loro biſogni in queſta parte. Ma ripigliamo il diſcorſo di quanto ne concerne la ſtruttura, e'l meccaniſmo.

70. Queſto velo maraviglioſo ha il ſuo lembo fiſſo attaccato all'angolo naſale delle orbite (*a*); di là ſpandeſi col ſuo corpo traſparente sì, e pieghevole, ma robuſto, ſulla faccia anteriore del Globo quand'occorre all'animale; quando non v' ha queſt'uopo ſi concentra tutto rugoſo nell'angolo ſuddetto tra le palpebre, e'l globo.

71. E' tratto colà, e vi ſi tien ripiegato per via delle fibre carnoſe, radiate, d'un muſculo capace di chiuderſi, e d'eſſer aperto come un ventaglio, e ch'io nomino *Corruga-*

(*a*) Tengo appreſſo di me due teſte di Pappagallo ,, *Brachiurus* " la *membrana nictitante* delle quali viene dal canto eſterno delle orbite, e così ſecca com'è già da più e più anni, tuttavia cuopre la quarta parte del diſco del Globo dal ſuddetto canto in avanti, avendo le corna uno affiſſo all'orlo ſuperiore, l'altro all'inferiore dell'orbita in avanti. Quando le preparai, non ebbi punto in mira la *Nictitante*, onde non traſſi profitto alcuno da quanto qui accenno come una varietà.

tore della membrana nictitante; fibre faciliſſime a vederſi anche ad occhio nudo nelle *nictitanti* delle Galline, de' Dindj, e ſimili Uccelli, ſpiegate ſulla cornea traſparente. Il punto fiſſo dunque di queſte fibre ſi è nell'angolo naſale delle orbite, e le medeſime fibre paſſano anteriormente alla glandula orbitaria ſuperiore per allargarſi, come dicevamo, alla foggia delle liſche de' ventagli, e ſi perdono nel velo aſſottigliandoſi ſommamente, a miſura che s'accoſtano al nepitello del medeſimo.

72. Il lembo libero del velo, coſtrutto di due membrane diſtintiſſime dalle fibre carnoſe accennate, è quaſi falcato, molto foſco; più ſpeſſo, e più robuſto del rimanente è quello che va, e viene con rapidità maraviglioſa verſo l'angolo temporale dell'orbita ora più, ora meno.

73. Siccome le fibre carnoſe ſuddette deſtinate a ripiegarne, a corrugarne tutto il velo, e raccoglierlo nell'angolo naſale, partono dall'apofiſi orbitaria al medeſimo più vicina; così il velo qui è più groſſo; al che contribuiſce non poco una ſoſtanza molle, ſpugnoſa, aſſai robuſta, ſimile in iſtruttura alla caruncula umana lacrimale, che vi è unita.

74. Due ſono i muſculi antagoniſti del *corrugatore*, il punto fiſſo de' quali è all'apofiſi orbitaria poſteriore per riſguardo al più groſſo; quello del più ſottile ſi è nel margine eſterno della baſe della mentovata apofiſi, per gettarſi nel corno ſuperiore della *Nictitante*; lo dico per queſto *Eſtenſor ſuperiore* di eſſa.

75. L'altro aſſai più groſſo, ma più breve, è ſimile in figura allo ſtapedio umano. Viene dalla faccia interna dell'apofiſi, e gettando molte fibre carnoſe ſpecialmente verſo il corno inferiore della membrana, ad eſſa non arrivano prima d'aver degenerato in una ſelvetta di tendinucci bianchi rilucenti. Lo nomino *Eſtenſor inferiore della Nictitante*.

76. Dietro della ſoſtanza menzionata (Num. LXXIII.) v'ha una apertura a foggia d'*imbuto*, molto ampla, che guida nelle Narici le Lagrime per un condotto membranoſo da quell'*imbuto* continuanteſi in baſſo, in avanti, e indentro. Tutto l'*imbuto*, e il canal membranoſo è continuazione della *Membrana Nictitante*.

77. Le *Lagrime*, o ſia quell'acquoſo vapore, di cui ſo-

no lubricate, e ammollite le tre palpebre degli Uccelli, oltre ad aver origine dalle poroſità della cornea traſparente, e da' vaſi eſalanti de' contorni della ſuperficie anteriore dell'occhio, e dalla ſoſtanza delle palpebre, che un non ſo coſa d'untuoſetto ſeparano pur anche; oltre, diſſi, a tali fonti, ſcaturiſcono pure in copia notabile dalla *Glandula orbitaria* ſuperiore, che per tal motivo io nomino *Lacrimale*, diſtinguendola così dalla *ſalivale*, *orbitaria* anch'eſſa, ma *inferiore*, che deſcriveremo in ultimo luogo.

78. La *Gl. Lagrimale* pertanto è un corpo ſimile ad un ſagiuolo, irregolare, conveſſo in alto, appianato al baſſo, granelloſo, ſituato nella porzion della volta dell'orbita proſſima all' angolo anteriore, dietro della *Mem. Nictitante*, e della *congiuntiva*: occupa la maggior parte del ſito, che v'ha tra le due apoſiſi orbitarie anteriori; e copre la porzion vicina del cerchio ſclerotico.

79. Stiracchiando per varie direzioni queſta Glandula, mentre che il Globo è nella ſituazion naturale, ancora unito alla congiuntiva, e alle palpebre, e tenendo ſollevata, e roveſciata coll'altra mano la palpebra ſuperiore, ſi diſcernono i punti, dove i condotti eſcretori della Glandula ſteſſa vengono a traforare la congiuntiva per verſare tra la palpebra, e 'l globo l'umore, che in quella è ſeparato.

80. La *Glandula orbitaria inferiore*, che qui forſe non dovrebb'eſſere deſcritta, ma io vi comprendo a cagion del ſito, che occupa tanto vicina all'occhio, ſcorgeſi nella parte inferiore delle orbite: ha due faccie; una piana rivolta in sù quaſi per ſervire d'appoggio a' Muſcoli *depreſſori* dei Globi; e queſta faccia è irrigata da moltiſſimi vaſi diſpoſti a raggi, i quali metton foce in una vena traverſale ſituata verſo il lembo poſteriore gibboſo della glandula ſteſſa; la faccia inferiore n'è conveſſa, ed appoggiaſi ſulla forte ligamentoſa membrana, che chiude le orbite in baſſo. Il Lembo anteriore n'è arcato e ſottile; la ſoſtanza n'è granelloſa e ſoda. Vi ſi rinchiudono però alcuni folicoletti, da' quali ſpremuti geme un muco biancaſtro aſſai diſciolto, qual è quello, che non di rado ſi ſcorge nella bocca, e nelle aperture delle narici interne degli Uccelli. Confeſſo che non ho ancora potuto diſtintamente vederne il termine de' condotti eſcreto-

ri; ma parmi che faccia negli Uccelli le veci della parotide ne' quadrupedi, e negli uomini. Non così nelle Vipere, dove le Glandule orbitarie inferiori mi ſono aſſicurato più e più volte ſervire alla ſeparazione di quel ſugo velenoſo, che rigonfiane le guajne di que' denti ricurvi, la puntura de' quali cagiona sì terribili accidenti a coloro, che ne ſono ſtati feriti.

Ma perchè mai venn'egli a funeſtare queſta mia ſtraniera oſſervazione le idee voſtre, e le mie, chiariſſimo Signore, mentre che ce la paſſavamo placidamente contemplando l'eleganza mirabile, il bell'ordine, l'utile diſpoſizione delle parti, che ſervono agli occhi, e alla viſta degli Uccelli innocenti come ſono l'Anitra, e l'Oca? Allontaniamo il penſier da ciò, che nuoce in altri animali, e Voi riſerbate la voſtra benigna attenzione, e i ſavi ſuggerimenti a quanto è per ſottomettere di giorno in giorno al puratiſſimo voſtro giudizio.

P. S. Affinchè più chiara ed evidente rieſca la eſpoſizion noſtra delle parti più coſpicue relative al Globo d'alcuni Uccelli, ho giudicato pregio dell'opera l'aggiungere le ſeguenti figure con la ſpiegazione loro, alla quale ſi potranno richiamare gli articoli concernenti cadauna delle parti nelle figure compreſa.

La Fig. 1. Rappreſenta il cranio intiero d'un' Aquila in profilo, e nella occhiaja contenente la faccia anterior eſterna del Globo dell'occhio eſiccato, additandovi

A. Il cerchio Sclerotico Laminoſo;
B. La cinghia membraneo-ligamentoſa;
C. La Cornea traſparente;
D. La Cornea opaca.
X. Un ampio riſalto oſſoſo, che ſerve di cuſtodia al Globo, e d'appoggio alla palpebra ſuperiore, molto più elevato in queſta, che in altri Uccelli.

La Fig. 2. Rappreſenta il cranio d'un Barbagianni, o Alocco de' più grandi tra gli Uccelli notturni; e vi ſi diſtinguono

A. Cioè il cerchio Sclerotico Laminoſo ſimile quaſi ad un cannocchialetto da teatro;
B. La cinghia membraneo-ligamentoſa;
C. La cornea traſparente.

Nella Fig. 3. Abbiamo il cranio d'una *Stridula*, che noi Piemonteſi nominiamo *Dama*, privo del Roſtro, e in faccia, notandoviſi
AA. i due cerchi ſclerotici laminoſi;
X. due ſottili riſalti oſſoſi, come nell'Aquila.

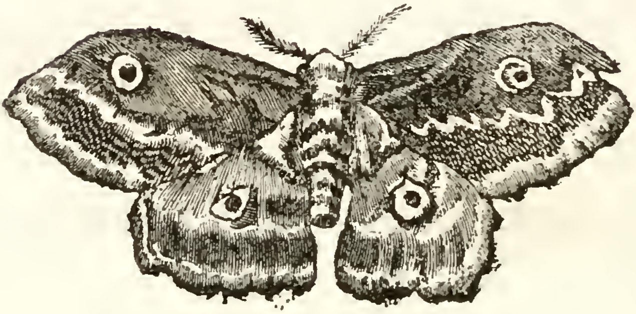
La Fig. 4. Indica il cerchio Sclerotico Laminoſo d'un *Avoltojo*, nel quale
E. moſtra la maggior perifería che confina con la cornea opaca;
F. La minore perifería, che per mezzo della cinghia ſerve d'attacco, e d'appoggio alla cornea traſparente, la quale qui manca.
Il cerchio preſenta all'occhio la ſua faccia eſteriore conveſſa.

La Fig. 5. Indica la faccia anterior eſteriore del Globo dell'occhio dell'*Aquila*.
A. E' il cerchio Sclerotico Laminoſo.
B. La cinghia membraneo-ligamentoſa.
C. La cornea traſparente.
D. La cornea opaca.

La Fig. 6. Dimoſtra il cerchio ſclerotico laminoſo del Grand' Alocco *E*; la Cinghia *B*; la minor perifería *F*; la cornea traſparente *C*; il tutto viſto di fianco.

La Fig. 7. E' il cerchio S. Lam. capovolto ſicchè parte della ſua concavità circoſcritta dalla grande perifería *E* ſi renda viſibile, appoggiando eſſo ſulla minor perifería *F*.

La Fig. 8. E' il medeſimo cerchio *A* appoggiato ſulla maggior perifería *E*, nella quale *a a a a* rappreſentano le liſche o lamine oſſoſe; *b b b* le diviſioni loro imbricate. *F* Indica la picciola perifería, e una porzion della faccia interiore del cerchio.



NOTA

FIG. VII

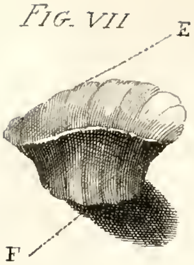


FIG. VI

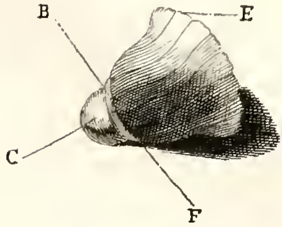


FIG. III

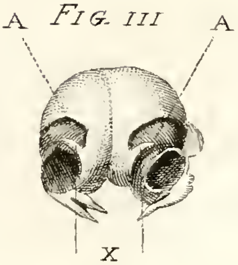
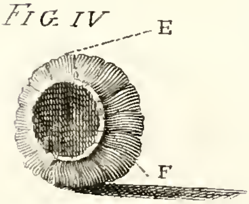


FIG. IV



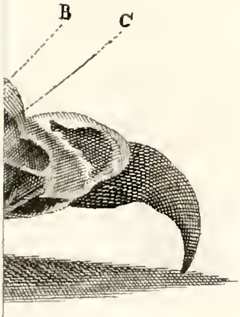


FIG. I

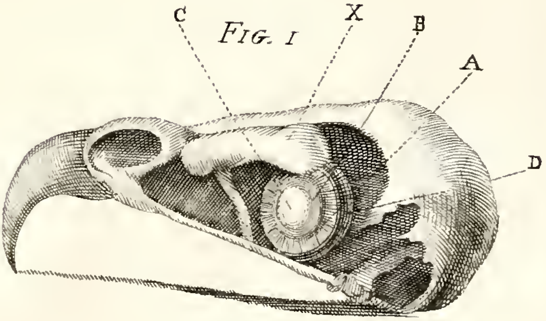


Fig. VIII

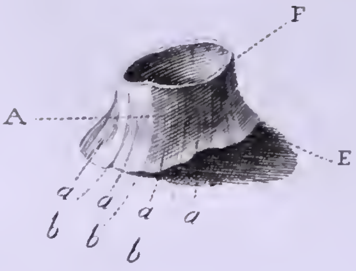

F
A
E
a
a
a
a
b
b
b

Fig. VII

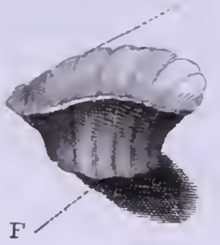


Fig. VI

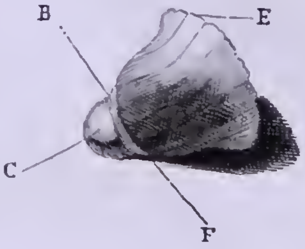


Fig. V

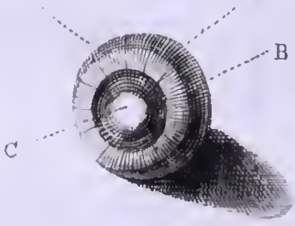


Fig. III

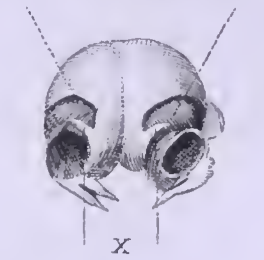


Fig. IV

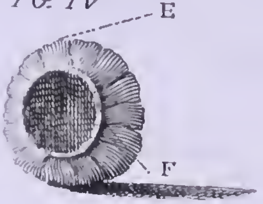


Fig. II

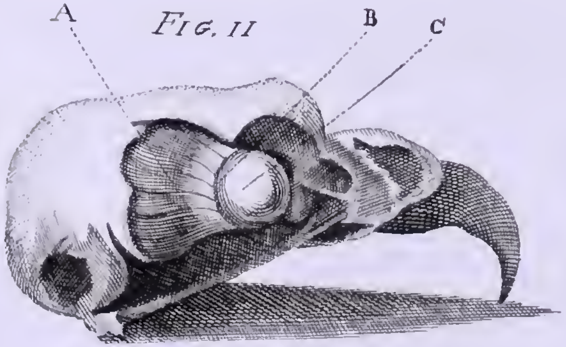
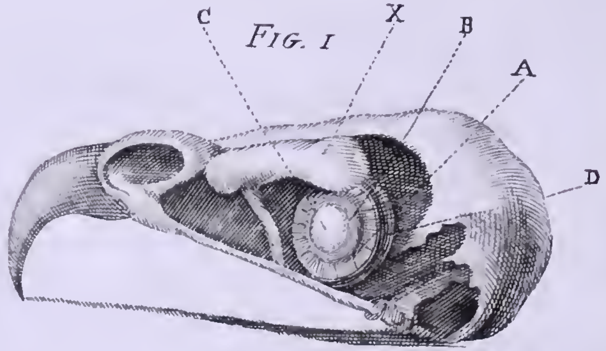


Fig. I



NOTA

SOPRA LA STORIA DEL COCCO TINTORIO DETTO VOLGARMENTE KERMES O GRANA DA TINGERE

Del Cavaliere D. Michele Rosa

Al Sig. Co. Lodovico Savioli Ampliſſimo Senatore di Bologna.

SOddisfarò piuttoſto male che tardi alla ricerca, che V. E. ſi è compiaciuta di farmi ſopra la *Grana tintoria*, che fino dal ſecolo dodiceſimo ſi trova commerciata in Italia, e ſpecialmente, ſe bene ho inteſo il di lei deſiderio, per ſaperne la provenienza.

Non già che io ami le coſe mal fatte, ma ben perchè le mie occupazioni non permettendomi di dare a ciò molto tempo, e prevedendo di doverlo ancora poter molto meno in progreſſo, non voglio commettere, che alla imperfezione della coſa ſi aggiunga anche il danno della tardanza; verſando Ella maſſimamente nella illuſtrazione delle coſe della ſua celebre Patria.

Non è meraviglia che intorno all' Anno 1190. ſi trovi in Italia fra le altre merci annoverata la Grana, merce antichiſſima fra le più antiche, e di cui forſe niuna barbarie o miſeria di tempi non ha potuto abolir l' uſo, o farne perdere la cognizione.

Il Documento da Lei indicatomi del Ch. *Muratori* relativo a queſta ricerca trovaſi nella ſua Diſſert. XXX. delle Antichità del Medio Evo, Tom. II. pag. 891. *Pacta Concordiæ* fra i Bologneſi e Ferrareſi dell' Anno 1193; al quale trovaſi unita una giunta o Appendice ſtipulata nel ſeguente Anno 1194. in materia di Dazj e Gabelle ſopra le Mercatanzie che reciprocamente paſſavano dall' uno all' altro paeſe;

nel novero della quali ſi trova ſra l'altre nominata la *Grana de Braſile*.

Nè deve fare alcun dubbio per crederla la Grana Tintoria, o Cocco, o Kermes il vederla qui nominata con queſto inaſpettato aggiunto di *Grana de Braſile*, perchè l'iſteſſo Ch. Muratori l'ha per tale riconoſciuta ſenza la minima eſitazione; e noi vedremo in progreſſo altri documenti di quelle proſſime età, che ci aſſicurano per nome di *Grana* eſſerſi inteſo anche allora la Grana, o Kermes, o Cocco tintorio, che è il Cocco Baſico degli antichi. E quanto a quella denominazione *de Braſile* ne diremo quel pochiſſimo, che ſembra lecito di ſoſpettarne.

Prendendo dunque in eſame queſta notizia iſolata, che fra le Merci del Secolo XII che tranſitavano fra Bologna e Ferrara, ſia nominata la Grana per uſo della Tintura; e volendoſi ricavar da quel dato, 1.° in qual modo la Grana o Kermes ſi trovaſſe in Commercio fin da quel tempo; e 2.° qual ne foſſe la provenienza: io non farò che ricordare a V. E. i ſeguenti fatti, che mi ſembrano certiſſimi per la Storia.

1. La Grana de' noſtri tempi non eſſer altro che il Coccos e Coccum de' Greci e de' Latini, il Kermes o Chermes degli Arabi, che da' Latini de' baſſi tempi fu detto *Vermiculus*, nome introdotto probabilmente da *S. Girolamo*, come vedremo; ne' tempi ancora più baſſi, e in quel latino che allora correva, cominciò a dirſi Grana, il qual nome gli è poi rimaſto in tutta l'Italia, e non è ignoto nemmeno ai Franceſi (*a*). Così il colore che ſe ne cava, eſſer quello che i Latini chiamarono Coccino o Coccineo; e grecamente Punico, Poenico, Poeniceo, Phoeniceo, equivalenti al noſtro Cremiſi o Chermiſi, Scarlatto, Vermiglio, che pur derivano dal Kermes, dal Vermiculus, come lo Scarlatto forſe dallo Scholecion de' Greci.

2. Che il Cocco preſſo gli Antichi ſi trova eſſere di una antichità egualmente immemorabile che le Porpore; alle quali ha avuto poi anche la fortuna di ſopravvivere, ottenen-

---

(*a*) I Franceſi lo chiamano comunemente Vermillon o Graine d' Ecarlate.

do il primato di prezioſità e di bellezza fra tutti i noſtri colori, a cui fra gli antichi non potè mai pretendere ſe non dopo le Porpore.

3. Avevano gli Antichi il Cocco dalla Spagna, dal Portogallo, dalla Sardegna, dall' Africa, dall' Armenia, dall' Aſia, dalla Cilicia, dall' Attica, e in fine dalla Focide e dalla Galazia, che era il più eccellente di tutti, come quello di Spagna e della Sardegna n'erano ſtimati i peggiori. Ved. ſopra ciò Plin. lib. 9. C. 41. ib. 16. c. 8. lib. 22. c. 2. lib. 24. C. 2. Dioſcor. lib. 4. c. 48. Serap. c. 311. Strab. lib. 10. de Turdit. Pauſan. Phocic. c. 36. quali citiamo qui tutti uniti per non averli a ripetere in tutti i luoghi.

4. Gli Antichi ne conoſcevano almeno tre ſpecie; quello dell' Elce ſpinoſa Cocciglandifera, detta Aquifoglio o Acuifoglio; quello dell' Elce molle, o ſia non ſpinoſa, o glabra; e l'uno e l'altro di queſti naſcere ſopra i Surcoli o fuſticelli della Pianta; ma il ſecondo, benchè roſſo, eſſere inutile per la Tintura Plin. lib. 22. C. 2.: la terza ſpecie è quella deſcritta da *Pauſania* nella Focide, che dice trovarſi egualmente nella Gallogrecia e nella Jonia, di una Pianta ſimile al Lentiſco, col grano ſimile al Solano, e grande quanto un Piſello. Pauſan. l. cit.

5. Cocco fu detto da' Greci queſto prodotto, che è l'iſteſſo che Grano, ed è veriſſimo che *Pauſania* lo credette un frutto dell' arboſcello; ma non è vero, che tutti gli Antichi lo riguardaſſero come frutto (ciò è anzi vero dei Moderni riſpetto alla Cocciniglia, atteſtando l' Ulloa, che eſſa un tempo fu creduta un frutto, o ſemente di qualche pianta. Voyag. au Perou liv. 6. c. 2. p. 278.): perchè *Plinio* fra gli altri lo riguardò come una ſcabbia o eſcremento della ſua pianta, che diſſe eſſere quindi chiamato *Cuſculium*, o Quiſquilia. Plin. lib. 16. c. 8. Nè i Greci dovettero riputarlo neppur eſſi un frutto, quando dal vederne naſcere un Verme lo chiamarono *Scolecion*. *Eſt genus ex eo in Attica fere & Aſia naſcens, celerrime in Vermiculum ſe mutans, quod ideo Scolecion vocant, improbantque*. Plin. l. 24. c. 4.

6. Più bello è, che da *Pauſania*, e da *Plinio* retrocedendo fino alle prime Antichità de' Giudei, tutti gli Antichi

ſeppero che da quel Grano naſceva un Verme, diſſero ſimile chi ad una Cimice, chi alla Zanzara, che ſviluppato in moſca o farfalla, e volandone via, laſciava il grano sfruttato ed inutile per la Tintura: *Pauſania* aggiunge, che è però anche il ſangue di quella beſtia che dà il colore alla lana (*a*): e il Cocco belliſſimo della Gallazia, riflette *Plinio*, ha queſto incomodo, che preſto genera il verme e ſi sfrutta, ond' è che nel primo anno è immaturo, e dopo il quarto, nato già il Verme, diventa inutile (*b*).

7. Gli antichiſſimi Ebrei dovettero conoſcer meglio la natura di queſto Grano, e della parte ſua colorante; perchè il color Coccineo tratto dal Cocco fu da loro chiamato ſempre *Vermiculo*: E come ella è quaſi certa la conghiettura che il noſtro *Vermiglio* diſcenda da quel *Vermiculus*, in cui i Latini traduſſero lo *Scolecion* de' Greci, e *S. Girolamo* il vocabolo Ebraico *Tholaat*, che egli diſſe non poterſi tradurre che in *Vermiculus*, Ved. il paſſo di *S. Girolamo* nel noſtro Lib. delle Porpore §. 200. Not. 132. §. 4. Not. 5. e §. 27. 34.; così convien dire che molto diffuſa e comune ſi foſſe reſa la cognizione, che il color Roſſo-vivo del Cocco proveniſſe dal Verme o da' Vermi: perchè il noſtro vocabolo *Vermiglio* ſi trova ſino negli Scrittori Provenzali, e ſino da quelle Epoche che più dappreſſo confinano col linguaggio latino; e ne vedremo ben preſto gli eſempj.

8. Egli è dunque perduto almeno per la metà il merito, che da molti ſi attribuiſce ai Moderni ſulla ſcoperta della verminazione o verminoſità del Cocco Tintorio, e della natura animale del ſuo colore: perchè tutti gli antichi ne conobbero il Verme, come abbiam già veduto, da Pauſania ſino ai Giudei, che ab immemorabili lo chiamarono Vermiculo, e ſono innumerabili i Teſti della Scrittura che lo comprovano. Nell' Eſodo, nel Levit. ne' Num. e poſſono vederſene *Giuſ. Flavio*, *S. Girolamo*, *Bochart*, *Braunio* ecc.

(*a*) *Eſt tn. et. beſtiolæ ejus ſanguis tingendis lanis utilis. Pauſan. Phoc. C. 36.*

(*b*) *Coccum Galatiæ rubens granum .... in maxima laude eſt. Verum .... anniculo grano languidus ſuccus, idem a quadrimo evanidus. Ita nec recenti vires, neque ſeneſcenti.* Plin. lib. 9. c. 41. Il Salmaſio pretende che queſta diſtinzione di età fra il primo anno ed il quarto riguardi la pianta e non il grano del Cocco; ma il teſto di *Plinio* è troppo evidente.

9. Ma è egli poi vero almeno che o M.r *Fagon* Med. del Re, come aſſeriſce *Lemery* nel ſuo Dizionario, o M.r *Reaumur*, come atteſtano tutti i Franceſi, abbiano fatta la più importante ſcoperta, cioè che non uno, ma innumerabili ſono i Vermetti che ſi trovano in ciaſcun Grano del Cocco? e ch'egli ſia di natura preciſamente animale?

10. Qual che ne ſia la cagione non par vero nemmen codeſto; perchè prima di queſti due l'aveva già notato il *Salmaſio*, il qual ripete in più luoghi, che non un verme, ma una legione di vermi ſi trova in un grano di Cocco. Xyl. Hiatr. C. 70. Da chi poi l'aveſſe appreſo il *Salmaſio*, nol dicendo egli, non è facile d'indovinarlo: ma egli è però certo che prima di lui l'aveva detto il *Quinquerano*, che li chiamò non legioni, ma eſerciti (*a*); e dice eſſer coſa a ſe ben nota; e dovea averla appreſa da' ſuoi nazionali, o vedutala egli ſteſſo nella Provenza, di cui fa le lodi, e deſcrive minutamente la produzione e raccolta di queſta grana, come lo rivedremo fra poco.

11. Tuttavia il vanto di queſta ſcoperta, che in Linguadoca e Provenza era notiſſima, e forſe anche antica, non può concederſi nemmenno a lui. Il diligente e dotto oſſervatore *Pietro Belloni* o *Bellon* l'avea già fatta qualche anno prima del 1550. (nel qual anno il *Quinquerano* ſcriveva), oſſervando perſonalmente nel Cocco di Candia queſto fenomeno, e notandone nel deſcriverlo una circoſtanza di più; cioè trovarſi ivi un' altra ſpecie di Cocco abitata da un verme ſolo. Siccome il Libro non è comune, e il paſſo ſembra intereſſante anche pel modo ivi oſſervato nella raccolta del Cocco; così mi prendo la libertà di traſcriverlo per intiero (*b*).

(a) ... *Ea mox* (*grana*) *alatorum animalium numeroſum exercitum in auras effundunt. Petr. Quinquer. de laudib. Provinc. lib.* 2.

(b) *Cocci baphicæ cenſus ingens eſt in Creta, cujus collectioni potentiores operam impendere nolunt, ſed paſtoribus, & pueris iſtam provinciam relinquunt. Invenitur menſe Junio in exiguo quodam frutice ex Ilicis genere, quæ glandem fert, ſine pediculo inhærens illius fruticis ſtipiti, colore ex cinereo albicante. Quoniam vero iſtius fruticis folia ſpinis horrent, uti Aquifoliæ, paſtores furculam ſiniſtra geſtant, qua ramulos deprimunt & inclinant, dextera autem falcem putatoriam, qua illos demetunt, a quibus rotundas veſiculas exigui piſi magnitudine auferunt, qua parte ligno adhæreſcunt, apertas & biantes, puſillis rubris animalculis lente minoribus plenas, quæ per biatum il-*

12. Curioſa combinazione ſi è queſta che in sì pochi anni, cioè dal 1546 in cui *Bellon* intrapreſe i ſuoi viaggi, che durarono tre anni, al 1550 in cui il *Quinquerano* ſcrivea la ſua Storia, ſiaſi fatta in due luoghi diverſi in Candia e in Linguadoca quaſi contemporaneamente queſta ſcoperta, di queſta moltitudine di vermicciuoli che ſi ſviluppano nel Cocco! Il *Quinquerano* dice preciſamente, come dicono i noſtri più moderni Scrittori, che raccolto il Cocco in Tele, o Sacchetti, ed eſpoſto per poco al Sole, ſi vedono ſubito formicolar da ogni parte que' minimi inſetti, i quali in poco più tempo ſpiegate l' ale ſe n' anderebbero, ſe ſpeſſo ſcuotendo la tela non ſi faceſſero ricadere, o ſe, come ora ſi pratica, non ſi uccideſſero ſpruzzandoli coll' Aceto. Ma un tal coſtume di tali inſetti era dunque noto ai fanciulli, e ai villani che ne facevano la raccolta. Poſſibile che da età immemorabili raccogliendoſi il Cocco in tutti i climi caldi a noi noti, neſſuno mai ſi foſſe accorto di queſta proprietà, e che neſſun l'aveſſe notata fino al *Quinquerano*, e al *Bellonio*? Io riporterò qui alcuni tratti di un lungo paſſo di *Gervaſio Tilleberienſe*, da' quali appariſce che la Storia de' vermicciuoli ch' eſcono dal Cocco ſi ſapeva anche al ſuo tempo; poi laſcerò che in fatto d'erudizione per rapporto alle ſcienze, ognun la diſcorra a ſuo modo (*a*).

13. Ma noi non ci ſiamo propoſti di dare l' Iſtoria naturale del Cocco tintorio; perciò non entreremo a diſcutere, ſe *Dioſcoride* ſia ſtato un po' negligente nel deſcrivere queſta

---

lum effugiunt, & veſiculam inanem relinquunt. Pueri Coccum jam collectam ad Quæſtorem deferunt, qui ex dimenſo ab illis redimit. Is animalcula a veſiculis cribro ſegregat, deinde ea ſummis digitis leniter prehendendo, in pilas efformat ovi gallinacei magnitudine: etenim ſi nimium comprimeret, tota in ſuccum reſolverentur, & color periret. Itaque duo infectionis genera, unum pulpæ, alterum veſicularum: quoniam autem pulpa ad inficiendum commodior eſt, ejus pretium quadruplo majus quam veſicularum. Aliud præter jam commemorata, genus adhuc invenitur, cujus neque veteres neque recentiores meminerunt: excrementum eſt, eadem qua ſuperior ratione, in Myrtis naſcens, unico animali vivo veſicula incluſo præditum. P. Bellon. Obſervat. Lib. 1. C. 17.

(*a*) *Vermiculus ex Arbore ad modum Ilicis . . . . nodulum faciens mollem ad modum Ciceris, aquoſum, & cum exterius colorem habeat nebulæ, & roris coagulati, interius rubet &c. . . . . Cum enim tempus Solſtitii æſtivi advenerit, ex ſe ipſo vermiculos generat, & niſi coriis ſubtiliter conſutis includerentur, omnes fugerent, aut in nihilum evaneſcerent. Hinc eſt quod Vermiculus nominatur propter diſſolutionem, quam in Vermes facile facit ex natura roris Madialis, a quo generatur. (De Otiis Imper. Deciſ. 3. ap. Du Cang. Gloſſar. Voc. Vermic.)* Parla anch' egli del Cocco di Linguadoca; e ne rileveremo fra poco alcune altre particolarità.

Droga, di che il *Quinquerano* lo accuſa; ſe *Plinio* ne abbia deſcritto tre ſpecie o due ſole; ſe il Cocco di Pauſania ſi attenga piuttoſto a quel di Galazia, o a quel di Polonia; ſe queſt' ultimo del *Bellonio* corriſponda più a quel di Provenza o a quel di Pauſania. Le queſtioni di queſto genere una volta forſe troppo applaudite, ſono ora forſe un po' troppo poco conſiderate; l'erudizione ſcientifica, benchè a ciaſcuno nel ſuo genere quaſi eſſenziale, è tuttavia caduta in diſpregio a que' fervidi ingegni, che anelando alla gloria delle ſcoperte, temerebbero bene ſpeſſo di trovarſi de' precurſori. Così non iſtaremo nemmeno a contendere con *Salmaſio*, perchè ſi contenti di credere che il color della Porpora è ben diverſo da quel del Cocco; perchè permetta che *Plinio* abbia detto, come ha pur ſempre voluto dire, *Coccum Granum*, e non *Coccum Gramen*, come e' pure ſi oſtina di volergli far dire, a diſpetto del ſuo conteſto, della coſa, della parola: nè molto meno per ridurlo d'accordo con ſe medeſimo nelle tante coſe che dice, e miſdice ſopra queſto particolare. Quanto alla particolare ſcoperta de' Vermi del Cocco, ben lungi che ella appartenga a *Reaumur*, ella era notiſſima da *Mosè* fino al *Quinquerano*, che numera quei Vermetti ad eſerciti, da *Gervaſio Tilleber.*, e dai Villani di Linguadoca fino al *Ceſalpino*, al *Valliſnieri*, ed al *Redi* ſenza dir nulla de' noſtri Botanici, che lo chiamarono perciò *Coccum Vermiculoſum*. V. Jo. Bauh. Hiſt. Plant., Dalechamp. &c. La meno ſoſpetta ſarà la teſtimonianza dello Scaligero. *Ajunt ea granula, quæ in folliculo inſunt baphico, eſſe animata. Emigrare ſponte, atq. vacuos relinquere parietes. Ex illis autem conſtare paſtillos ad tingendi uſum.* (*De Subtilit. Exercit.* 194). Non poſſo citar qui nè a pro, nè a ſvantaggio la ſtimatiſſ. Diſſert. ſopra la Grana del Co: *Ferdinando Marſilj*, non eſſendomi rieſcito di poterla vedere. Al *Reaumur* ſi deve la lode di averne data la Storia, deſcritte le forme e i caratteri, di averlo in ſomma claſſificato (*a*).

(*a*) Mr. *de Francheville* in quella ſua Diſſertazione ſopra i colori antichi e moderni, che torneremo a citar qui poco dopo, avendo riferito come poteva, quel che gli Antichi hanno detto del Cocco e della Porpora, paſſa a parlare delle ſcoperte de' Moderni ſopra queſta materia, e parlando di *Reaumur* aſſeriſce, che egli ſolo in que-

14. Quanto al colore che gli Antichi ritraevano dal Cocco biſogna ſtabilir queſta idea; che il Cocco fra i colori arteſatti ſembra eſſere il vero tipo del Roſſo, eſtendibile per una ſcala d' infinite graduazioni dal roſſo cupo ſanguigno, ſcendendo verſo i più chiari ed aperti, ſino al più languido della Roſa o del cruor dilavato. Nel mezzo di queſta ſcala ſta il Coccineo rutilante ed acceſo, che è il fior del Cocco finiſſimo, ſimboleggiato dalla natura nella bragia candente, nella roſa vermiglia, nel cruor puro arterioſo, nel Cinabro raffinatiſſimo, ed imitato dall' Arte preſſo di noi nello Scarlatto di Cocciniglia. Come però queſti eſtremi del roſſo nereggiante, e del roſſo languente non ſono proprii del Cocco, ſe non in quanto il nero o ceruleo vi ſi meſchia per oſcurarlo, o il bianco dilavandolo eſtenuandolo lo riſchiara; così il tono proprio del Cocco è quello del puro roſſo ſchietto e vivace, determinato dalla intenſità, e dalla copia della parte ſua colorante, dalla maggiore elevatezza del ſuo ſpirito o lampo, figlio dell' etere colorante, in proporzione della forza de' climi, che nel Cocco, come nella porpora e nelle altre naturali colorazioni, ſegue la forza predominante dell' azion viva e coſtante del Sole: onde è notato che tutti i colori ne' Climi più proſſimi al Sole, ſi accendono più vivamente. Quanto all' effetto vario del Cocco ridotto in

tinta

ſto ſecolo ha fatte più ſcoperte che gli *Ariſtotili* e i *Plinii* non ne avevano fatte nei loro. Due delle grandi ſcoperte attribuite a *Reaumur* ſono certamente quella de' Vermetti del Cocco, e quella che pubblicò ſopra le Porpore da lui cercate nel Mare Occidentale della Francia. Della prima di dette ſcoperte ne abbiam detto forſe qui quanto baſta; della ſeconda faremo coſtretti di parlarne forſe altra volta. Per ora rifletteremo di paſſaggio all' opportunità di queſto elogio fatto da *Francheville* a *Reaumur*; pel qual d' altronde neſſun elogio può eſſere ſoverchio. Ma *Francheville* avendo premeſſo che le Porpore ſi credevano già perdute per ſempre, riflette, che eſſendo *impoſſibile* che un tal *ſecreto sfuggiſſe alla ſagacità de' moderni*, *noi non abbiamo ora più nulla a deſiderare ſopra queſto particolare*. Quindi paſſa all' elogio, e deſcritta poi la ſcoperta di *Reaumur*, v'intralcia uno ſquarcio di un ſuo poema ſopra le porpore ſteſſe; poi conclude con dire, che i barbari ci hanno pur troppo tolta anche queſt' arte di tingere colle porpore, „ que l' on n' a pas encore bien trouvè, *malgrè* les recherches & les *decouvertes* que Mr. de *Rèaumur* a *prètendu* avoir faites a ce ſujet ". Per quanto diverſa queſta ſeconda dichiarazione poſſa parere dalla prima, egli è credibile tuttavia che il nome ch. di *Reaumur* non ſia per tenerſene offeſo: perchè quanto è vero che in materia di porpore le ſcoperte di *Reaumur* ſono nulle; altrettanto è certiſſimo a giudizio del celebre Sig. *Amati*, che il *Francheville* occupa un luogo diſtinto fra i Moderni Scrittori, che in materia di porpore e di Cocco non hanno capito nulla.

tinta nelle materie tingibili, dipende egli nell' atto pratico dalle ſpecifiche qualità della grana, dalle doſi che ſe ne impiegano, dall' attività de' Mordenti, dagli aggiunti che vi ſi uniſcono, che ne eſaltano e ne avvivano, ne offuſcano o ne degradano l' attività. E l' eſſer forſe egli ſemplice di ſua natura, e di ſoſtanza affatto omogenea potrebb' eſſere la cauſa principale o forſe unica, che non può il Cocco, per quanto acceſo e infuocato, vibrare un lampo di doppio lume ſcintillante e cangiante come la Porpora; e l' iſteſſa ragione ſarà forſe eziandio nel Cinabro.

15. Che poi il perfetto color Coccineo foſſe il Vermiglio più rutilante ed acuto non può dubitarſene, atteſa la ſcrupoloſa preciſione degli Antichi; ond' è che il Cocco da *Silio Italico* ſi chiama *ardente* (*a*), da *Lucano* ſi denomina *igneo*, e così pure da *Marziale*, e da *Stazio*, e quel che vale ſopra tutti, da Orazio, che chiama il Cocco non ſolo Roſſo, ma di quel roſſo, che è proprio del fuoco e del ferro infuocato, che è l' eſpreſſione più viva del più acceſo vermiglio (*b*). *Plinio* lo paragona al vivo color della Roſa (*c*); ſopra il qual luogo il *Salmaſio* ſempre confuſo ed incerto fra il color della Porpora e del Cocco, con manifeſto errore applica al Cocco ſteſſo il color della Roſa *nigrante* uſato da *Plinio* altrove per la dibafa Tiria. *Salmaſ. ad Tertull. de Pallio pag.* 138. Ma di conſimili equivoci ne vedremo altri eſempj qui poco dopo, come anche ſull' interpretazione di alcune fraſi della Scrittura.

16. Come però non ogni clima era atto a dare una

(*a*) *Ardenti radiabat Scipio Cocco. Lib.* 17.

(*b*) . . . . *rubro ubi Cocco Tincta ſuper lectos canderet veſtis eburnos. Satyr. 6. lib.* 2.

(c) *Unum (colorem) in Cocco, qui in Roſis micat: gratius nil traditur aſpectu: lib.* 21. *c.* 7. E di queſte teſtimonianze ſe ne potrebbe riunire una lunga ſerie da tutti i Claſſici.

Trovo che i Maeſtri dell' Arte tintoria riconoſcono ſette toni, che noi diremmo atti o lampi di Roſſo, cioè ſette Roſſi fondamentali diviſibili ciaſcuno in una lunga graduazione che chiamano Scala; e par che convengano che il più perfetto ed acuto di tutti ſia quello dello Scarlatto di Olanda, ora direbbeſi quello della Cocciniglia più pura e perfetta, o quello di Gobelin. Con ciò intendiamo di dir ſolamente, che molti atti o lampi diverſi di Roſſo oltre al Vermiglio candente, ſi cavano e ſi ſaranno cavati dagli Antichi dal Cocco corriſpondenti alle diverſiſſime denominazioni del Roſſo che s' incontrano preſſo gli Autori ecc E' molto notabile infatti, che anche gli Antichi conoſcevano ſette generi di Colori roſſi, e ſi lagravano della lingua, che non aveſſe termini proprii per eſprimerli ben chiaramente. V. Gell. lib. 2. cap. 26.

Grana o Cocco di egual finezza e valore, e noi non abbiamo lo Scarlatto, viviſſimo color di fuoco, ſe non con fatica e ſottiliſſimi raffinamenti ſopra la Cocciniglia, che è la belliſſima e la ricchiſſima Grana o Kermes, che ci viene dall' America; così mi perſuado, che anch' eſſi gli Antichi dalla Grana o Cocco comune ne ricavaſſero varj gradi di color roſſo e roſſoſcuro, che noi ſimilmente ricaviamo nel Damaſco e nel Cremiſi comunale: e che poi dalla finiſſima di Galazia, o di quella di Emerita in Luſitania, coi più ſottili artificj ne ritraeſſero il vero vermiglio dello Scarlatto acceſiſſimo, degno dei Paludamenti e delle Clamidi imperatorie, e di quegli altri abbigliamenti prezioſi, che gareggiavano colle Porpore. Così l' abito Roſſo o Ruſſato, che uſarono in guerra gli Spartani, e poi anche i Romani, che furon quindi chiamati ancora Ruſſati, il qual diceaſi Pheniceo dai Greci, e da' Latini Coccineo, perchè tinto in Cocco, poteva eſſere di un atto o lampo diverſo, e non del roſſo più ardente e finiſſimo. *Ruſſata. Iſid.*

17. Ma un terzo colore è pur certo, che ricavavaſi dal Cocco unendolo colla Porpora; e il nome d' *Hyſgin* che ſecondo *Pauſania* dai Gallo-Greci ſi dava al Cocco nella Galazia (*Pauſan.* Phoc.) divenne il nome di un color miſto chiamato Iſgino, come *Plinio* lo inſegna, e il ch. Sig. *Amati* lo dichiarò nel ſuo Libro (*a*).

18. E' noto per l' Iſtoria, e dev' eſſerlo molto più pel dottiſſimo Libro del cel. Sig. *Amati*, ſiccome la Porp. nella declinazione dell' Imp. perſeguitata con leggi penali, anguſtiata ogni dì più, e finalmente rinchiuſa dentro i recinti del Palazzo Imp. in Bizanzio, andò ivi languendo per molti ſecoli, e vi perì finalmente inſieme cogli ultimi avanzi dell' imperio medeſimo. *De Reſtit. Purp. cap. 56. ad 60.* Ben lungi però che il Cocco foſſe compreſo in queſta ſciagura, comincia anzi di qui il tempo delle ſue glorie e della ſua maggior fortuna. Liberato dalla ſuperiorità delle Porp., preſſo le quali non potè mai ottenere che un grado inferio-

---

(*a*) *Coccoque tinctum Tyrio tingere, ut fieret Hyſginum. Plin. lib. 9. c. 41. Colorem quemdam medium inter rubidum & Rubicundum, & inter purpureum & Coccineum, qui Hyſginus color eſt. Amat. de Purp. c. 25.*

re di riputazione e di ſtima, cominciò quindi a primeggiare, e rimaſe nel primo luogo di prezioſità fra tutte le tinte, che rimanevano.

19. Dopo la legge di *Teodoſio Seniore* le Porpore non appartennero più che ai Sovrani, cioè alla Famiglia imper., alle Cariche, e alle grandi dignità dell' Impero. *Amat. cap.* 56. Le Officine porporarie proibite ſeveramente ai privati, furono ridotte ad un numero determinato per l' uſo particolar della Corte, *Notit. Imp. vid. c.* 38.: Ma le tinture Coccinee furono eſenti da queſta legge; il Coccino, il Coccineo rimaſe libero come prima, e diventò più prezioſo nella pubblica eſtimazione.

20. Nè ſolamente occuparono il luogo e la dignità delle porp., ma poco a poco ne uſurparono ancora la denominazione ed i titoli. *Elio Lampridio* nella vita di *Elagabalo*, e *Vopiſco* Siracuſano, che ſcriſſero a tempi di *Diocleziano*, ſembrano eſſere fra primi, che abbiano chiamata la Porpora col vocabolo Blatta: la qual voce uſata fra i greci de' baſſi tempi per indicare la lingua o roſtro delle chiocc. Porp., e poi per l' operculo delle chiocc. iſteſſe, come ſi vede preſſo *Attuario* e *Mirepſio*, e nei ſeguenti fino all' *Aldrovandi*, *Mattioli* ecc., paſsò ben preſto ad eſprimere anche le tinte e veſti purp. Si poſſono vedere preſſo il ch. Sig. *Amati* le teſtimonianze di *Venanzio Fortunato*, di *Sidonio Apollinare*, di *Eutropio*, di *Oroſio*, di *Alcimo Avito*, che *Blatta* e *blattea* chiamano la tinta e le veſti purpuree; e del Cod. Giuſtinianeo che lo dichiara con preciſione (*a*). Io vi aggiugnerò ſolamente che oltre a *Simmaco* e *Caſſiodoro* (*b*), negli Scrittori più baſſi, fra' quali può ſervire di eſempio *Anaſtaſio* Bibliotecario, ſono comuni e quaſi perpetue le fraſi di *Serica ornata Blatto*, *Vela de Blattin*, *Cortina de Blattin*, e tante altre ſimili, colle quali inteſero ſempre di nominare la Porpora.

21. Peggio è che mancate più e più le Porp. e creſciu-

(*a*) Ved. Amat. cap. 18. Riferiremo però qui i due ſoli ultimi, perchè ſembrano deciſivi. „ *Aureus ordo Crocis, violis hinc blatteus exit* ". *Coccinus hinc rubicat, lacteus inde nivet.* „ *Ven. Fortun. Poem.* 7. " *Fucandæ atque diſtrahendæ Purp. vel in Serico vel in Lana, quæ Blatta vel Oxiblatta, vel hyacinthina dicitur. Cod. Lib.* 40. *L.* 1.

(*b*) *Cum Blatta, quam noſtro Cubiculo dare ſingulis annis conſueviſti, venire feſtina. Epiſtol.* 2. *lib.* 1.

to più ſempre l'uſo e la ſtima del Cocco, cominciò queſti a tenerſi in luogo della Porpora ſteſſa, e il nome di Blatta paſsò dalla Porpora al Cocco, e divenne ſinonimo di tutte due. Quindi in que' tempi Porpora, Cocco, Vermiculo, Blatta, e il *Coccineus*, *Puniceus*, *Phœniceus*, *Vermiculus*, *Vermiculatus*, non ſolo diedero luogo al *Blattein*, *Vermil*, *Vermelatus*, *Vermelus Vermeilum*, che poi finì nel noſtro Vermiglio; ma dalla parte degli Arabi il Kermes fece naſcere il *Carmil*, e poco dopo il *Karminum*, *Kermiſinum*, *Kermiſi*, *Carleto*, *Ecarleto*, *Eſcarlato*, *Scarlata* e *Scarleto*, e infiniti altri, che dal tempo de' baſſi Secoli a tutto il tempo della barbarie ſi trovano promiſcuamente per lo Scarlatto, e per la Porpora nelle Carte, ne' Documenti d'ogni maniera, e molto più fra gli Scritturali e gli Interpreti, e portarono la confuſione del linguaggio delle idee, e delle coſe fino fra i noſtri dotti Eruditi (*a*).

22. Il maggior male però ſi fu dell'errore, che venne quindi a ſtabilirſi, che il color della Porpora foſſe il Roſſo; perchè avvezzati a veder Roſſo il Vermiculo o Cocco, che già chiamavano e credevano Porpora o Blatta, ſi radicò l'opinione, che Cocco, Porpora, Conchiglio, Blatta, Vermiculo foſſer tutt'uno, cioè tutti Sinonimi di un color Roſſo purchè riſplendente, fino e prezioſo. Aggiunſer peſo a queſto falſo concetto gl'interpreti Scritturali e i Commentatori dei Claſſici, che ſempre titubanti ed incerti nel contrappoſto di tante diverſe fraſi e eſpreſſioni, non giunſero mai a ſtabilirne il vero ſignificato per rapporto alla vera graduazione de' colori prezioſi, nè molto meno a metterſi d'accordo con ſe medeſimi. Invano il *Pitiſco* correſſe il *Turnebo* e il *Ferrari*, perchè avevano interpretato per Blatta il Vermiculo, *Diction. Voc. Blatta*; in vano il *Du-Cange* avendo prima ſull'autorità di *Paolo Diacono* interpretato egli ſteſſo Vermiculo il Blatta, ſi correſſe da ſe medeſimo, e riconobbe coi buoni Autori nel nome di Blatta la vera Porpora. *Du-Cang. Gloſſar.*

(*a*) Più incerta di tutte è l'Etimología della voce Scarlatto: fortuna che ciò poco importa, o forſe anzi nulla, ma ognuno ſi è forzato di fare onore di queſta bella parola alla lingua che favoriva, quindi i Commentatori l'hanno derivata dalla lingua Giudaica e dall'Arabica, alcuni dalla Greca, gli Oltramontani dalla Tedeſca, i Franceſi dal Celtico: abuſi non mancano nemmeno agli ſtudj di erudizione.

in Blatta. Invano il *Braunio* correſſe l' errore del Cocco διπλοῦν (*a*), del Cocco dibaſo, e fin del τρίβλαττον, che era corſo preſſo i rozzi Scrittori, e inteſo per Cocco tinto due volte come la Porp., o tinto anche tre, come non fu mai tinta nemmen la Porpora; perchè l' error dura ancora, e fu rinnovato anche a dì noſtri (*b*); Poi Egli medeſimo cadde in altri errori non meno gravi, concludendo che ogni Porp. è di color roſſo igneo ſecondo *Plinio*, che il Cocco è il ſecondo genere della Porpora, e che intanto il Cocco ſi chiama Porpora, in quanto il Cocco e la Porp. ſono entrambi di color roſſo (*c*).

23. E chi potrebbe citarli tutti? o a che ſervirebbe dappoi che il ch. Profeſſore *Amati* dopo un eſame infinito ha deciſo, che neppur uno fra' moderni ha inteſo nulla in queſta materia? Tuttavia *La-Cerda*, *Bochart*, *Salmaſio* per la loro celebrità e grande dottrina pare non ſi poſſano dimenticare. *La-Cerda* avea prima deciſo, che color Porpora non inchiude il Coccineo; ma poco dopo conchiude al contrario, che quando diceſi Porp. Tiria, ſi deve intendere Coccinea (*d*). Non vi è forſe paſſo di Claſſici proſatori o Poeti, che non ſia dal *Bochart* paſſato in reviſta e ponderato con

---

(*a*) *κόκκινον διπλοῦν* è detto nella Scrittura per panno o filo, teſſuto doppio, o per *Coccum retortum*, nè il *diplum* o *duplum* ha avuto mai alcuna relazione alla tinta: Il dibaphum appartiene alla Porp. di doppia tinta, nè mai è ſtato detto del Cocco. il Triblatton poi è ſpiegato con maggior fondamento per veſte purpurea di tre colori.

(*b*) *V. Braunium de Veſtit. Hebreor. lib.* 1. *cap.* 14. 15. *præcipue a n.* 212. *ad* 214. *Deſinant igitur Lexicographi impoſterum in ſuis Lexicis, cæterique interpretes omnes ſcribere* Coccinum dibaphum, & *ſic abſque purpuræ Tyriæ proprio epitheto, ſolo Coccino contenti ſint.* „ *Braunius de Veſtitu Hebreor. lib.* 1. *c.* 15. *n.* 214 „. Dopo queſta dichiarazione vi è ſtato tuttavia Mr. *Franebeville* che in quella ſua Differt. ſopra la Tintura degli Ant. e de' Moderni fra le altre molte ineſattezze ha ſpacciata anche queſta del *κόκκινον διπλοῦν*, ch' Egli traduce *Ecarlate double* en Cramoiſi, pretendendo che queſta ſia la migliore ſpiegazione, che poſſa darſi al *διπλοῦν*. Ma egli è l' iſteſſo che dice che la Porpora *ètoit une teinture de la couleur d' une roſe parfaitement rouge*, dal qual paſſo ſolo s' intende con quanta diligenza egli abbia ſtudiati gli Antichi. Ved. Accad. de Berlin. T. 23. Ann. 1767.

(*c*) *Sane omnem purpuram ignei coloris fuiſſe docet* Plinius. *Braun. L.* 1. *c.* 15. *n.* 199. „ *Vera igitur Purpura, quæ hoc nomine maxime venit apud Auctores, colore rubra eſt* “. *Id. l. c. cap.* 14 *n.* 187. „ *En Coccus Purpura dicitur, ſcilicet quia rubet uterque color* “. *Id. l. cit. Secundum genus* (*Purpuræ*) *Coccus eſt magis, quam Purpura. Id. ibid. n.* 188. „ *Secundum genus* (*Purpuræ*) *quod Antiqui Coccum vocabant* ... *noſtrum eſſe Coccineum* “. *Id. ibid. n.* 189.

(*d*) *Significatione Purpuræ non includi Coccineum colorem .... tamen excipio purpuram Tyriam .... Itaque cum audis Tyriam Purpuram de Coccinea accipe ac ſumme ſplendida.* „ *Cerda* (forſe il più dotto Commentator di *Virgilio*), *ad Virg. Georg. lib.* 2. *v.* 505. *N.* 6.

attenzione dovunque ſi nomina Porpora, o Cocco; ond' è che dopo un lunghiſſimo eſame ſi riſolve col dire, purpureo chiamarſi da' Poeti tutto ciò, che grandemente roſſeggia, come il Sole, e l' Aurora . . . . che la Porpora ſia roſſa, dimoſtrarſi da quelli, che per Porpora dicono Coccineo e puniceo; e finiſce col dire, che Cocco e Porpora ſi dice promiſcuamente quaſi da tutti (*a*). Del *Salmaſio* per ragione di brevità e di riſpetto non riferiremo che alcune ſue ultime concluſioni, dalle quali per via di una infinita argomentazione riſulta, che il Colore Coccineo riſplende come quello della Roſa *nigrante* (che noi chiamiamo Damaſcena), e che la Porpora Tiria gareggia colla Roſa *Vermiglia*: propoſizioni al certo, di quante ne ſono mai ſtate dette in queſta materia, le meno aſpettate, e della più aperta contraddizione (*b*).

24. Qual meraviglia ſe in mezzo alla confuſione di tante perpleſſità, e manifeſte contraddizioni nemmeno il Ch. *Muratori* non ha potuto ſfuggir dall' errore? affermò egli pertanto che „ il colore blatteo, tuttochè talvolta appellato purpureo, col proprio nome nondimeno era chiamato Coccineo, oggidì *Chermiſi* o *Cremiſino* " : il che è ben lontano dal vero per tutto quello, che abbiamo dimoſtrato qui ſopra. Quindi ſegue egli a dire „ oggidì ſanno gli Eruditi, che la Blatta è una ſpecie d' inſetti chiamati Kermes dagli Arabi, che naſcono dai grani di certe Elci (*c*) ". Ma la Blatta, come abbiam dimoſtrato, non è che la lingua o l' operculo della chiocciola porpora, e divenne poi ſinonimo di Porpora per l' abuſo e per l' ignoranza de' tempi.

(*a*) *Purpureum Poetæ dicunt quicquid inſigniter rubet, ut Solem & Auroram ..... Sed purpureum rubri coloris eſſe genus, ii maxime docent, qui pro purpureo coccineum & puniceum uſurpant . . . . cujus exempla paſſim occurrunt.* „ *Hyerozoic. Part. 2. lib. 5. c. 10.* " *Coccum & Purpuram paſſim promiſcue ſumì abunde probavimus. Id. Ibid. cap. 11.*

(*b*) *Cocci color puniceus, hoc eſt coloris rubri acutiſſimi . . . . Purpuræ quoque rubræ tale lumen ad Cocci ruborem accedens.* „ *Exercit. Plin. pag. 935* ". *Omnium colorum micantiſſimus Coccineus, qualis in nigrante Roſa conſpicitur.* „ *Id. ad Tertull. de Pall. p. 138* „. *Tyria Purpura ex omni genere maxime rubet . . . Roſæ Poetis aliquando coccineæ, interim purpureæ vocantur . . . alii contra Coccineas, & Coccum commendant a Roſæ colore. Utrumque verum eſt. Tyria purpura coccinea & Roſarum maxime æmula.*

(*c*) Diſſert. XXV. *Tingevaſi allora* (lo Scarlatto) (ſegue egli a dire poco dopo) *col ſangue della Blatta, oſſia de' Vermicelli ſopradeſcritti*, (cioè del Kermes) ecc. ſegno evidente della generale confuſione, che regnava anche fra gli Uomini più dotti intorno a queſta materia.

25. Bensì è prezioſa fra le tante altre, e fa al noſtro propoſito la notizia, che l'iſteſſo ch. Uomo ci ſerba in queſta medeſima Diſſert. di *Gervaſio Tilleberienſe*, per cui ſappiamo che fin del 1215. raccoglievaſi il Vermiculo o grana nel Regno Arelatenſe; Notizia di cui faremo buon uſo fra poco. Per ora ci è ſembrato neceſſario di rammentarla per rilevare un errore di più, commeſſo, come crediamo, dal volgarizzatore e redattore delle ſteſſe Diſſertazioni. Egli è, che dicendo ivi il *Tilleberienſe*, che la raccolta di queſta grana facevaſi nel Regno Arelatenſe, il teſto italiano ſoggiunge „ credo che ſia errore o di lui, o di ſtampa " la qual rifleſſione non ritrovandoſi nel teſto latino del *Muratori*, ne viene che non a lui, ma al Redattore ſia da imputar l'ignoranza di una coſa a tutti sì nota (*a*).

26. Fin qui abbiamo veduto il Cocco trionfar del tempo e delle Porpore, e nelle varie vicende de' Secoli ora aſſumerne i titoli, ora cambiarli con nomi barbari e ſconoſciuti, conſervando però ſempre la più alta ſtima di prezioſità e di bellezza; facendo perdere in molti, e fino a' dì noſtri, per la mancanza del paragone, il deſiderio della impareggiabilità delle Porpore. Nè può certamente torgliſi il vanto di eſſere il ſolo fra tutti i colori, che da una antichità affatto immemorabile, non già per concetto tradizionale, ma per un uſo continuato e non mai interrotto, attraverſo delle vicende e de' Secoli della barbarie ſia fino a noi pervenuto, e ſenza dar luogo al minimo dubbio ſopra la ſua identità e naturale coſtituzione.

27. Nè può metterſi punto in dubbio, che la tinta di Grana dai primi tempi del così detto Vermiculo fino ai pre-

---

(*a*) Benchè la dilatazione ſempre maggiore del commercio della Cocciniglia fin dal principio di queſto ſecolo aveſſe di molto abbaſſato il credito, e fatto ceſſar quaſi l'uſo della Grana di Linguadoca nelle tinture, durava però ancora il commercio di quella Droga, e del Paſtel di Montpellier per la Medicina nella Confezione e nello Sciroppo di Alkermes, e per le Arti nella Lacca, e nel Carmino che ſe ne cava; coſa che dagli Speziali, e Droghieri d'Italia non poteva ignorarſi. A giuſtificazione però del Ch. *Muratori* aggiungiamo ben volentieri, avendone fatta particolare ricerca, eſſerci ſtato aſſerito, che nella traduzione Autografa del *Muratori* delle ſue Diſſertazioni (eſſendo certo che furono tradotte da lui medeſimo), quelle parole che accuſano di errore il *Tilleberienſe*, ſi trovano ſolamente notate in margine d'altra mano, d'onde poi colla Stampa paſſarono nel Teſto; appunto come avevamo già ſoſpettato. Ma di errori di queſto genere, ne vedremo uno ben preſto molto più rimarchevole.

ſenti dello Scarlatto ſia ſtata fra gli uomini di un uſo continuato ſenza alcuna aſſegnabile interruzione: perchè anche ne' tempi più barbari dovunque trovanſi documenti di pompe di veſti, di adornamenti ſacri, o profani, ivi trovaſi coſtantemente ſotto qualunque denominazione ricordato mai ſempre il Cocco, Blatta, Vermiglio o Scarlatto fra le coſe più preziose. Può vederſene per eſempio una ſerie ben lunga nella ſucceſſione de' Pontefici di *Anaſtaſio* Bibliotecario, il quale non manca di ricordare i preziosiſſimi Arredi, che ciaſcun d'eſſi fornì alle Baſiliche di Roma; di che abbiamo noi dato un ſaggio nel noſtro Libro ſopra le Porpore, (Ved. §. 199.) e molti altri eſempi di varj tempi ed età ne ha riuniti il Ch. *Muratori*. *Deſſert.* 25. *& alibi*.

28. Qualunque foſſe per eſſere la tintura, di cui nel noſtro libro riportammo le formole o almen gl' ingredienti, e chiunque ne ſia l'autore *(a)*, ella è pur diretta a dare una tinta miſta di Porpora e di Cocco: vi è nominata prima la Porp. e il Cocco ſemplicemente; poi nuovamente il *Verme porporario*, *il Verme di Galazia*, *il Conchiglio*, *il Cocleoconchiglio libico*, *e il Cocco Egizio*, *che ne' luoghi marittimi ſi chiama anche Pinna*, il qual fraſario così mancante di preciſione e chiarezza ci ricorda però replicatamente il Cocco per uſo di tingere; ed appartiene aſſai chiaramente a que' tempi, ne' quali mancata l'arte delle vere tinte di Porpora, vi ſi ſuppliva alla meglio con que' guazzabugli per averne una tinta di qualche pregio. Di tempi ancora più barbari, di ſtile più incolto anzi zotico affatto, e per lo più ineſplicabile, ſono quelle formole d'arte tintoria, che il Ch. *Muratori* ci ha riprodotte. Sono in numero più di cento; in molte di eſſe ſi nomina *bermiculum* (invece di Vermiculum), (ſiccome *labas* in vece di *lavas*) ora ſolo, ora ſinonimo col *Coccum*; e queſte ſervono per tingere pelli in Roſſo, o per far tinte roſſe, delle quali non determina l'uſo *(b)*.

29. Se

(a) Delle Porp. pag. 193. viene attribuita comunemente a *Democrito*; ma evidentemente è lavoro de' tempi baſſi e proſſimi ai barbari.

(b) *Compoſitiones ad tingenda Muſiva, pelles & alia &c.* Il primo Titolo e „ *De Tictio omnium Muſivorum* " Il Vermicolo comincia ad eſſere nominato nella Form. 9.

29. Se queſte formole appartengono all' ottavo Secolo, o al nono, come opina il Ch. *Muratori*, ci rimarrà di vedere, ſe ne' ſecoli ſuſſeguenti, venendo a tempi più proſſimi a noi, ſi continui a trovare altre tracce di queſta Droga, o come tinta di Stoffe e di altri Utenſili, o veſtiarj, o almeno come ſemplice mercatanzia: il che ſervirebbe ancora per l'altra parte della ricerca propoſta, cioè qual ne foſſe la provenienza.

30. Veramente dal ſecolo nono al duodecimo ſarebbe coſa meraviglioſa il trovar monumenti di queſto genere; ſono i ſecoli dell' alta barbarie e della univerſale ignoranza. Tuttavia ſi ſa pure, che nel veſtiario de' Longobardi, e poi in quello della Corte di *Carlomagno* vi entravano le *faſciole Vermiculate* (a); e ſembrano eſſere delle età ſuſſeguenti, cioè del mille o poco più, oltre le tinte e le Opere di *Ecarleto* e *Scarleto*, ed appartiene al Secolo duodecimo l' introduzione in Italia dell' arte della Seta portatavi di Grecia dal Re *Ruggiero*, (*Otto Friſing. de Geſt. Frider. ad Ann.* 1148.) colla quale è ben certo che dovettero venire di nuovo, o rianimarſi anche le tinte prezioſe; e di opere tali e di tinte Coccinee ſi trovano pur molti veſtigi nelle Diſſert. del *Muratori*, (*Diſſert.* 23. 24. 25. *& alibi*. E' certo che queſte Arti in Grecia ſi erano conſervate, e che di là venivano le veſti prezioſe anche a Roma e per l' Italia. „ *Cocco bis tincto* (cioè tinctos) *Urbi dat Græcia pannos* " *Gualfr. de Viſenauf ad ann.* 1202. *V. Diſſ.* 25. tuttavia gli è difficile di perſuaderſi che tutte le veſti *molli* e *prezioſe* che ſi veggono nominate in que' tempi preſſo i privati, doveſſero eſſere tutte di Grecia), che ſarebbero di troppo lunghi e nojoſi per

---

che ha per titolo „ *De pelle alitbina etinguere* " *Tolles hermiculum & teres in Mortario* „ la 16. è " *de tertiis Pandiis* „ e v' entrano queſti ingredienti " *Corallus tenuis boni coloris, rubeis, marinis; tritis libra una Lacca; Conquilium libra una &c.* „ la ſeguente è " *de Porphiro Melino* „ e porta " *labas & tingue Melino. Poſt hæc temperas Coccum* „. Dopo molte ritorna ancora " *Alia compoſitio Vermiculi* „ *Vermiculum lib. dimidia: alii Vermiculi* 1. . . . *Coccum delabas in urina, & iterum piſtas. Delabas urina, donec expandatur ipſud Coccum.* „ Non molto dopo ne viene " *De Conquilium* „ *Conquilium naſcitur in omne mare &c.* " che può vederſi riportata per intiero nel Libro del Sig. *Amati*. „ Queſto Ricettario ſta nella Diſſert. XXIV. del *Muratori*.

(a) Biſogna aggiungervi „ *Tibialia ac coxalia linea, quamvis ex eodem colore* " *Mon. Sangall. de Reb. Geſt. Car. M. lib.* 1. *c.* 36. *Apud Murat. Diſſert.* 25. *ad calc.*

chi li voleſſe qui riferire: ed io inoltre tengo per certa l'opinione dell' iſteſſo ch. Autore, che non ſolo le più groſſolane manifatture, ma nemmeno le più fine e prezioſe in Europa e ſpecialmente in Italia, non ſiano mai venute meno del tutto, neppure in que' tempi infelici.

31. Frattanto dobbiamo agli Arabi, ed appartiene a queſt'epoca l'uſo del Kermes, cioè della grana, richiamato nella Medicina ed eſteſo anche all'interno, parendo che gli antichi Greci e Latini non l'aveſſero uſato che eſternamente: (*Ved. Dioſcor. Plin. Gal. &c.*), e a queſta epoca ſteſſa appartiene, come a quella del generale inſelvaggimento dell'Italia quaſi deſerta, la ſpontanea moltiplicazione del Cocco, o ſia dell' Elce Coccifera, che il *Cluſio* e il *Ruelio* trovarono poi eſteſo a tutte le ſpiagge del Mediterraneo; il *Pena* e il *Lobelio* nella Provenza, nella Toſcana e ſin nell'Agro Romano; il qual perduta la gloria di quella nobile decorazione nell'uſo de' paludamenti Coccinei, diede ricetto alla pianta ſilveſtre che lo alimenta (*a*). Altri il trovarono dappoi ſulle ſpiagge dell' Epiro, di Ceſalonía, della Grecia. Il *Liſter* trovò il Cocco o Kermes in varie parti dell'Inghilterra, e ne deſcriſſe le proprietà con molta preciſione e chiarezza. V. *Tranſ. Anglic.* T. 3. ann. 1671. Altri hanno trovato un Kermes, o Cocciniglia alle Bermude, e in altre parti dell'America Settentrionale.

32. Antica forſe fin di que' tempi fu la cognizione anche del Cocco Polonico venuto poi a maggior uſo nelle età ſuſſeguenti. Ella è una ſpecie di Pimpinella, o Centinodia, o Poligono, che dà nelle terre della Polonia un Cocco, o Grana tintoria, che fra le altre raſſomiglianze con quel di Galazia ha anche queſta, che non vien dall'Elce ſpinoſo, e

---

(*a*) Mentre gli Scrittori Oltramontani aſſerivano nel Secolo decimoſeſto l'eſiſtenza dell' Elce Coccifera nelle ſpiagge marittime dell' Italia, e ſpecialmente nella Maremma Saneſe, il cel. *Mattioli*, che pubblicò la ſua grande Opera nel 1568. profeſſava di non ſapere „ che l' Arbuſcello della Grana ſi ritrovi in alcun luogo d' Italia, " e di averne fatto venire un eſemplare da Coſtantinopoli per poterlo rappreſentare: dal qual errore o oſcitanza, come la chiamano, appena credibile in un Botanico sì rinomato, come pure di quell' altra ſua aſſerzione di aver veduto nelle Querce della Boemia gran copia di detta Grana, i ſuſſeguenti Naturaliſti, e *Rotan*, il *Dalecamp.* il *Bauhino*, e fino l' *Aldrovandi*, l' hanno alquanto più acerbamente rimproverato di quello ſi conveniſſe al riſpetto di un Uomo sì benemerito.

ſi raccoglie non da fuſcelli, ma alle radici della ſua pianta (*a*).

33. La Grana o Cocciniglia Polacca non è più ora in grande uſo; ma s'egli è vero, che ne'ſecoli addietro foſſe Ella ſtata in sì gran credito fra Turchi, Armeni, e Giudei per tingerne lane e ſete, e i loro bei Marocchini, e pei belletti delle lor Donne, parrebbe lecito di ſoſpettare, che molto antica foſſe in Polonia la ſtima e l'uſo di queſta droga; e che forſe ab antico l'aveſſer ivi uſata a tingere, e riguardata forſe e tenuta anche in conto della Porpora, che non avevano: e che tal concetto e tal uſo foſſe comune alle vicine Provincie; poichè leggiamo che *Wladislao* Re di Polonia impoſe a *Valacchi* un tributo di quattrocento Porpore all'anno, che in tai paeſi e tai tempi non è credibile, che foſſero di vera Porpora.

34. Che che ne ſia, la Grana che commerciavaſi fra Bologna e Ferrara nel ſecolo dodiceſimo è veriſimile, che ci veniſſe da luoghi marittimi più vicini, piuttoſto che di Polonia. E riflettendo che Genoveſi e Piſani da Caffa fino allo Stretto di Gibilterra teneano allora il Commercio del Mediterraneo, diventa molto probabile, che da Genova, o da Piſa veniſſe tal merce verſo Ferrara.

35. Vero è, che dall'Atto da noi citato al principio non appariſce, ſe da Bologna a Ferrara, o non piuttoſto da Ferrara a Bologna, nel qual ultimo caſo s'intende, che dal Levante per la via di Venezia avrebbero i Ferrareſi tratta

---

(*a*) Intorno alla Grana Polacca io non dirò ſe non un fatto aſſerito dal *Cornario*, e riferito dal *Dalechampio*; avergli raccontato un dotto Viaggiatore ſuo Amico, che la detta Grana naſce in Podolia alla radice di una pianta ſimile alla piantagine; quel Grano chiamarſi dai Polacchi *Iſchirbitz*: quindi parla della raccolta, e degli uſi, che ſe ne fanno per tingere quello, che i Tedeſchi chiamano *Schalach*, che par voglia dire Scarlatto. Poi ſoggiunge che al tempo della Raccolta „ la quinta parte di un Talento, che noi chiamiamo un Centinajo (dice il *Cornaro*) ſi vende cinque o ſei *Aureis Rhenanis*; ma fra il ſeccarla e prepararla riducendola in polvere, tanto ſe ne perde (o cala di peſo), che portata a noi a Francfort, una libbra di peſo ci vale trenta, e quaranta aurei in circa ". E parla anch'egli il *Dalechampio* de' Vermetti, ne' quali anche la Grana Polacca, come qualunque altra, ſe non ſia bene cuſtodita e ſeccata, facilmente ſi riſolve; onde crede che l' antico Scolecion voglia dire *Vermiculoſo*. Si raccoglie anche codeſto Polonico in Maggio, e Giugno, come quello di Provenza, di Spagna ecc. *V. Dalechamp. Hiſt. Gener. plantar. lib. 1. Cap.* 8. Ci atteſta il *Cardano*, che del Cocco di Pimpinella, che egli credeva di Germania, ne veniva in Commercio anche in Italia: ed eſſere una maſſa di Vermetti ſanguigni impaſtati con del Butiro ecc. *De Subtilit. Lib.* 9.

la grana, e quindi ſparſala nel vicinato. Ma a toglierci queſta difficoltà, e a rendere più credibile il corſo di queſta droga da Bologna a Ferrara piuttoſto che al contrario, ſembra ſervire mirabilmente un' altra Carta conſervataci dall' iſteſſo benemerito *Muratori* nella medeſima Diſſertazione, intitolata *Concordia fra Modeneſi e Luccheſi* firmata l' Anno 1281. (*a*). In queſta Carta fra le merci taſſate a Dazio ſi trova egualmente la *Grana*; ma nominandoſi i luoghi del pagamento, ſi viene a deſcrivere paſſo paſſo il viaggio da Lucca a Modena, da Modena a Bologna, oppur da Modena al Finale e al Bondeno; e viceverſa da Modena a Lucca, e da Lucca a Piſa, da Lucca a Firenze, o alla Lunigiana; onde pare che l' Emporio di queſto traffico foſſe Piſa medeſima, donde le merci poi ſi traeſſero di quà da' monti, ed altrettante ne tranſitaſſero per Modena nuovamente per Lucca e per Piſa; nè in queſta contrattazione ſi vede Venezia mai nominata. Sembra anzi, ſe ſi rifletta, la coſa meſſa fuor d' ogni dubbio, poichè la Grana è nominata fra quelle Merci, che pagano Dazio giungendo a Modena; e a ragion di Moneta pur Modeneſe; e perciò a carico di quelli che dalla Lunigiana, o da Piſa per Lucca a Modena le conducevano. E perchè queſto traffico non pareſſe un caſo fortuito e tranſitorio, un altro bel Documento ci ha pur fornito il Ch. *Muratori* dell' Archiv. di Modena e del 1306. in cui *Braſile* interpretato da lui medeſimo per Grana, ſi trova pur nominato fra le Merci ſoggette a Dazio. Id. ibid. pag. 997. ſegu.

36. E qui appunto è dove il dottiſs. *Muratori* avendo trovato per ben tre volte dal 1193. al 1306. nominata la *Grana Braſile*, cioè fin da tre Secoli almeno prima della cognizion dell' America, ſi ferma alquanto a riflettere ſopra queſto curioſo fenomeno, cioè come e donde ſia provenuto alla Grana quel nome Braſile, ſotto cui ſi conoſce una vaſta provincia del nuovo Mondo, in que' tempi non conoſciuto? E ſi appiglia ben preſto alla ſpiegazione più ſemplice e naturale, cioè che non dall' America a noi veniſſe il nome

---

(*a*) *Concordia inita int. &c. Commune Mutinæ, & Commune Lucæ Ann.* 1281. *Murat. Diſſert.* 30. *p.* 899.

Braſile; ma anzi da noi, ſia da Portogheſi o Italiani, ſi portaſſe in America, e rimaneſſe ivi a quella Provincia per la gran copia trovatavi di quel legno, che quaſsù ſopra nel vecchio mondo ſi nominava Braſile, quell' iſteſſo che ci vien ora da quel paeſe, e volgarmente ſi chiama anche Verzino. Sopra di che nè il Ch. *Muratori* s' impegna più oltre, nè io trovo chi ſappia ſondatamente decidere queſto dubbio (*a*). Vero è che Monſ. *Huet* ſondato ſull' aſſerzione del Portogheſe *Banor*, ſtabiliſce per fatto che la coſa ſia realmente accaduta così, cioè che il legno Braſil conoſciuto ab antico nel vecchio Mondo, ritrovatoſi dagli Europei in gran copia in quella parte del nuovo, ſia ſtato cauſa che quel paeſe aſſuma il nome del ſuo prodotto, e venga a chiamarſi Braſile. Ved. *Huetiana* n. 106. Se però foſſe lecito di riflettere ſull' opione di due grandi uomini, ſi direbbe che in vece di ſciogliere queſta curioſa difficoltà ſembra che l'abbiano raddoppiata. Perchè infatti come ſi prova che il legno Braſil eſiſteſſe ab antico nel vecchio mondo? chi ne ha ſcritto, chi mai lo conobbe, qual monumento ce ne aſſicura? Se foſſe vero che l'*Algumin* ricercato da *Salomone* ad *Iramo* Re di Tiro foſſe il *Braſil*, o *Verzino* di cui ſi tratta, è egli credibile che il legno, e il nome ſi foſſero perduti ne' Secoli che ſuſſeguirono, così colti di cognizioni e d'induſtria? (*b*) Che ſe ſi ammetta, che nel Secolo duodecimo per qualche ſtrana combinazione il legno ricompariſſe ſotto tal nome; ſi chiederà nuovamente, dove egli ne ſia ito dappoi, ſenza laſciar traccia o memoria, che almen ci aſſicuri la ſua paſſata eſiſtenza? Poi naſce da queſta prima una queſtion più diffici-

---

(*a*) On lui donna dans la ſuite le nom de *Breſil*, d' une ſorte de Bois qu' on y decouvrit en abbondance, & qui étoit connu trois Siecles au paravant ſous ce nom ". Così ſe ne sbriga il Compilatore della Storia Gener. de' Viaggi ecc. T. 54. p. 5.

(*b*) Ella è ſondata ſull' aſſerzione di un Rabbino l' opinione, che il Legno Braſil ſerviſſe alle fabbriche di *Salomone*, e che il medeſimo Braſil foſſe conoſciuto ab antico ai confini dell' Iudia. Un tal legno non è mai ſtato conoſciuto nè dai Negozianti, nè dagli Scrittori di Europa; e lo ſtato attuale della navigazione, e del commercio finiſce di ſmentire una tale dicería, ancora meno fondata di quella, che nella Storia generale de' viaggi ci racconta, qualmente prima dell' anno 1463. da una delle Coſte Meridionali dell' Africa era ſtata portata in Europa la prima Cocciniglia, alla quale gl' Italiani, conoſcendone l' importanza, diedero il nome di Grana del Paradiſo. I poſteriori Naturaliſti hanno interpretato, che queſta ſuppoſta Cocciniglia poteſſe eſſere il Cardamomo: ma Cocciniglia dell' Africa non ſi trova chi l' abbia mai conoſciuta ecc. *Ved. Boch. Braun.*

le, alla quale quei due celebrati Scrittori non ſembrano aver fatta attenzione. Perchè ammeſſa anche l'agnazione del legno *Braſil* dell'America con un ſuppoſto legno *Braſil* noſtro antico, e la filiazione del *Braſil* dell'America tratta dal legno alla provincia che lo produce; qual parentela ne naſce egli poi fra il legno e la Grana, per cui l'aggiunto di *Braſil* dato all'uno debba renderſi comune, o quaſi cognome anche all'altra? Le tre Carte da noi citate qui ſopra nominano *Grana Braſilis*, *Grana Braxilis*, *Grana de Braxile*, legno Braſile non è nominato giammai: e ſembra quindi mancar del tutto la forza dell'argomento dei due celeberrimi Autori, che l'identità del legno trovato ne'due Emisferj abbia fatto reſtare il nome del legno antico alla patria, che lo poſſiede nel mondo nuovo; perchè il nome *Braſil* nel mondo antico ſi trova dato alla Grana, e non al legno, che non vi eſiſteva, e legno e non Grana fu trovato nel mondo nuovo, dove pur Grana non ſi ſa che vi ſia. Chi pur voleſſe ſoſtener dunque la congettura, che il nome *Braſile* ad un Paeſe d'America foſſe ſtato portato dagli Europei, dovrebbe accertar prima l'eſiſtenza a que'tempi nel vecchio mondo di un legno *Braſil* tingente in roſſo; o lo dovrebbe dir derivato non già dal legno (detto Verzino), ma dalla Grana, che fin dal Secolo dodiceſimo troviamo chiamata *Braſil*: e che forſe o l'uſo grande de'color roſſi, o la gran copia di un legno tingente in roſſo trovata ivi dagli Europei, (ſo di aver letto in qualche luogo della Storia gener. de'Viaggi, che appunto una gran copia di piume, e di altri ornamenti tinti in roſſo, fu uno de'primi oggetti oſſervati dagli Europei nel Braſile) foſſe cauſa, che lo chiamaſſero il paeſe del *Braſil*, cioè il paeſe abbondante di quel colore sì riſplendente e ammirato, che ſapeano cavarſi in Europa da una Grana chiamata *Braſil*. Ma tutto codeſto a che ſerve egli poi? Sia il nome *Braſil*, o da un legno, come è ſuppoſto, o dalla Grana, ſiccome trovaſi nel Secolo dodiceſimo, paſſato d'Europa in America, ed ivi rimaſto a quel legno medeſimo, o in altro modo appropriato a quella vaſta Provincia. Ma queſto nome medeſimo donde nacque egli, quando nel vecchio mondo ſi attribuì o a quel ſuppoſto legno, o a quella grana che troviamo nel Secolo dodiceſimo? Fra i tanti nomi che abbiam trovati del Cocco nelle varie epoche della Storia e delle nazioni, queſto *Braſil* non è comparſo che nelle Tariffe mercimoniali del Secolo duodecimo, e de' più proſſimi. Sarebbe egli ſtrano, che queſto *Braſil* foſſe un rozzo idiotiſmo degli Arabi, de' Saraceni, de' Mori, portato a noi colla merce, come tanti altri, dalla Soria, dall' Egitto, dall' Africa, dalla Spagna, e come caratteriſtico di qualche ſpecie o qualità della Grana ricevuto ne' Contratti, nelle Tariffe, che allor correvano fra le Città commercianti? Il Braſil legno, che non eſiſte ora, non eſiſteva nel vecchio mondo, come la Grana non ha eſiſtito mai nel Braſile, ed un legno non ſi è potuto confonder mai colla Grana. Se dunque non voglia ammetterſi la congettura data qui ſopra, che la parità del colore ritrovato nel nuovo mondo richiamaſſe l' idea di un vocabolo attribuito già alla Grana nel mondo vecchio, ci rimarrà di reſtringerci alla combinazione di un azzardo, raro forſe, ma non al certo impoſſibile, che un vocabolo barbaro, e di origine ſconoſciuta, ſi ſia ritrovato in tempi diſtanti, in paeſi aſſai diſparati, fra lingue e nazioni molto diverſe, attribuito alla Grana dello Scarlatto, poi alla patria di un legno roſſo, ed attiſſimo a tingere in quel colore.

37. Ma ritorniamo dal Braſile alla Grana. Se dunque appare, che la Grana tintoria con altre merci marittime, fino dal Secolo XII. veniſſe da Piſa per Lucca, a Modena, a Bologna, e forſe anche a Ferrara, piuttoſto che da Venezia, che pur era ricchiſſima di ogni commercio; vi ſarà ſtata una ragione, forſe ignota, ma molto probabilmente di qualche riſparmio economico, o di altra maggiore facilità: ma tuttavia non ci ſi rende più chiaro, di quale ſpecie ſi ſerviſſero a preferenza, potendo trarne i Piſani da tutti i porti e paeſi d'attorno al mare Mediterraneo egualmente che i Veneziani.

38. Tuttavolta ſe ſi conſidera, che forſe anche allora i Mercadanti, e fabbricatori, e Tintori potevano eſſere molto allettati dal baſſo prezzo, che ſuol naſcere dalla vicinanza de' luoghi, e molto più dalla copioſità de' prodotti, verremo tratti aſſai facilmente a penſare, che forſe a quella di Linguadoca, e Provenza, che era allora in gran voga, daſſero i noſtri la preferenza; e potrebb' eſſere la ragione eziandio

perchè da Piſa la ritraeſſero piuttoſto che da Venezia, cioè per maggiore economia nella ſpeſa.

39. Che poi la Grana fin da que' tempi in Linguadoca, e in Provenza, che era il Regno Arelatenſe; ſomminiſtraſſe un copioſo prodotto al Commercio, l'abbiamo da un teſtimonio contemporaneo, che abbiam già citato altra volta, (Ved. n. 12.) *Gervaſio Tilleberienſe* dell'anno 1215. ſcrivendo della Grana, o Vermiculo, che dall' Elce ſpinoſa ſi raccoglieva nella parte marittima del Regno d' Arles, della qual Grana conoſceva i Vermetti, come abbiam già veduto; racconta la quantità del prodotto, che quegli Alberi ſomminiſtravano, e i varj prezzi che in ragion di ſoma, e di libbra ſe ne ritraevano: ed eſſere codeſto il Vermiculo, del cui colore, in Lana, ed in Seta, ma non già in Lino, ſi tingevano i preziosiſſimi panni dei Re; con qualche altra riflesſione per cui crediamo, che anche queſto ſuo tratto meriti di eſſere riportato qui per intiero (*a*). Deve eſſere preſſo a poco di quell'età la memoria di quel Co: *Guglielmo*, che ſpeſe Lire 13. di Parigi in 20. Aune di Scarlatto per li Capucci a' Canonici di S. Maurizio di Savoja (*b*); e queſto fatto con alcuni altri ſimili ſervirebbe alla Storia delle Manifatture di que' tempi, ſe poteſſe farſi un giuſto ragguaglio delle miſure, e delle valute di quelle età. Ma noi ci contenteremo de' documenti, che provano, che la Grana di Linguadoca era fin da quell'epoca un oggetto conſiderabile di commercio; *Grana Vermelli* ſi dice, nominata più volte in una Carta del 1268. fra le Schede del Pref. di Mazagues; e in eſſa ſi dice eziandio, che nel tempo della *Vermellata*, (cioè della raccolta del Kermes) la Curia d' Arles dichiara ogni anno con un Proclama, che chiunque coglie la Grana nel

detto

(*a*) *In Regno Arelat. & in confinio maritimo eſt arbor, cujus Sarcina pretium habet 12. nummorum Mergorienſium: ejus fructus in flore pretium 50. librarum, ejus cortex ad onus veſtis pretium habet 5. ſolidorum. Vermiculus hic eſt, quo tinguntur pretioſiſſimi Regum panni, ſive Serici ut Examiti, ſive Lanei ut Scarlatæ Et eſt mirandum, quod nulla veſtis linea colorem vermiculatum recipit, ſed ſola veſtis, quæ ex vivo animanteque, vel quovis animato decerpitur ,, de Ot. imper. deciſ. 3. c. 57. Ap. Murat. Diſſert. 25.*

(*b*) *Contuli . . . . 13. libras Paris . . . . 20 alnas Scarlata . . . . ad facienda Caputia, quæ prædicti Canonici . . . . geſtare rubea dinoſcantur.* ,, *Vid.* Du Cang. *V.* Scarlatum.

detto *Cravo*, poſſa venderla liberamente. *Du-Cang. Voc. Vermellum*, *Vermell'ata &c.* Non mancano documenti di quelle età di Abbati, Monaſteri, o Signori, che avevano il diritto del *Vermello*, della *Grana* ecc., ma uno dell'Anno 1379. c'inſegna, che pagando un denaro per libbra, era libero il venderla, dove piaceva (*a*).

40. Dovette andar proſperando nelle età ſuſſeguenti queſto prodotto in tutta la parte marittima della Linguadoca, e Provenza; poichè il *Pena*, e il *Lobelio* da noi già citati altra volta, dopo aver detto, che il Cocco ne' varj luoghi d'Italia che il producevano, non valea nè per copia, nè per bontà, ce ne deſcrivono la raccolta nelle pianure di Narbona, e di Frontignano, inſegnandoci, che ſi vendeva fino a venti ſoldi di Francia per libbra (*b*). Ma il *Quinquerano*, e il *Rondelet*, autori contemporanei, e alquanto anteriori alli due ſopraddetti, ci dicono qualche coſa di più preciſo; il *Rondelet*, che la grana ſi raccoglie in Linguadoca in copia aſſai grande (*c*); il *Quinquerano* vi aggiunge, che la Provenza riſente, a dir vero, un ricchiſſimo beneficio da quel prodotto, cioè della Grana, principalmente dalle campagne di Arles trarſene gran copia, e andarne fino in Iſpagna, che a' tempi antichi n' era sì ricca: in quell'Anno (1550.) le dette Campagne d' Arles averne dato il valore di undicimila Ducati d' oro (*d*).

(*a*) *Item habet jura granæ Vermelli, pro quo jure ſolvitur pro qualibet libra unus denarius, & ipſi homines portant vendere, ubi volunt.* „ *Id. loc. cit.* ". Nel Secolo decimoſeſto le coſe dovevano eſſere cambiate perchè il *Corti*, o *Curzio Simphoriano* nel ſuo rariſſimo libro intitolato: *Hortorum libri triginta Lugdun.* 1560. ci informa, che alla Raccolta del Vermiglione nella Gallia Narboneſe al ſuo tempo vi concorrevano in gran numero vicini, e lontani, v'intervenivano i *Legulei* per conſervare il buon ordine; e i Mercadanti andavano a comprarlo ſul luogo; e pare anzi che lo compraſſero da que' Legulei Lib. 26. C. 17.

(*b*) *Valet ſingula libra Cocci* 22. *interdum vicenis aſſibus gallicis*. Scrivevano del 1575., ed alla fine del Secolo.

(*c*) *Satis magna copia colligitur in Gallia noſtra Narbonenſi*, *vocaturque* Vermillon *a Gallis* graine d'Eſcarlate. „ *De Teſtac. lib.* 2. *c.* 4. 1554.

(*d*) *Certe Provincia noſtra uberrimum ejus fæturæ beneficium ſentit &c. . . . . Obſervatum eſt hoc anno* (1550.) *ex campo lapideo Arelatenſi agro hunc proventum undecim aureorum millibus æſtimatum* „ *De Laudib. Provinc.* " Il medeſimo *Quinquer.* ci dà un'altra notizia aſſai più importante e preciſa circa i prezzi, a cui ſi vendeva ivi la grana: cioè, che il fiore, o ſia i vermetti sgranellati, cioè uſciti dalla veſcichetta, o pallicula, che forma la grana; quel fiore dico, ſi vendeva a parte, e il ſuo prezzo era per ogni libbra *Aureus ſolatus*: la grana poi così sfiorata, cioè le Veſcichette con quel che vi reſtava di vermi, ſi vendeva la quarta parte dell'Aureo. Converrebbe ſapere a quante lire d'allora corriſpondeſſe quell'*Aureo ſolato*. (Id. ibid.)

41. Se queſta fu forſe l'epoca più ricca e più lucroſa per il Commercio della Grana di Linguadoca, le antecedenti erano ſtate più celebrate: non dirò già, ſe il luſſo, e le pompe in quelle Provincie ſiano ſtate nel Secolo decimoterzo e decimoquarto maggiori ivi, che altrove, o nelle età poſteriori: ma pur ſappiamo, che il color Cremiſi, il Vermiglio, o Scarlato vi ſi uſava in gran copia, e fino ne' funerali; e i Poeti principalmente non riſinivano di cantare il bel *Cramoſſy*, e il Velluto Vermiglio,

Freſc, & biu de ſes coulouretos
Coumo las roſos hermeilletos (*a*).

42. Le grandi Città dell'Italia avevano già in que' Secoli le loro Fabbriche di panni in Lana, ed in Seta di molte guiſe, come rilevaſi da gran numero di Documenti, e dal medeſimo *Muratori*, e ſi diſtinguevano fra le altre Firenze, Genova, Roma, Verona, Padova, Milano, ed erano fornite egualmente di Tintorie. E il guſto deciſo di quelle età pei colori fondamentali, e fra tutti gli altri pel roſſo, ci dee far credere, che infinito foſſe il conſumo di queſta Droga, non ſolo pei Cremeſi e Scarlatti, colori fin d'allora conſiderati come toni diverſi del roſſo (*b*), ma ancora pei Violati, e Morelli, con tutte le loro degradazioni, ne' quali entrava egualmente la Grana: e che in conſeguenza, anche in riguardo della vicinanza de' luoghi, grandiſſima copia doveſſe trarſene di Linguadoca, e Provenza. E ſe ſi conſidera che in que' tempi nacquero, o crebbero almeno, e ſi diffuſero per tutta l'Italia i Torneamenti, e le Gioſtre, e gli altri ſpettacoli pubblici, i ſolenni feſteggiamenti per nozze, o per altre ſtraordinarie occaſioni, ne' quali oltre agli altri corredamenti del luſſo, uſavano Signori, e Principi di regalare grandiſſimo numero di veſtimenti, dee rimanerne neceſſariamente ammirato, maſſime in tempi ſtimati altronde rozzi, e meſchini. La ſola Relazione conſervataci dal ſempre

---

(*a*) Una raccolta di ſimili teſtimonianze può riſcontrarſi preſſo il *Redi* nelle Annot. al ſuo Ditirambo; ed ivi pure il gran luſſo uſato in que' tempi non ſolo in Provenza, e nel reſto della Francia, ma anche in Firenze ne' funerali de' ricchi, e nobili per ogni genere di acconciamenti, e veſtiti in Panni, Velluti, Sciamiti di Scarlatto, e Vermiglio, ecc.

(*b*) Cioè non fatti, e denominati all'azzardo, ma con regole particolari determinati, e diſtinti nella pratica de' Tintori.

ch. *Muratori*, dell'*Ordine* e *Magnificenze*, che da Magiſtrati, e pubblici Rappreſentanti teneaſi in Roma ne' ſolenni ricevimenti di Ambaſciatori, e gran Principi, che vi capitaſſero nel tempo, che i Papi ſedevano in Avignone; per il gran numero non ſolo de' Signori, e de' Corpi, ma delle Comparſe, e Corteggio, diſtinti per varietà di Veſtimenti, e *Diviſe*, combinate a molti colori, in Lana, ed in Seta, ne' quali lo Scarlatto, e il Roſſo Vermiglio per lo più campeggiavano ſopra tutti, può darci una vaſta idea dell' eſtenſione di codeſte Manifatture, e del conſumo che dovea farviſi di queſta Droga *(a)*.

43. Può dirſi, che le Arti in que' tempi, e fino al Secolo decimoſeſto per riguardo all' Europa ſi trovavano riſtrette quaſi nella ſola Italia, nella quale ricrebbero di mano in mano, che nella Grecia piegarono alla totale rovina: e dal momento che quivi cominciarono a coltivarſi con maggiore attenzione, comparve in loro ſoccorſo anche la Stampa, e da qualche monumento, che eſſa ci ha preſervato anche ſopra l' arte tintoria, riconoſciamo la grande varietà delle tinte, e delle droghe che fin d' allora vi s' impiegavano.

44. Il Veneziano *Giovan Ventura Roſetti* verſo la metà del Secolo decimoſeſto pubblicò un Libro ſopra l' Arte Tintoria, che è un trattato pratico de' più accurati proceſſi dell' arte, da lui raccolti con molto ſtudio peregrinando nelle Città di Napoli, Roma, Genova, Firenze, ed altre d' Italia, dove queſt' arte era in più alta riputazione *(b)*: ed è mirabile il numero, e la varietà de' colori nella Scala de' roſſi principalmente, roſati, roſſi, ſcarlatti in grana, Cardi-

---

(*a*) I documenti di tutte le coſe afferite in queſto paragrafó poſſono vederſi raccolti nella Diſſertazione XXIX. del *Muratori*. Noi ne addurremo d' altronde due ſoli fatti per prova: nelle nozze di *Galeazzo Viſconti* con *Beatrice d' Eſte*, mille perſone furono regalate di veſtimenti. V. *Corio* Stor. di Mil. Part. 2. p. 367. ad Ann. 1300., e v' è chi ſcrive, che non mille, ma ſettemila furono le veſtimenta *pannorum bonorum* diſtribuite in quella occaſione. Così nelle feſte fatte da' Genoveſi per la vittoria contro Savona (1227.) *innumerabilia indumentorum paria a Poteſtate . . . : fuerunt . . . . laudabiliter erogata*. „ La detta Relazione dell'*Ordine e Magnificenza* ſi trova ivi pure. Diſſert. 29. p. 855.

(*b*) Ne daremo qui il titolo per eſteſo. „ Plictho de Larte de Tentori. che inſegna tenger Panni, Tele, Banbaſi, et Sede, si per Larte maggiore come per la comune ". In fine. „ Compoſto per *Gioanventura Roſetti* proviſionato nello Arſenà dello Illuſtriſſimo Senato Venitiano. In Venetia per Franceſco Rampazetto. 1540. (in piccolo 4to).

naleſchi, Vermigli, poi i compoſti violetti, Pavonazzi, Morelli, ne' quali entrava o in tutto, o in parte la Grana, ſia in lana, o in ſeta, o in ogni genere di pelli, di pelami, e di piume, trovandoſi bene ſpeſſo unito ad eſſa, o anche ſolo il Verzino, che era già in uſo ſin da quell' ora.

45. Io ho voluto citar qui queſto Libro, che eſſendo il primo, o certamente il migliore uſcito in Italia ſu tal materia ſin da tal tempo, può riguardarſi come il modello, o la baſe di tutti quelli, che ſono ſtati ſcritti dappoi in Europa, e ci ſomminiſtra molte notizie relative al noſtro argomento (*a*). Primieramente egli parla dell' arte tintoria non ſolo come già molto antica, e coltivata in Venezia, ma ancora come diffuſa, e molto perfezionata nelle più coſpicue Città dell' Italia, come Mantova, Milano, oltre alle già nominate qui ſopra, e quaſi in ognuna di eſſe ricorda i nomi de' Tintori in quel tempo più accreditati. E come egli fu il primo teſto, ſu cui i Franceſi nel principio di queſto Secolo ſtudiarono le vere regole di queſt' arte, che furono poi da loro medeſimi colla Chimica perfezionate ed eſteſe; così può dirſi, che quanto al ſoſtanziale de' metodi, e delle coſe pochiſſimo vi ſi è aggiunto ſinora: bensì alcuni generi più perfetti fra le materie tintorie, e fra i mordenti, poi un' eſattiſſima preciſione, e molto più lume, e ſicurezza di Teoría.

46. Quanto all' antichità dell' arte in Italia, e ſpecialmente in Venezia per tutta prova baſterà queſta ſola, che ſin dall' Anno 1429. trattandoſi di riformare la *Mariegola*, cioè Matricola della Scuola, o Compagnia de' Tintori, ſi trovò eſſere queſt' arte di una antichità immemorabile nella Repubb.; e furono motivo della riforma *molti Capitoli*, *ed*

(*a*) Queſto libro del *Plictho* fu poi tradotto in Franceſe, e ſtampato in Parigi l' Anno 1716. con approvazione e privilegio del Re, e gli fu dato il titolo di „ Suite du Teinturier parfait . . . . Ou l' art de teindre les Laines, Soyes ecc. . . . . comme il ſe pratique a Venis ecc. . . . traduit de l' Italien “. Il Traduttore nel ſuo Avvertimento ripete queſta dichiarazione che il Libro è Italiano, e nel dare il contenuto di tutta l' opera, loda molto il metodo del *Roſetti* per alluminare le Stoffe, cioè per dare i Mordenti, confeſſando eſſere un ottimo metodo per fiſſare i colori „ ceque nous n' avons point en France “ Mr. *Hellot* celebre trattatiſta di Tintoría ſi è vendicato di queſto Traduttore chiamandolo un ignorante, che non conoſceva nè i principj, nè i termini dell' Arte, e che ha fino copiato male i proceſſi buoni e cattivi ecc.

Ordini per eſſere antiqui reſi inutili e inoſſervati. Ved. Janon. T. 3. lett. 6.

47. Fra le coſe poi che impariamo da queſto Libro, noteremo queſte due ſole: la prima che la Cocciniglia non gli era nota. Fra tante ſpecie di Grana, che Egli diſtingue, la Cocciniglia non ſi vede mai nominata; ſegno che fino all' anno 1540. ella non era ancora comparſa in Europa, o almeno in Venezia, o che almeno non era ancora in commercio, benchè il Meſſico foſſe ſtato già conquiſtato fin dall' Anno 1521. (a). La ſeconda, che al ſuo tempo erano note e in commercio quaſi tutte le ſpecie del Cocco Antico; e ne veniva d' altri Paeſi non ricordati dagli Scrittori di queſta Droga. Nel ſuo Capitolo, che potiamo dir terzo, intitolato *della Grana, over Kermes*, volendo annoverare le varie ſpecie di Grana ſecondo il grado della bontà, nomina prima *la grana de Armenia, poi la ſeconda è de Aſia, overo Barbareſca di più Provincie, la terza è la Spagnola*: e ſembra poi che ne voglia diſtinguere le ſpecie, dicendo la prima eſſere rotonda *come la Lenticula*; (peggio è che le chiama *frutto de alcune ſermente.... come è il brazzo umano*) ma la Spagnuola dice naſcere *ſu' rami molto ſutili*, e la migliore eſſer quella raccolta di terra, cioè caduta ſpontaneamente, che *il Collegio de' Medici adimandano galates; e la ſecunda de Soria e Andabsì di Armenia, e dapoi queſta e quella di Soria, e di Licinia, e la Dredana, e quella che viene de Spagna:* e queſta ripete eſſere raccolta in arbori più piccoli; e dice che chi la coglie, la meſchia con foglie della ſua pianta, *le quali foglie* (per non eſſere forſe egli ſolo ad ignorare i Vermiculi, ſoggiunge) *genera alcuni Vermi, overo Lumaghe*. In tutto il qual tratto non ci ſarà maraviglia, che non abbia nominata la Provenzale, avendo traſcurata egualmente l' Africana, la Greca, ecc.

(a) Lo Spagnuolo *Lacuna*, che ſcriſſe dopo il 1550. fu uno de' primi, che ſcriſſero ſopra la Cocciniglia, poi gli altri Spagnuoli che vennero in ſeguito: ma *Gio: Bauhino*, che viſſe fin verſo il 1615. non conobbe la Cocciniglia ſe non per quanto ne aveva detto il *Lacuna*: e i redattori della ſua opera grande *Hiſtoria Plantar. Univerſ.*, ſtampata nel 1651. non vi hanno aggiunto nulla di più; tanto è vero, che la Cocciniglia dovette tardar molto a divulgarſi in Europa. Vedremo tuttavia in qualche luogo, che ella ſi dilatò prima che altrove in Italia, e cominciò a comparirvi poco dopo il tempo del *Plictho*, e vi produſſe notabili cambiamenti.

48. Bensì nel corpo dell'opera, e dove tratta del tingere in Seta, ricorda molte e diverſe ſpecie di Grana, diſtinguendola ſecondo i gradi delle reſpettive bontà, per rapporto al fornir molto e più perfetto colore: le principali e più frequentate da lui ſi vedono eſſere la Grana di Corinto, Grana di Levante, Grana di Barbaría, poi Grana di Ponente, Spagnuola, Valenzana, Provenzale, item della Marca, Schiava, Raguſea, *e d'altri luoghi*, e in ultimo Grana da *Cimera*, che io non ſaprei dir coſa ſia. Così ci dà Egli ancora le quantità, che di ciaſcuna di queſte grane ſi eſigono per aver buono e perfetto colore; determinandole una per una; d'onde riſulta, che fra quelle di Levante, e le Spagnuole che tengono li due eſtremi, eſſendo l'ottima quella di Levante, la Provenzale ſembra tenere il luogo medio di qualità, cedendo però di un grado a quella di Valenza, e pur di un grado vincendo quella di Barbaría. Al contrario parlando del *Cremeſino*, che ſembra eſſere un impaſto di grana, corriſpondente a quello, che i Franceſi chiamano Paſtel, e del quale ſembra ch'egli ſi ſerva per preferenza nelle tinte fine di ſeta, è notabile che quel di Ponente, e della Marca ſono antepoſti, non ſolo al Raguſeo, ma fino a quel di Levante, ridotto all'ultimo luogo.

49. Le quali differenze di bontà e di ſtima fra le grane, che in que'ſecoli ſi commerciavano, le ho volute qui riferire, parendomi che aggiungano qualche peſo a quella mia congettura, che quella grana che commerciavaſi fra Lucca, Modena, Bologna, e Ferrara, non ſolo veniſſe di Piſa, ma foſſe probabilmente di Provenza piuttoſto che qualunque altra: parendomi che quella ſola e non qualunque altra poteſſe determinare le ſpeculazioni economiche di queſti noſtri mercadanti mediterranei al mercato di Piſa, anzi che a quel di Venezia; perchè trovataſi codeſta Grana di Linguadoca, e di Provenza di bontà media, come grana, e di prima come Cremeſino, cioè Paſtello fra tutte quelle, che erano allora in maggior corſo, dovevano rivolgerſi ivi ſenza eſitanza, ſia per averla di prima mano, ſia quel che importa vie maggiormente, per averla molto più freſca.

50. Io ho un'altra Oſſervazione da preſentare a V. E. da queſto Plictho, che le parrà forſe inaſpettata e curioſa.

Abbiamo già oſſervato, che queſto Autore non nomina la Cocciniglia, la qual di probabile ſino a quel tempo non era ancora entrata in commercio: così è notabile, che conoſcendo egli sì eſteſamente, e preſcrivendo, ed uſando in tanti modi la Grana, anzi pur tante Grane, e tutte le grane che ſi affollavano ſu i mercati, la ſola Grana Braſile, che abbiamo trovata sì ſpeſſo ne' ſecoli antecedenti, non ſi trova pur una volta da lui nominata. Al contrario egli conoſcea molto bene il Legno Verzino, e lo nomina, e lo adopera ſpeſſiſſimo, e talvolta anche unito alla Grana, in tutti i colori roſſi, e in quelli che ne dipendono. Ora col Verzino egli conobbe anche il Braſile, che ſi trova da lui chiamato *Braſil*, *Braſilio*, *Braxilio*: ma quel che neſſuno ſi aſpetterebbe, quel ſuo Braſilio non è altrimenti il Legno Braſil Verzino, egli è un'altra coſa, che non è nè Verzino, nè Legno. Non è Verzino, perchè non ſono mai nominati promiſcuamente, come de' Sinonimi ſi uſa, nè nemmeno nelle medeſime compoſizioni, ma ſeparatamente, e in diverſe compoſizioni e colori, ciaſcun da ſe ſolo. Non ſembra poi nemmen Legno, perchè laddove preparando il Verzino egli ordina „ *chel ſia tagliato menuto come ſi ſolita* “ e altrove „ *Vergino*, *e raſpalo con una Raſpa* “ al contrario per il Braſilio ſi contenta che ſia *peſto* „ *Braxilio peſto ſottile* “ : anzi non è legno ſicuramente, perchè altrove lo chiama „ *Braſilio da Tentori*; *cioè del fiore*; *quando che è de quello*, *mettine un poco*, ecc. “ (come ſe ve ne foſſe di più qualità, o gradi): e altrove finalmente „ *Braſilio de Tentori*, *cioè fior de guado* “ (*a*). E per levare affatto ogni dubbio ripeteremo, che del Verzino ei ſi ſerve a fare Scarlatti, pavonazzi, e qualunque altro roſſo: ma del Braſilio, eccetto il caſo di farne *Ace*, *over filo*, *o tela in roſſo*, nel qual caſo il Braſil bolle *con Lume de Rocca*, cioè con allume; in tutti gli altri il Braſil ſerve principalmente pe' Verdi, e ſopra tutto *a far Verde ſopra giallo*, che è la ſua fraſe.

(*a*) Altra prova che il Braſilio di queſto Autore non ſia, nè Verzino, nè legno mi ſembra queſta, che dove tratta del tingere le pelli, *torrai*, dice, *tanto braſilio che baſti*, *e daglilo con il penello*: operazione che non ſi può far col Verzinu ſenza una previa preparazione.

51. Dalle quali conſiderazioni riſulta, s' io non m' inganno, che il nome Braſil, Braxile, o Braxilio, con cui noi ora intendiamo l' Americano Legno Verzino, qualunque ne ſia la provenienza, e l' origine, ne' tempi andati non è mai ſtato in Europa aggiunto, o nome di un Legno roſſo: bensì dal ſecolo duodecimo al decimoquarto ſi trova aggiunto al nome di Grana, che è roſſa, ma non è legno; alla metà del Secolo decimoſeſto ſi trova nome del ſiore, o fecula, o ſucco, o eſtratto, o impaſto qualunque del Guado, che non è nè legno, nè roſſo, e ſerviva anzi principalmente pe' verdi. Se dopo quel tempo lo troviam dato al Legno roſſo di America, altrimenti detto Verzino, e al paeſe che lo produce, potrà ben eſſere, che ciò ſia avvenuto perchè gli Europei portandol ſeco nel nuovo Mondo, gli ne abbiano per qualunque azzardo, o ragione attribuito: ma l' eſiſtenza di queſto nome per quanto antica in Europa, non formerà per ſe una prova, che l' America aveſſe in tempi anteriori comunicato col vecchio mondo; come nemmeno il paſſaggio ſuppoſto di queſto nome dall' Europa all' America non prova la preeſiſtenza quaſsù di quella pianta medeſima, che intendiam ora col nome di Legno Braſil del Braſile.

52. Per finire di ſtabilire, ſe è poſſibile, l' opinione ſopra queſto particolare, vi aggiungeremo ancora una rifleſſione. Abbiam veduto nel teſto del *Bellonio* riportato qui ſopra (V. la Nota anneſſa al n. 11.), ſiccome in Creta ſi uſava di ſcernere col Cribro la grana in due ſorte; cioè nel pulviſculo roſſo compoſto de' Vermicciuoli, che poi chiamavano fior di Grana, e nelle Veſciche che ne rimanevano vuote. Del fiore, pigiando leggermente inſieme colle dita que' granellini, e leggermente ſchiacciando que' Vermicciuoli, perchè non naſceſſero, ne formavano delle pallottole, o globi della grandezza in circa di un uovo; il *Bellonio* la chiama polpa, cioè il fiore, o ſucco del color pretto, e dice che valeva il quadruplo dell' altra ſorta, cioè delle veſciche, o bucce sfruttate.

Da un altro paſſo del *Quinquerano* abbiamo veduto l' iſteſſo metodo praticato egualmente in Provenza, e anche ivi il fiore venderſi il quadruplo delle Veſciche (Ved. la N. al n. 40.). Egli è quaſi coſtante, che in fatto d' arti, e di ſpeculazioni

ſpeculazioni economiche gli uomini in tutte le età, e in tutti i climi dalle medeſime oſſervazioni, in circoſtanze eguali, ſon ſempre giunti alle medeſime concluſioni ed induſtrie. Così in Candia, e in Provenza, e forſe per tutto altrove, l'iſteſſo metodo nel raccogliere la Grana, l'iſteſſa pratica nel prepararla, l'iſteſſo zelo, ivi del *Queſtore*, che sarà l'Eſattore, o Finanziere, là de' Legulej deputati dal Magiſtrato, per mantener la quiete e il buon ordine, tirare a ſe la Grana raccolta, e dice il *Bauhino*, rivenderla a Mercadanti, cioè lucrare ſu quell'induſtria pel maggior bene di quella gente.

53. La Grana dunque anche prima di venire al Mercato trovavaſi aſſortita in due qualità, Vermetti in paſta, e Veſciche, fiore, e Membrane, cioè Cuſculio, o Scolecio, o Quiſquiglie; cioè con quella differenza che ſi è ſempre trovata ſotto diverſe denominazioni, e vocaboli nella Grana di Linguadoca, e Provenza, e che trovaſi attualmente nella Cocciniglia del Meſſico, diviſa ancora per ſue particolari ragioni in un maggior numero di qualità e differenze. Veniamo ora al Plictho, e vediamo ſe queſte ſpeculazioni mercimoniali abbiano veruna influenza nella manipolazione degli Artefici.

54. Abbiamo già detto, che il Plictho diſtingue le qualità della Grana ſecondo i luoghi che la producono (V. n. 47. 48.); ma ſiamo coſtretti di dire ancora, che ei la diſtingue ſecondo le qualità e le forme, in cui il commercio la rappreſenta. Quindi è, che volendo dare una norma delle *bontà* della Grana ſecondo i varj paeſi, la divide in due Claſſi, cioè la prima col titolo di Grana di Levante, di Ponente, di Corinto, di Barbaría ecc.; la ſeconda col titolo di Cremeſino, Cremeſino di Levante, di Ponente ecc., colla qual diſtinzione s'intende chiaro, che per Grana egl'intende il Miſcuglio più groſſolano della Grana intera e sfiorata, cioè delle Veſciche più o meno vuotate del Vermiglio, e de' Vermi, e per il Cremeſino intende il fiore, o la Polpa ridotta in pallottole, o in Paſta, ſecondo la conſuetudine de' Paeſi. Può eſſere che alcuni la conſervaſſero forſe anche in polvere più o meno groſſa, come ſembra che foſſe quella, che di Polonia, al dir del *Cornaro*, paſſava in Germania a Franc-

fort (Ved. N. 32. not. 28.), ma però libera dalle Membrane, e come riſulta dal Plictho ſteſſo, in cui ſi vede il Cremeſino d'ogni paeſe diſtinto anch'eſſo di nuovo in due Claſſi, cioè Cremeſino di Levante, e Cremeſino groſſo di Levante, e così pure di tutti gli altri.

55. Che poi una tale diſtinzione non ſia nell'arte di puro luſſo, e precaria, appariſce, e dalla coſa in ſe ſteſſa, e molto più dalla diverſa preparazione, e dall'uſo ch'egli ne fa. Abbiam già notato, che il Cremeſino in generale è più forte, e più nobile di colore che la grana ſua reſpettiva, e può eſſer colpa della prima ſeparazione, che un Cremeſino ſia più o meno ricco in confronto della ſua propria Grana, o di un'altra. Or quanto all'uſo egli è certo, che della Grana ei ſe ne ſerve promiſcuamente, ma ne' colori più fini, e nelle opere più delicate, pare che il Cremeſino abbia ſempre la preferenza. La preparazione poi ſembra decidere affatto della differenza, che paſſa fra l'una e l'altro; la Grana ſi peſta, e *ſi fa che la ſia ben maſenada*, e quindi ſi bolle; *ma lo Cremeſino vuol eſſere ſmogliato, e vuol ſtare a moglia ſecondo la ſtagion, e maſſime la inſtade che ſi lavora, fa chel ſia ben mogliato ſopra tutto, e chel ſia ben maſenato ſimilmente d'avantaggio* ecc.

Altre fraſi da lui uſate altre volte farebbero penſare, che il Cremeſino foſſe un compoſto del detto fiore della grana, e di qualche terra impaſtatavi per conſervarlo, o aggiuntavi nell'atto per affinarlo, perchè dopo la macinatura, e una lavatura, con cui ſi vuole che paſſi *per una pezza* affine di defecarlo, ſi dee di nuovo peſtare in un Mortajo di marmo *sì chel ſia disfatto*: e allora *piglia dicta paſta di Cremeſino* ecc., e ſimilmente, *fa di terra lire vinti di paſta di Cremeſino, overo altrettanto, ſecondo che foſſe creſciuto, et abbi una ſtrazza, e cola ditta paſta di Cremeſino* ecc. (*a*). Le

---

(*a*) Queſta operazione entra in uno de' ſuoi metodi per tingere ſeta in perfetto Cremeſino. Ve n'ha pure un altro intitolato *a tenger Seda in color Cremeſino perfetto*, che dice eſſere di Maeſtro *Mathio Diodato* da Venezia, nel qual vi ſono due coſe notabili; la prima che in queſto vi entra l'*Endego* in ragione di mezz'oncia per ogni libbra di ſeta; ond'è che queſto Cremeſino doveva avere un lampo più ſcuro, o forſe erano tutti a tal atto entrandovi il *poppo*, che io non ſo coſa ſia; l'altra è un Canone, che Egli dà, che da quattro a ſei libbre al più di Cremeſino ſi quali operazioni benchè forſe non poſſano eſſere ben inteſe, che da quei del meſtiere, ci dimoſtrano però tuttavia la differenza fra la ſemplice Grana, e il Cremeſino; che è appunto quello che c'importava di dimoſtrare.

56. Dal fin qui detto parrebbe ne conſeguiſſe, che ſiccome il Braſilio in mano dell'Arteſice ſi è trovato non eſſere nè Legno Verzino, nè color roſſo, ma un ſucco, o ſecula, o compoſto qualunque di Guado, cioè dell'Iſatide, o Glaſto, che ſin da que'tempi era copioſa nella baſſa Romagna: così potrebb'eſſere, che anche il Cremeſino preſſo i medeſimi Artiſti non foſſe ſtato altro che una diverſa preparazione della Grana, cioè il fiore, o polpa della grana medeſima ſeparato dalle membrane, che contengono i Vermicciuoli: parendo, che i varj toni del color roſſo, cioè il Vermiglio infocato, e i roſſi più cupi dipendeſſero dalle compoſizioni, e dai metodi più che dalla ſola materia *(a)*. Alla quale diſtinzione ſe aveſſero badato i Comentatori di Meſue, e gli altri Arabiſti, ed egualmente i Naturaliſti, e Botanici loro riprenſori, e fra tutti il *Mattioli*, il *Dalechampio*, il *Baubino*, avrebbero riſparmiate reciprocamente a ſe ſteſſi, ed al pubblico le tante inutili, e recadioſe leggende, quante pur troppo ce ne hanno laſciate ſul Kermes di Serapione, ſul grano Kermes de'Tintori, che voglion eſſere l'iſteſſo, che il Cremeſino, mettendo a conflitto i Greci cogli Arabi, li Scrittori co'Mercadanti, i Tintori cogli Speziali.

57. Se foſſe poſſibile di rintracciar la vera epoca, in cui il Glaſto, o Iſatide, o Guado ricominciò in Linguadoca, e Provenza ad eſſere un oggetto di economica ſpeculazione, e di commercio, la qual'epoca potrebbe forſe coincidere con quella dell'iniziale decadimento della grana tintoria, ritro-

---

fa buon colore. Ma *vuole eſſere Cremeſino menuto, et Todeſco, e farà perfetto colore.* Foſſe mai quel Cremeſino Polacco, che vedemmo andare a Francfort? V. N. 32. Not. 28., e N. 60. N. 48., di cremeſino Todeſco io non ne ho incontrata altra ſpecie.

(a) Li toni de'colori aſtrattivamente dipendono ſenz'alcun dubbio dalla perfezione e ſquiſitezza della materia colorante, come profeſſano tutti i Maeſtri dell'Arte; ma ſiccome le materie prime prendono un tono diverſo ſecondo il metodo, con cui ſi preparano, come ſi vede nella Grana, e nella Cocciniglia, e fino nel Cinabro, il cui tono cupo o acutiſſimo dipende dalla maggiore o minore raffinatura della Macinazione; così effettivamente, ed in pratica diventa vero quello, che qui ſi aſſeriſce, che l'effetto ultimo dipende dal metodo, e molto più dalle diverſe compoſizioni e ingredienti che vi ſi aggiungono.

verebbeſi forſe ancora negli Scrittoj mercantili il momento della trasfigurazione de' vocaboli, che non avvertita dai rari Scrittori di quelle età, è ſtata la cagion vera delle incertezze, in cui tuttavia ci avvolgiamo (*a*); ſeppure non vorremo eſſere del numero di coloro, che deſcrivendoci con minuzioſi dettagli le forme, e gli arbitrarj caratteri dei naturali prodotti, ne trapaſſano con aria diſprezzatrice tutte le vicende, e la ſtoria; come ſe l' eſperienza de' ſecoli trapaſſati non foſſe degna de' noſtri ſguardi, e le vicende della cultura, e delle arti non foſſer parte della tanto vantata filoſofia, nè apparteneſſero alla Storia dei varj ondeggiamenti dello ſpirito umano.

58. Vedrebbeſi forſe, che quella ineſplicabile forza per cui le opinioni, le coſtumanze, i guſti, e i linguaggi per gradi impercettibili perpetuamente declinando ſi mutano, avendo fatto che la parola *Braſil* (comunque nata e introdotta) dal ſecolo duodecimo al decimoquarto ſerviſſe ne' Mercati, e nelle Officine ad eſprimere l' impaſto del fior della grana, per diſtinguerlo dalle grane in membrana, o veſcica, cominciò quindi a cambiarne l' uſo, e il valore; e furono forſe i progreſſi dell' arte tintoria non meno, che quei delle Lettere, che motivarono un tal cambiamento. Tentati di mano in mano, e felicemente introdotti nuovi metodi di tintura, nuove combinazioni nella degradazione, e varietà de' colori, andò creſcendo anche il numero delle materie tintorie, e biſognò aver nomi nuovi per diſtinguer con preciſione, e le materie, e i lavori. Gli Artefici avranno o riflettuto da ſe, o imparato dagli eruditi, che il nome di Kermes, e Creme-

---

(*a*) Antichiſſimo è l' uſo del Glaſto, ora Guado, per tingere le lane in ceruleo cupo, i Galli ne faceano grand' uſo, e *Ceſare* trovò che i Britanni ſe ne macchiavano in guerra; *Plinio* vi aggiunge, che le lor Donne ſe ne tingevano tutto il corpo, e in alcune feſte anche nude, per imitare gli Etiopi: ne' ſecoli oſcuri non ſe ne trova menzione alcuna, ma nel ſecolo decimoſeſto ſe ne trova la coltura nella Spagna, ove chiamavaſi Paſtel, nella Provincia Brettagna ſotto il nome di Vouede, nella Provenza, ove le Paſtiglie o Glebe del Guado già preparato adottarono il nome di Paſtel come quelle della Grana: In Italia ſi chiamò ſempre Guado, o Gualdo, come vedremo nella Nota ſeguente. Può eſſere che la gran copia del Guado pregiudicaſſe alquanto alla Grana; ma il vero decadimento di queſta deveſi principalmente all' introduzione della Cocciniglia, che andò creſcendo di mano in mano; come quello del Guado seguì all' introduzione dell' Endaco, color più copioſo, e più ſplendido, che trovaſi già nominato anche nel *Plictho*.

ſino era più adatto ad eſprimere, o una parte della materia, o uno de' roſſi che cavanſi dalla Grana, e quindi al fior della Grana avranno abituato col tempo invece del vecchio, e inſignificante *Braſil*, il Kermes, e Cremeſino, che facilmente divenne promiſcuo fra la materia tingente, e la tinta, come vediamo verificato nel Plictho. Se l' arte intanto eraſi arricchita di un nuovo genere, ſe il Guado, o Glaſto creſcendo già nella Marca, nella Romagna (*a*), nella Provenza, ſi era già affacciato ai mercati, ed era entrato nelle Officine, ſe il nome di *Paſtel* datogli dagli Spagnuoli, e adottato dai Franceſi non piacque forſe a tutti i Mercadanti, o Tintori, ſe la ſua forma era tuttavia di una paſta, o di una ſoſtanza preciſamente manipolata, e impaſtata a ſomiglianza appunto delle pallottole, o paſtiglie del Cremeſino; qual meraviglia che gli Artefici traſferiſſero a queſta paſta il nome tolto a quella di Grana, e mutaſſero in Braſilio la nuova paſta del Guado, come il vecchio Braſilio del fior di Grana era ſtato mutato nel Cremeſino?

59. Ma io mi abuſo ſoverchiamente della di lei ſofferenza. La rarità del Plictho, Libro claſſico nel ſuo genere, primo Maeſtro dell' Arte tintoria Italiana, e Franceſe, le importanti e nuove notizie in eſſo ſcoperte ſulle varie ſignificazioni della parola Braſile, mi hanno ſedotto a ripigliare in queſto luogo, cioè fuor di luogo, la diſcuſſione di queſta ricerca, dall' iſteſſo ch. *Muratori* riputata curioſa e intereſſante. Intereſſanti ſono ſempre le vicende delle coſe tutte, che ſervono all' Uomo, al quale tutte ſi riferiſcono, e ne dipendono direttamente. Curioſa è queſta di un Vocabolo eſotico, eſtraneo all' Europa, e a tutte le lingue note; predeſtinato con tutto ciò all' Arte tintoria e ai colori: che in Europa ſervì prima alla Grana, indi al Guado; portato in America, divenuta teatro delle Conquiſte, vi conquiſtò un ampio

---

(*a*) ,, Guado (dice il *Plictho*) ſi fa d' un' erba, che naſce in Romagna, e nomaſi Erba Gualda " di queſt' erba ſe ne ſervivano in maſſa per fare la Tina, che è il bagno madre, o matrice di tutte le tinte; Ma quel che chiamavano Braſilio, era, come è ivi ſpiegato, il fior de Guado, cioè il Paſtello. Coltivavaſi copioſamente non ſolo in Romagna, ma ancora nella Marca, e trovaſi ancora nell' una, e nell' altra di dette Provincie una Terra col nome di Gualdo, derivato dalla coltivazione del Guado.

Regno ancor egli, e una pianta ricchiſſima di colore. Salito a tanta celebrità e fortuna, le ſue vicende però non ceſſarono di eſſere per l'Iſtoria un Miſtero. Regnava egli già nell'America, ma non aveva però abbandonata l'Europa; nell' Officina del Plictho il fior di Guado chiamavaſi ancora *Braxilio*; e quello che è anche più ſtrano, il legno Roſſo Americano, che venia dal Regno Braſile, nell'iſteſſa Officina, che è quanto dir nel Commercio, chiamavaſi Vergino, e Verzino, non mai Braſil, nè Braſilio. Tanto è lontano, che il legno Braſil dell'America debba il ſuo nome ad un Legno Braſil dell' Europa, che fino al 1540., cioè quarant' anni dopo quella Conquiſta, per Braſile in Italia intendevaſi il Guado; e il Legno Roſſo, che ci venia dal Braſile, portava ſeco il nome *Verzino*; nome probabilmente italiano piuttoſto che portogheſe; e Dio ſa mai di quale ſignificato ed origine! Ma tutto queſto potrebbe far ſoſpettare, che il nome Braſil in America dato da prima al paeſe, non ſi foſſe ſe non molto tardi comunicato al ſuo Legno Tintorio, cioè per la ragion del Commercio, come vediamo de' Nanchini, delle Batavie, che ritengono i nomi delle lor patrie: Il che però quanto al Braſile, ſarebbe al contrario di ciò che eraſi creduto comunemente. Peggio è per la gloria di queſto legno così famoſo, che i noſtri grandi Botanici non l'hanno ancora ſtimato degno di eſſere ammeſſo nelle loro Claſſi; il Legno Braſile nella moderna botanica è non ancora claſſificato. *Braſilium J. B. Cæſalpinia? (ſignum dubitantis) Arbor Braſilia dicta. Linn. Gen. plant.*

60. Del rimanente fra le coſe baſtantemente provate parrebbe poterſi tenere almen queſta, che il Cocco baſico, Vermiculo, Kermes, or Grana da tingere, di tutte le droghe nobili di antichiſſima Data per le tinture, ſia fra le prime; antica almeno quanto le porpore: e ſe deve eſſere ſtato più facile di accorgerſi di codeſte bacche ſu gli arboſcelli, che non di quelle chiocciole nel mare, potrebbe credersi la ſua tinta più antica ancor delle Porpore: nella Scrittura ſi trovano contemporanee, per lo più anzi accoppiate, Porpora, Biſſo, Giacinto, e Vermiculo. Col tempo il Cocco divenne Blatta, poi Kermes, ed era confuſo già colle porpore, o ad eſſe piuttoſto ſoſtituito, quando fra' Mercadanti, e

Tintori cominciò ad eſſere *Grana Braſil*, *Vermillon*, Cremeſino, con tutte le altre vicende, che ne abbiam già toccate, e fu ſotto quel nome ſtrano di Grana de Braxile, che V. E. la vide mercatantando fra Bologna, e Ferrara: Da lungo tempo la Scuola Arabica lo aveva inſinuato nelle officine de' Farmaciſti, de' profumieri, de' Seplaſiarj, quando la Cocciniglia, ſpecie ancor eſſa di quella razza, o genere almeno della famiglia, ma di un ſangue più delicato, di un color più ricco e vivace, venuta fin dall' America ritraſſe a ſe l'ammirazione, il concorſo degli Artefici, de' compratori; fu accolta nelle officine, e trionfa ormai ſola per tutta quaſi l'Europa, non ſolo nelle tinture, ma buona parte in tutti gli altri uſi, che appartenevano ab antico alla Grana (*a*). La

---

(*a*) La ſcoperta della Cocciniglia nel Meſſico non ſaprei dire di quanto foſſe poſteriore a quella del Meſſico ſteſſo, fiſſata all' Anno 1511. Quanto alla ſua venuta in Europa abbiamo citato il *Lacuna* (n. 47.) che fu de' primi a ſcriverne; e ſe ſi deve riferire alla Cocciniglia un' eſpreſſione del *Mattioli*, converrà credere, che poco dopo la metà del Secolo decimoſeſto la Cocciniglia ſi trovaſſe già molto diffuſa nel Commercio, e nelle Arti d' Italia „ portaſi adeſſo (dice egli lib. 4. c. 50.) una ſorte di Cremeſino nuovo dall' Indie Occidentali per via di Spagna, la qual per eſſer già fatta copioſa in Italia, ha fatto di gran lunga calar di prezzo i panni di Seta di tal colore ". Un Cremeſino, che veniva a quell' età dall' America *per via di Spagna*, non può eſſere che Cocciniglia. Il qual fatto eſſendo pur vero ci da occaſione di maravigliarci due volte, la prima che il *Mattioli* avendo veduto la Grana in Boemia, dove non vi è, e non vedutala in Toſcana, dove pur n'era, riferiſca per Cremeſino la Cocciniglia, che ci venia dall' America, ſenza forſe neppur vederla: l' altra, che i Botanici Oltramontani così rigidi riprenſori di queſti nei del *Mattioli*, non aveſſero per tutto il Secolo XVI. avuta notizia di tanta copia di Cocciniglia, che avea già nell' Italia ribaſſati i prezzi alle tinte di Seta. Che che ne ſia del *Mattioli*, e degli altri, trovo che anche *Cardano* ci racconta l' iſteſſa coſa: *Advehuntur ad nos nunc animalia pro purpureo colore ſerici conficiendo, ſimilia Cimicibus, a quibus ſublata ſunt capita, unde precium ſerico rubenti imminutum ferme ad dimidium*: e dopo altre coſe ſopra il roſſo della Pimpinella ſoggiunge: *quatuor libræ ex hac materia* (cioè di quel roſſo di Pimpinella) *in ſingulas ſerici libras exiguntur: ex Indica vix ſelibra, quod pura ſit & ſicca: atque ideo* minus tenax hic color, minusque vividus. *Cardan. de ſubtilit. Lib. 9.* Ved. qui ſopra n. 31. N. 28. n. 55. Not. 44. Dalle ultime parole di queſto teſto biſogna inferirne, che quella Cocciniglia foſſe male preparata in America nel raccoglierla, o che qui i noſtri non ſapeſſero ancora l' arte di trarne bene il colore. Ma ne riſſulta però ad ogni modo, che la Cocciniglia (giacchè nemmen queſto teſto non ſi ſaprebbe riferire a neſſun' altra droga, e *Indica* in queſto luogo non vuol dire che Americana), era già accreditata in Italia prima dell' Anno 1560., nel qual anno fu ſtampata la prima volta queſt' opera del *Cardano*; e che fu introdotta nell' intervallo dei venti anni che corſero fra la Stampa del *Plictho*, e dell' Op. del *Cardano*. Sarebbe coſa lunga, e troppo fuori del noſtro propoſito il rintracciare le vicende della Cocciniglia del Meſſico in tutto il corſo del Secolo decimoſettimo; perciò accenneremo ſoltanto lo ſtato, in cui trovavaſi il ſuo commercio dopo la terza parte del Secolo preſente. Dicono eſſerſi calcolato nel 1736., che 880000. Libbre franceſi di peſo di Cocciniglia entravano ogni anno in Europa dal Meſſico, e che queſto Commercio ſi valutava a quindici millioni di lire parimenti di Francia: biſo-

Grana preſſo che abbandonata, ſi ricovrò a pochi vaſi degli Speziali, e a pochi Manipolatori dell'Unguentaria, e della Coſmetica. E già gli Alchermes, le Giacintine, nomi al preſente quaſi più celebri per l'antichità che per l'uſo, le eſſenze, le Tinture, i Giulebbi, ſia di Cocciniglia, o di Kermes, accreditati alquanto più per la grazia, che per merito di valore; così pur le Lacche pei Dipintori, i Carmini, o Roſſetti, ſon tutti oggetti eſtranei egualmente al preſente argomento: e di queſti ultimi in quanto ajutano, o mentiſcono la bellezza, abbiamo dovuto in altra occaſione dirne pur qualche coſa *(a)*.

61. Così non forse aveſſi io traſceſo anche in queſto, e parlato forſe aſſai troppo ſopra la Grana, di cui Ella non mi cercò che un ſol fatto, o accidente della ſua Storia! Che ardirei forſe di aggiungerle qualche altra mia congettura ſul propoſito di quelle membrane porporiformi, delle quali mi diſſe Ella trovarſene alcuni eſempj attualmente ſuperſtiti in qualche Archivio in Bologna; all'occaſione delle ricerche ſtatemi fatte ſopra il celebre Codice Auripurpureo della Biblioteca Elettorale di Monaco per determinare l'età, e la natura di quel colore, ſuppoſto generalmente di Porpora; perchè avendone finalmente potuto avere un ſegmento, e tentatolo con tutti gli agenti chimici, mi è ſembrato di potere determinare, che quella tinta non ſolo non ſia fatta del ſucco Porpora, ma che molto probabilmente ſi debba credere fatta di Grana. (Eſperimenti ſopra la Tinta di una Membrana porporiforme).

62. E veramente furono in uſo codeſte Pergamene, e Membrane,

---

gna aggiungere, che un'altra notabile quantità ſe ne racccoglie al Perù (*Ulloa* l. cit.). Queſte ſomme nei cinquanta e più anni che ſono decorſi dopo quell'epoca ſaranno forſe ſmiſuratamente creſciute. Chi voleſſe però fare un ragguaglio del conſumo preſente di queſta Droga col prodotto, che dava la vecchia Grana di Linguadoca alla metà del Secolo decimoſeſto (V. n. 40.) dovrebbe riflettere, che la Grana di Linguadoca non era forſe la decima parte del conſumo che allora ſe ne faceva, avuto riguardo alle tante piazze, e Provincie che ne mandavano; conſiderando poi l'accreſcimento del luſſo, e in conſeguenza delle manifatture, e delle arti, e l'immenſa conſumazione che ora ſi fa della Seta in paragon di que' tempi, intenderebbe la ragione della grande ampliazione di tal commercio, con tutto che inoltre la Cocciniglia ſia ancora di tanto più ricca nella produzion del colore.

(a) In una Memoria intitolata „ Del Purpuriſſo, e de' ſei colori detti prezioſi preſſo gli Antichi “.

Membrane, e forſe anche altre materie tinte in Porpora vera fino da' tempi non tanto baſſi, poi più, e più ne' più baſſi, come mi ſembra di avere dimoſtrato in quella occaſione con valevoli documenti. (*Del Codice Auripurpureo ecc. ecc.*). Ma tolta poi la poſſibilità delle Porpore, e durandone tuttavia il deſiderio, pare ſi continuaſſe anche ne' tempi infimi e barbari ad imitare ſomiglianti tinture porporiformi, alle quali ſembra niſſuna coſa poteſſe eſſere sì atta, quanto la Grana. (*Id. ibid.*). E ce ne reſtano in fatti le prove non ſolo ne' monumenti qui ſopra accennati, e in altri moltiſſimi da me altrove citati, ma eziandio ne' precetti dell' Arte, che duravano tuttavia: perchè non ſolo nel Plictho il terzo libro è tutto occupato dei metodi di tingere in pelli, e membrane, e le roſſe vi ſi tingevano in Grana. Ma in quel barbaro Ricettario da noi citato qui ſopra preſſo il Ch. *Muratori*, (Ved. N. 28. not. 23., e N. 55. not. 44.) dove non parlaſi mai di veſtiarj nè in Lana, nè in Seta; vi ſono le Tinte dei *Pargamina* (Pergamena), e i *Pandii*, e gli *Alithini*, che ſono ſempre roſſi, ed in pelle; poi la formula generale „ *Tinctio Oſſuorum*, *&* *omnium Cornorum*, *&* *omnium lignorum* " che ſemba eſſere per lo più in roſſo, e i roſſi in *Hermiculo*, *e in Porphire*, che ſono i roſſi ſuoi principali.

63. Adunque di Carmini, e di altri arneſi della coſmetica, e delle tinte porporiformi, forſe di Grana, Ella ne avrà di meno la noja. Ma io le ne debbo ad ogni modo aggiungere un'altra; e cercherò almeno di reſtringerla in poche parole. A quel mio Libro ſopra le coſe attinenti alle Porpore, Ella ſa che io vi aggiunſi una Tavola contenente alquante figure di Chiocciole porporarie, al ſolo oggetto *di dare agli ineſperti di queſte coſe un' idea generale della forma, e figura di queſte chiocciole*, come fu dichiarato nella Pref. del Libro ſteſſo; aggiungendo di più, di non pretendere, che tali figure *foſſero di alcun peſo nella determinazione delle ſpecie*, *e de' nomi*, o di queſte, o di altre Chiocciole porporifere (Prefaz. pag. 16. 17.): e per maggior prova della mia ſincera intenzione, non mutai pure una ſillaba alla nomenclatura aggiuntavi da chi me ne avea favorito la ſcelta, e il diſegno, aſſicurando ſemplicemente, *che della loro identità colle antiche non ci rimanga alcun dubbio* (ibid.). Due

illuſtri Scrittori, e l'un d'eſſi autore d'un'opera inſigne; autorizzata da una inſigne Accademia, volendo trattare delle chiocc. porpor., e delle loro forme e figure, reſero prima onorata giuſtizia alla mia dritta intenzione; ma torcendo alla negativa la mia poſitiva aſſerzione, l'un d'eſſi mi attribuì queſta dichiarazione „ *non già perchè ſi creda la loro identità colle antiche* " (p. 154.): poi poco dopo correggendomi direttamente, mi ſuggeriſce, che avrei „ *potuto anzi dir ſolamente un' idea di chiocciole, giacchè realmente in tal modo* (quella mia Tavola) *non ne offre altra* ". (ibid. p. 158.) Se le figure non mie, ma da me date al pubblico, non appartengono ai generi porporarj, io lodo, anzi ringrazio codeſti dotti Scrittori, che ripetendo l'uno, e l'altro queſta avvertenza, e moltiplicandola nei Giornali anche con replicate edizioni, hanno cercato di preſervare il pubblico da un errore; del quale proteſto che l'avrei prevenuto io medeſimo, ſe mi foſſi accorto di averlo, benchè involontariamente ingannato.

64. Ora dappoichè eſſi hanno dato ſaggio, anzi hanno pur confeſſato ſpiegatamente di non conoſcere le vere porpore; ſe, gentiliſſimi come ſono, mi aveſſero interpellato per ſapere, ſe io perſiſteva nel ſentimento già eſpreſſo, di credere genuine quelle Chiocciole „ *ſenza che della loro identità colle Antiche ci rimanga alcun dubbio* " avrei loro riſpoſto quello che credo di dichiarare ora a Lei; che le Chiocciole figurate in quella mia Tavola, ſe ſe ne eccettui una ſola, (entratavi, e rimaſtavi per una vera inavvertenza), ſono ſpecie genuine dei due generi Porpora, e Buccino, e per conſeguenza appartengono ai due ſoli generi riconoſciuti, e deſcritti dagli Antichi per Chiocciole porporifere.

Ma a V. E. io voglio dire una coſa di più; la luſinga che ho nudrita ſino a queſto momento di poterle accompagnar queſte Carte con una ſerie di Chiocciole originali antiche, e moderne di vere Porpore, e veri Buccini, (o almeno coi loro eſatti diſegni) tratte da tal luogo, dove eſiſtono ancora i veſtigj delle antiche celebratiſſime porporarie, e dove da forſe venti Secoli in quà non ſi è ceſſato mai di conoſcere le vere Chiocciole porporiſere, di ſaperle peſcare ed uccidere, di conoſcerne la vera parte colorante, e l'inutilità del reſtante, di ſaperne i tempi, le proprietà, ed i coſtumi; dove in fine ſi ſaprebbe prepararle per la tintura, ſe vi foſſe chi a ciò penſaſſe, e compatir quelli che fantaſticando a lor modo, e peſcando per via di ſiſtemi, ſcambiano le porpore colle lumache, e fin coi bivalvi.

65. Ma queſte Chiocciole originali, con qualche Saggio della loro tinta purpurea, ſpedite già da ſei Meſi, e grazie alla felicità delle noſtre comunicazioni, e commercj, non ancor pervenute, rendendo vana queſta mia luſinga almeno per ora; e non volendo d'altronde laſciar V. E. più lungamente in ſoſpeſo ſopra la veracità di quella mia Tavola, mi prendo la libertà di ricordarlene un tal criterio e confronto, in forza de' quali Ella potrà ſempre giudicarne, e riconoſcere queſte Chiocciole da ſe medeſima, e niuna ſtranezza di nomenclature, o di ſiſtemi ne potrà far mai perdere la cognizione. Non le voglio parlare che delle Porpore, e nominerò con Lei *Plinio* ſenza ribrezzo, ſapendo come Ella conoſce e ſtima la ſua inimitabile preciſione, e eſattezza „ *Concharum ad Purpuras duo ſunt genera . . . . . Buccinum minor Concha . . . . rotunditate oris in margine inciſa. Alterum Purpura vocatur*, 1.° *cuniculatim procurrente roſtro*, 2.° *& cuniculi latere introrſus tubulato, qua proferatur lingua.* 3.° *Præterea clavatum eſt ad turbinem uſque, aculeis in orbem ſeptenis fere; qui non ſunt in Buccino* “. *Plin.* lib. 9. C. 36. Ci avvertì *Plinio* ſteſſo, che „ *tractamus genera in ſpecies multas ſe ſe ſpargentia* “; ora i generi porporiferi ſono due ſoli: le ſpecie e le varietà chi ardirebbe di ſtabilirle fra noi, che abbiamo confuſi e ſnaturati i generi ſteſſi? Se Ella però con queſti pochi caratteri qui ſopra ſiſſati cercherà nella Claſſe de' turbinati, non potrà a meno di riconoſcere dagli aculei, e dal Roſtro le ſpecie principali di porpore rettiroſtre, o curviroſtre, o a roſtro tronco, ad aculei lunghi ed acuti, brevi, breviſſimi, e ottuſi; e vi troverà fra le prime le mie rettiroſtre (n. 2. e 3.), che troverà perciò analoghe a quella del *Rondelet*, e del *Colonna*, che ne ſono forſe una varietà, e ſe vorrà fidarſi, in queſto genere, piuttoſto di qualunque altre, delle Tavole del *Kirkero*, che ebbe le Porp. da Taranto, dal Levante, e dalle Coſte dell' Africa, vi troverà con molte altre le mie ſteſſe due ſpecie

eſattamente rappreſentate; poi di altre porpore, e di Buccini una lunghiſſima ſerie, ſenza pretendere, che vi ſian tutte, o che tutte vi ſiano ſenza controverſia od equivoco. *Kirker. Claſs.* 12. *claſs.* 3.^{a} *Teſtaceor. a n.* 270. *ad n.* 284., *& de Buccin. deinc.* Rimarrà quindi facilmente perſuaſa, che le tre Kirkeriane 282. 283. 284. rappreſentano le curviroſtre echinate, come le mie rappreſentano le rettiroſtre, e che le une, e le altre ſono le porpore vere, riconoſciute e deſcritte per tali fino dal Veneto *Cappello*, che le trovò nelle acque pur di Venezia, dove non mancano, e dove per la figura, e pel colorito del ſucco le avea conoſciute fino il *Filandro*, che non era Naturaliſta. *Ved. Capp. Diſſ. d.^{e} Porpore*, *& Philandr. ad Vitruv. Lib.* 7. *c.* 15. Siccome poi la denominazione di Murice Echinato, o Echinoſoro è erronea, perchè il Murice non è Echinato *(a)*; e d'altronde è egli ora dimoſtrato, che Murice non è altro che il Buccino, giacchè queſti due nomi ſono ſcambievolmente Sinonimi, nè l'uno nè l'altro può confonderſi, o prender per la Porpora *(b)*; così Ella ſi perſuaderà egualmente, che la prima figura della mia Tavola non è altrimenti Murice Echinato, nè Trunculo ecc., benchè erroneamente chiamato tale; ma è una delle Porp. vere, o pelagie, ed è quella che il *Cappello* chiamò giuſtamente *clavata Clavis brevioribus*, e ſe gli piace *breviſſimis*, *proboſcide præmorſa & convoluta*; e che Ella troverà in *Kirk.*, per non citarle qui altri Autori, notata al n. 270. della quale ſpecie non ſono forſe, che ſemplici varietà le 272. 274., e 286. 287., benchè queſte ultime anche da Lui notate per il medeſimo errore fra i Murici. E ciò ſia detto per ora della mia Tavola. Siccome poi fra gli antichi che ci rimangono, non abbiamo chi ſi ſia preſo il penſiere, ſe pur alcuno ſel preſe mai, trattandoſi di coſe allora notiſſime, di deſcriverci tutte le ſpecie,

---

(*a*) Ce ne aſſicura la definizione di *Plinio: Clavatum eſt (genus Purpurarum) aculeis . . . . . qui non ſunt in Buccino.* Loc. cit.

(*b*) Nel mio Libro ſopra le Porp. ho dimoſtrato ancor io queſto dubbio ſopra il valor vero del vocabolo Murice, ma il confronto dei teſti, e le ragioni del ch. Sig. *Amati* mi hanno convinto, che ſia preciſamente Sinonimo di Buccino, anche contro l'autorità di *Fabio Colonna*, e di quaſi tutti i noſtri Naturaliſti, che anche in queſta parte ſi ſono evidentemente ingannati.

e le principali varietà nei due generi delle Chiocc. porporifere: così noi non potiamo, e non dobbiamo pretendere di poterle determinare ſe non per la via dell' eſatta oſſervazione e ſperienza. Ciò ſarà allora, quando convinti che a forza di vocaboli, e di ſiſtemi ſi può pur troppo confondere la ſcienza, ma non coſtringere, nè contraffar la natura, ſommetteremo le noſtre immaginazioni alla ragione ed al fatto; e ſecondo i caratteri certi e coſtanti, che ce ne hanno laſciati gli Antichi, che conoſceano le Porpore, e ſapeano deſcriverle con poche ed efficaci eſpreſſioni, cercheremo le Chiocc. porporifere, non già alla rinſuſa nello ſvariato regno delle Conchiglie, ma nella Claſſe de' turbinati ne' due ſoli generi Porpore, e Buccini, cioè ne' due veri e ſoli generi porporiferi. Quindi nel genere de' Buccini, o Murici, poichè è tutt' uno, genere notiſſimo per la figura, e per l' uſo, non cercheremo gli Aculei, perchè gli *Aculei non ſunt in Buccino*, ma cercheremo che ſia turbinato, *rotunditate oris in margine inciſa:* così nella Porpora cercheremo che ſia roſtrata di un roſtro cuniculato, e interiormente tubulato, e in varj modi aculeata, o clavata, ſecondo le varie fogge, e bizzarre invenzioni della natura. Quanto all' animale Porpora abitator di quel guſcio, ne rintracceremo prima la lingua, che è lunga *longitudine digitali*, e non rideremo al ſentire, che ſe ne ſerva *perforando reliqua conchylia*, perchè la vedremo a due punte armata di due forti calli attiſſimi a traforare ogni chiocciola. Dopo la lingua ſarà facile di vedere una *Candida Vena* obliquamente diſteſa fra la cervice ed il corpo, ed è quella Vena che contiene, non una goccia, ma una piccola quantità del ricercato liquore porporino, che ſecondo la varietà degl' individui, e delle ſpecie, e delle Stagioni, e de' mari, e de' fondi varj del mare, e de' climi troveremo o bianco latteo, o gialliccio, o verde, o roſſigno, o violetto, cioè in iſtato o colorato, o colorabile, all' aria, al Sole, ed al fuoco: e ſe dopo lungo travaglio dell' Animale ci avveniſſe di trovar la Vena, ma vuota del ſucco, ci ſovverremo del precetto immancabile di tutti gli antichi, di uccidere la Porpora di un colpo ſolo, acciò il liquor pel tormento non ſi diſperda. Nè c' invogliaſſe qualunque muco, o miccaggine, o glutine uſciſſe ſpontaneo, o poteſſe ſpremerſi con arte, o col ſuoco dal reſto del corpo, che ogni penſier ſarà vano, ſendo deciſo dall' eſperienza, che il ſucco utile della Porpora *liquoris minimi eſt in candida Vena . . . . Reliquum corpus ſterile.* Così trovato, e riconoſciuto nelle ſole Porp., ne' ſoli Buccini il liquor vero ed unico delle tinte purpuree, deſiſteremo da' noſtri deboli tentativi per imitare in altri muchi, o glutini inerti, ſia delle Porp., ſia di qualunque altro teſtaceo, queſto liquor prezioſiſs., che per le ſue inimitabili ed uniche qualità ſembra eſſere nel genere de' colori l' ultimo sforzo della potente natura. Più utilmente ci applicheremo a rintracciare gli antichi metodi della peſca colle Naſſe, o co' Cirti, de' quali, oltre al già detto, da quei medeſimi che hanno aſſunto queſta materia, ne avremo altri nuovi riſchiaramenti, unitamente ad altri importantiſſimi punti. Ma ſopra tutto nella grande opera del porporificio ſaremo attenti di ſeguire colla maggiore eſattezza tutti i proceſſi fortunatamente rimaſtici dagli Antichi: perſuadendoci, che allora finalmente ſi potrà giungere a riſtabilire queſt' arte maraviglioſa, quando convinti della inutilità di brancicar nel bujo all' azzardo, o dietro a guide che ci deviano, ci arrenderemo ai precetti de' grandi Scrittori che ne conoſceano il ſecreto, e l' effetto; che ſtabilita ſull' eſperienza, ſull' oſſervazione, ſullo ſtudio de' Secoli, la credettero fra tutte degna di conſervarcene i dogmi fondamentali, non forſe indegni di eſſere meditati, non forſe inutili o impenetrabili; nè credo, intriſi di quella ingrata ruſticità, e barbarie, che V. E. ebbe pur forza di ſuperare, quando dai laceri monumenti del Secolo ottavo, e del decimo riordinava con iſtorica gravità, ed eleganza gli avvenimenti della ſua Patria.

Modena 19. Febbrajo 1794.

MEMORIA

SOPRA LE MEDUSE FOSFORICHE

Del Sig. Ab. LAZARO SPALLANZANI.

NEll' ordine di quegli animali, che per la tenerezza del corpo da' Siſtematici ſi appellan Molluſchi, è aſſai cognito un genere ſingolariſſimo, dagli Antichi e da qualche Moderno denominato Ortiche di mare, dal *Linneo* Meduſe, e dal *Reaumur* Gelatine di mare. Appellazioni tutte alluſive a qualche eſterior carattere di tai viventi, eſſendo ſtato oſſervato, che in toccandoli pungono come le ortiche terreſtri, che brancicati ſpappolanſi fra le dita a guiſa di gelatina, e che per la ſtranezza della forma quaſi ſomigliano il capo della favoloſa Meduſa. *Ariſtotele* che ſcriveva in Grecia, e dopo lungo intervallo *Plinio* che lo copiava in Italia, ſono ſtati i primi nell' adombrare qualche tratto della vita, e delle abitudini di queſti curioſi animali. Dopo di eſſi non ſo che altri ne abbia ſcritto, fuori del *Reaumur*, che negli Atti della Reale Accademia delle Scienze di Parigi dell' anno 1710. ſi arreſta ſingolarmente a conſiderar la maniera, onde alcune ſpecie di meduſe ſi muovono localmente, e del *Dicquemare*, che nel Giornale del *Rozier* eſamina in più Memorie l' organica loro ſtruttura, e diverſi de' loro andamenti. Ma nè l' uno nè l' altro ragiona di una belliſſima qualità, che nobilita certe meduſe, quella voglio dire d' eſſer foſforiche. Nè ſo che queſta ſpecie da altri ſia ſtata deſcritta, e ſolo mi è noto, che *Leſlingio* aſſeriſce di averla veduta, ſecondo che nelle ſue *Amenità Accademiche* riferiſce il *Linneo* in queſte parole: *Doctiſſimus Lœflingius inter Hiſpaniam, & Americam vidit in alto mari meduſas, aliaque zoophyta, pacata aqua, diſperſa per æquora, & noctu inſtar totidem candelarum lucere, & exortis ventis ſenſim ſubſidere, & lucem ſuffocari.*

Ma queſto racconto è troppo tenue coſa per iſtruirci, e può ſolleticare al più la curioſità, ſenza punto appagarla. Nè io ſtupiſco della mancanza di oſſervazioni particolarizzate intorno a un tal fosforo, pochiſſime eſſendo le meduſe, che ne vanno adorne rimpetto a quelle che ne ſon prive. Nel mare Liguſtico mi ſi è aperta l'occaſione di eſaminarne moltiſſime, così nell'Adriatico, nell'Arcipelago, nel Bosforo Tracio: ma neſſuna vi era che di notte appariſſe ſplendente. Solamente queſta fortuna mi ſi è offerta nello Stretto di Meſſina. Qui adunque dimorato avendo più ſettimane, ebbi tutta l'opportunità di ſtudiare le ricordate meduſe, abbondantiſſime in quel canale di mare. Ma non è poſſibile il dare a' miei Lettori qualche idea chiara e preciſa di ſiffatto fosforeggiamento, ſenza prima adombrar l'organiſmo di queſti animali, e il modo onde nuotan nell' acque, e ſi trasferiſcono da luogo a luogo, giacchè l'uno e l'altro hanno rapporti troppo diretti, e immediati con la loro luce.

E per accoſtarmi al primo, la forma del corpo di queſte meduſe ſi può comparare all'ombrello di un fungo, conveſſo per di ſopra, e concavo per di ſotto, la cui circonferenza abbia il diametro di due, tre, o quattro pollici, ſecondo la grandezza dell'animale, E a quel modo che l'ombrello in più funghi ſi aſſottiglia verſo i lembi, tale aſſottigliamento ſi oſſerva nell'ombrello di queſti animali (giacchè quindi innanzi mi varrò di tal voce) il quale anzi ne' lembi è trinciato di ſottiliſſime frange. E laddove la concavità dell'ombrello nei funghi è per di ſopra attaccata ad una coloncina centrale, a quella dell'ombrello delle meduſe ſono aderenti verſo il mezzo quattro corpi allungati, e cilindrici, che coi Siſtematici chiameremo tentacoli, oltre ad altri otto laterali, e più ſottili inerenti longitudinalmente alle interne pareti dell'ombrello. Ma queſte nozioni generali abbiſognano di qualche particolarizzato dettaglio.

L'ombrello d'ognuna di queſte meduſe nelle parti eſteriori è leggermente conveſſo, e qui la ſuperficie è levigatiſſima, e ſempre coperta di un umido velo, ancorchè l'animale ſia fuori dell'acqua. La maggior craſſizie dell'ombrello è nella parte più alta; va poi ſcemando nelle parti inferiori. L'incavo dell'ombrello preſenta nella parte più elevata un'apertura, che mette in una ſpecie di borſa gelatinoſa, comunicante

comunicante con quattro ſori laterali. Per eſſi adunque entra l'acqua marina, ne eſce per l'apertura, e vicendevolmente l'acqua che penetra per queſta, attraverſata la borſa, ne ſcappa pei quattro fori. Nè ſono punto reſtío nel penſare, che tale apertura ſia la bocca di queſto vivente, e che la borſa faccia le veci di ſtomaco, almeno di ricettacolo, dove ſi digeriſcano i cibi; quantunque poi non ve gli abbia mai trovati dentro, ma mi ſia ſempre apparita vuota.

La ſoſtanza dell'ombrello è così dilicata, così tenera, che un filo agevolmente la taglia; ed inſieme è dotata di tale traſparenza, che non la cede al più terſo criſtallo. Nella maſſima parte di lui il coltello anatomico, e l'occhio armato di lente non vi ſcoprono vaſi, nè fibre, nè altre parti diſſimilari, che ſi manifeſtano nei più degli animali. Preſenta l'aſpetto di una ſempliciſſima gelatina omogenea. Solamente alla ſommità dell'incavo ſi ſcoprono quattro piccioliſſime mataſſe di lunghi e ſottili corpicelli aggrovigliati, e inteſtiniformi, aderenti ad un intralciatiſſimo ammaſſo di tubetti traſparentiſſimi, di colore argentino, e di pareti abbaſtanza elaſtiche, per conſervare la rotondità del lume, qualora vengano per traverſo tagliati. Più eſami ſu loro intrapreſi mi hanno moſtrato, che non conducono liquore di ſorta. Tanta analogía con le trachee degl'inſetti ſarebbe ella baſtante a farci penſare, che tai tubetti foſſero per avventura deſtinati al medeſimo uſo? Comecchè ſia, non ſarà diſdicevole l'appellarli *tubetti tracheiformi*.

Nella guiſa che alla parte più alta dell'incavato ombrello ſi mirano i deſcritti organizzati corpicelli, oſſervaſi ai lembi interni del medeſimo un'altra organizzata ſtruttura, conſiſtente in un ſottiliſſimo teſſuto muſculoſo, che dall'imo fondo aſcende per lo ſpazio di mezzo pollice, ed anche d'un intiero pollice, ſecondo la groſſezza delle meduſe; e dove eſiſte cotal teſſuto, la ſomma traſparenza dell'ombrello rimane alquanto oſcurata.

Ora parliamo dei tentacoli, e primamente dei più grandi, che detto abbiamo eſſer quattro. Queſti con la parte inferiore ſporgono dai lembi dell'ombrello, e con la ſuperiore ſi attaccano alle parti più alte del ſuo incavo, prendendo in mezzo l'apertura, da noi creduta la bocca dell'animale.

Ognuno di eſſi ha un leggiero ſolco longitudinale, terminato da due appendici membranoſe, bagnate da un umore attaccaticcio. Eſaminati internamente, ſi ſcorgon compoſti di cordoncini muſculoſi, ſtrettamente combaciantiſi, e per il lungo diſteſi, e nel mezzo chiudono un canaletto, che da cima a fondo corre la lunghezza dei quattro tentacoli. Sono abbaſtanza diafani per laſciar traſparire al di fuora il canaletto, il quale contiene più molecole globoſe, che con la preſſione del dito ſu i tentacoli ſi poſſono mettere in moto, e fare uſcire dalla parte inferiore di eſſi tentacoli, oppure da qualunque altro punto, ivi tagliandoli per traverſo.

Gli altri otto laterali tentacoli ſono di molto più ſottili, ma più lunghi, e queſti pure, oltre l'aſpetto muſculoſo, ſono per tutta la loro lunghezza nel mezzo forati. Adunque i tentacoli, così maggiori come minori, ſi poſſono conſiderare come vaſi o canali, quantunque, come vedremo dappoi, ad altri uſi ſiano deſtinati. Debbo però dire, che è ſtata inutile ogni più ſottile ricerca, ajutata ancora dai più eccellenti microſcopj per iſcoprire circolazione o movimento di liquidi in queſte meduſe. Il corpo, e i loro tentacoli ſono d'un bianco ſucceruleo traſparente, ſenza meſcolamento d'altri colori, i quali vagamente dipingono alcune altre ſpecie.

Preſane una tra mano, non diſcioglieſi ſubito, ſiccome è ſtato ſcritto di altre. Rimane da prima intiera, eziandio brancicandola; e le dita nel premerla ſentono una mediocre reſiſtenza. Solamente in ſeguito di alcuni minuti comincia a mandar acqua, e continua a farlo in appreſſo. E non è il calor della mano, o la preſſione, che produca ſimile effetto; tutto al più queſta ultima cagione lo accelera. Ponendola adunque ſu di una tavola, o ſopra qualunque altro corpo, di lì a poco prende a gocciolare, e ſeguita finchè quaſi tutta ſiaſi convertita in liquamento traſparentiſſimo; il che accade dopo un giorno e mezzo, o due al più. Taluna di queſte meduſe aſcende al peſo di once 50, e tenuto eſatto conto del liquamento, in che a poco a poco ſi è ridotta col farlo entrare in un vaſo, il ſuo peſo ſi trova mancar di pochiſſimo da quello delle once 50: e di queſto calo a buona ragione ſi può accagionare la parte del liquore ſvaporata durante lo ſcioglimento della meduſa. Quel che rimane di lei, ſono alcune ſottili ed aride pellicelle, che peſate montano a cinque o ſei grani. Guſtato queſto liquore, ha il ſalſugginoſo dell'acqua marina, e fatto ſvaporare a ſiccità, laſcia nel vaſo una quantità di muriato di ſoda, poco minore di quella che fornirebbe un pari volume d'acqua marina. Coteſto ſalſo ſapore ſi ſente egualmente, tocca con la lingua la meduſa nell'attuale ſuo ſcioglimento, oppure quando di freſco è tratta dal mare, e lavata nell' acqua dolce, purchè il toccamento ſegua, dove l'animale è ſtato allora tagliato. E' adunque chiaro, che l'acqua marina penetrando l'organico teſſuto conſtituiſce la maſſima parte del volume di queſti animali. Il qual fenomeno, ſecondo ch'io avviſo, è ſingolariſſimo. Almeno dei molti molluſchi marini da me eſaminati non mi ricordo di averne in tal genere trovato un ſimile.

Debbo dire che cotale disfacimento del corpo delle meduſe, oltre l'accadere tenendole in ſecco, ſuccede del pari nell'acqua marina poſta ne' vaſi, ove queſti ſiano anguſti, e l'acqua di ſpeſſo non venga rinnovata. La cagione in ambi i caſi è la medeſima, la leſione voglio dire, e la rottura delle parti ſolide, per trovarſi le meduſe fuori dello ſtato naturale, in grazia di che i liquidi non più imprigionati nel corpo, ſtretti ſono ad uſcirne. E però ſi rende chiaro abbaſtanza, che malgrado la niuna apparenza di organizzazione nella maſſima parte del corpo delle meduſe, queſta però non poſſiamo negarla, o almeno ſiam forzati ad ammettere una dilicatiſſima ſoſtanza ſpugnoſa e bibace, che attragga, e dentro ſe cuſtodiſca l'acqua del mare, quantunque per la traſparenza, e fors' anche per l'eſtrema ſottigliezza del teſſuto, ſi renda inviſibile.

Eſaminata tanto che baſti la forma e la ſtruttura delle noſtre meduſe, ragion vuole, ſecondo che abbiam propoſto, che paſſiamo a diviſarne i naturali movimenti, i quali dir poſſiamo il principale attributo, che le caratterizza per veraci animali. Tai movimenti non differiſcon da quelli delle meduſe non fosforiche, e conſiſtono in una quaſi continua reſtrizione, e dilatazione dell' ombrello. Se adunque ſtando chini ſu di una barca guarderemo attentamente una nuotante meduſa, allorchè il mare è tranquillo, ſcorgeremo porgere avanti con direzione obliqua al livello dell' acqua la conveſſità dell' ombrello, ed occupare il poſterior luogo i ſuoi lembi: queſti poi ad ogni cinque o ſei ſecondi ſubitamente contrarſi, e un momento dopo allargarſi. La meduſa, che ſta ſempre immerſa nell' acqua, e che in conſeguenza ne ha ſempre piena la cavità dell' ombrello, ad ogni reſtrizione o ſiſtole ſpigne avanti l' acqua rinchiuſa, e l' obbliga ad urtare le interne parti di eſſo ombrello, e con tale urto la meduſa fa un paſſo. Poco appreſſo fa naſcere un altra ſiſtole, per cui da un novello urto, che dall' acqua riceve, è ſpinta più in là, e ripetuta inceſſantemente cotal ſiſtole, un momento appreſſo ſeguíta dalla dilatazione o diaſtole, l' animale progrediſce localmente nel mare. Intanto i tentacoli ſporgono dagli orli dell' ombrello, in lungo diſteſi, e inſieme aggruppati. E queſto reciproco movimento, che quindi innanzi per ſervire alla brevità chiamerò *oſcillazione*, è neceſſario alla meduſa per nuotare, e recarſi da luogo a luogo, altrimenti va al fondo, per eſſere ſpecificamente dell' acqua marina più grave.

Queſt' ultimo fatto, oltre all' eſperienza avutane nel Canale di Meſſina, l' ho verificato anche meglio ne' vaſi pieni d' acqua marina, dove rinchiuſo avea più meduſe. Qui poteva anche avvertire più circoſtanze relative all' oſcillazione, che dato non mi era di notare nella nativa loro abitazione. Poteva a cagion d' eſempio, marcare quanto ad ogni ſiſtole ſi abbrevia la periferia dell' ombrello, la quale ſi accoſta a quella di un circolo; e vedeva che l' abbreviamento era di due linee, di tre, o di quattro al più. Mi accorgeva che l' oſcillazione riſedeva ſoltanto nell' ombrello, e che era affatto indipendente dalla borſa, e dai tentacoli grandi e piccioli; concioſſiacchè reciſe interamente tutte queſte parti, l' oſcillazione proſeguiva nè più nè meno. Vedeva inoltre che quantunque ella ſi manifeſtaſſe per tutta l' ampiezza dell' ombrello, buona parte però di eſſo ſi moveva per conſenſo.

I ſeguenti tentativi me lo moſtrarono chiaramente. Con ſezion traſverſale e parallela ai lembi io levava verſo le parti ſuperiori un pezzo circolare di ombrello del diametro d' un pollice. Quel pezzo più non oſcillava, e rendevaſi ſordo a qualunque ſtimolo. All' incontro l' oſcillazione ſi aveva, e a lungo ſeguitava nel rimanente dell' ombrello. Queſto rimanente lo ſminuiva di più, col recidere trasverſalmente dall' ombrello una novella circolare porzione. Neppure in queſta porzione ſi manifeſtava alcun ſegno di oſcillazione, intanto che eſſa continuava in quel reſiduo di ombrello. Con novelle reciſioni venni in fine a ſcoprire la ſede, e l' origine dell' oſcillazione nelle meduſe. Di ſopra ho ragionato di un teſſuto ſottilmente muſculoſo, che dai lembi dell' ombrello s' inoltra per un dato ſpazio ſu l' interno delle ſue pareti. Eſpiato alla lente ſi trova compoſto di un immenſo numero di ſottiliſſime fibre carnoſe traſverſali, fra ſe parallele, e ſommamente aderenti alla ſoſtanza gelatinoſa dell' ombrello. Dall' agire di cotai fibre traſverſali, e dal loro rilaſſarſi dipende tutto il giuoco della oſcillazione. Ogni qualvolta dunque elleno ſi accorciano, la porzione dell' ombrello, alla quale ſono attaccate, è ſtretta a reſtrignerſi, il che non può accadere ſenza che il reſtante dell' ombrello vada ſoggetto a reſtrignimento. Quindi ſi ha la ſiſtole nella meduſa. Dal che intendiamo anche la diaſtole, nata dal rilaſſamento delle medeſime fibre. Finchè adunque ſi priva l' ombrello di una porzione, dove non eſiſtono le fibrille muſculoſe; in eſſo l' oſcillazione ſarà nulla: non così ove vada unito ad una porzione delle medeſime, ſiccome l' eſperienza, e l' oſſervazione me ne hanno ammonito. Levato di fatti un anello di meduſa ſenza le fibre carnoſe, e a maggiore chiarezza e preciſione del tentativo, poſtolo in aſciutto ſu di una tavola, non era mai che oſcillaſſe; ma oſcillava bene, e per lungo intervallo, ove eſſo partecipaſſe attorno attorno di un giro di queſte fibre. Se poi ſu la tavola ſteſſa veniva collocato il ſolo anello, che dà ricetto a tali fibre, il quale nelle maggiori meduſe ha di larghezza oltre un pollice, curioſo era il vedere, come ad ogni ſiſtole diveniva conſiderabilmente più anguſto.

Da queſti cimenti ne nacquero altri, che ſarà bene accennarli. Tagliava per traverſo in più pezzi l' anello dell' ombrello fornito di fibre muſculari. Ciò non pertanto ogni pezzo oſcillava. E qui maraviglioſamente appariva il giuoco delle fibre in azione. Adunque eſſe di tanto in tanto improvviſamente ſi facevan più brevi, e allora il pezzo diveniva più corto, e più groſſo. Un momento appreſſo ritornavano alla primiera lunghezza, e aſſottigliatoſi il pezzo, faceva altrettanto. Tai movimenti ne' pezzi reciſi emulano bellamente quelli di un verme, che ſtriſciando ſi allunga e aſſottiglia, indi ſi accorcia, ed ingroſſa.

Levava con delicatiſſime mollette il muſculoſo teſſuto ad una porzione di anello. Di preſente in lei veniva meno ogni oſcillazione. Succedeva quaſi lo ſteſſo, ſe ne tagliava ſolamente in più luoghi le fibre.

Da queſti eſperimenti evidentemente raccolſi, primo che la ſede della oſcillazione è ripoſta nel ſopra deſcritto muſculoſo teſſuto: ſecondo che la parte gelatinoſa dell' ombrello oſcilla per la immediata comunicazione, che ha nelle parti inferiori con queſto teſſuto: terzo che l'oſcillazione non vien meno ancorchè le meduſe dall' elemento nativo ſi trasferiſcano in terra. Per ore 24. le meduſe più groſſe poſte in luogo aſciutto, non laſciano di oſcillare, malgrado il ſofferto ſcioglimento, per cui ritengono appena un terzo del loro volume. Solamente verſo la fine di queſto tempo l'oſcillazione diviene picciola, lenta, interrotta. E quando anche la crediamo affatto mancata, non laſcia ſovente di riſvegliarſi per lo ſtropiccio, e per le punture fatte al teſſuto muſculoſo dell'ombrello. Che anzi reciſo l'anello gelatinoſo della meduſa, al quale è ſtrettamente attaccato queſto teſſuto, e fattone in brani l'anello, ogni brano con tali artificj ripiglia per qualche tempo l'oſcillazione. A far breve, queſta allora ſoltanto finiſce, quando quell' aggregato di fibrette traſverſali o per mancanza di umidità ſi ſecca, o per ſoverchio di queſta ſi corrompe, e ſi sface.

Tanta pertinacia di movimento nelle meduſe moribonde, e nelle meduſe a bocconi reciſe, ſembrerebbe una incontraſtabile pruova, che il medeſimo è indipendente dalla volontà dell' animale, come lo è il ritmo del cuore in una rana, in una teſtuggine, in una ſerpe, ove ſtrappato ſia dal torace di ſimili amfibj. Pure non ardirei aſſolutamente affermarlo. Parecchie volte oſſervava in qualche baſſo fondo del Canal di Meſſina le nuotanti meduſe. Taluna dopo l'eſſerſi col mezzo della oſcillazione ſoſtenuta per qualche tempo a fior d' acqua, laſciato di oſcillare, ſoavemente calava al fondo, tiratavi dal proprio peſo. Quivi reſtava immobile un quarto d' ora, mezz' ora, ed anche più. Poi ripigliata l'oſcillazione, ſi vedeva a poco a poco aſcendere, e reſtituirſi alla ſuperficie dell' acqua. Tale altra meduſa, ſe la profondità, a forma d' eſempio, ſtata foſſe di quattro piedi, ſi ſarebbe immerſa fino a due, poi inſorta la oſcillazione, novellamente tornava a galla. La ceſſazione di queſto moto, e la repriſtinazione di eſſo nelle addotte circoſtanze, non par che dipendano dall' arbitrio delle meduſe? Laſcio tuttavia all' illuminato Lettore il farne giudizio, a me baſtando ſu tal propoſito la ſchietta, e fedele narrazione dei fatti.

Non voglio preterire un movimento d' altra natura, che ſi oſſerva ne' maggiori tentacoli, e nei lunghi e ſottili corpicciuoli inteſtiniformi. E per conto dei primi, poſſiam dire che cotal moto ſi ſcorge meglio, ove ſiano ſtaccati dall' animale, che allora quando fanno un tutto con lui. Se adunque raſente la concavità dell' ombrello, alla quale ſi attaccano, vengan reciſi, e ponganſi ſu la palma della mano, ſcorgeſi in loro un lieve divincolamento, che rendeſi anche più ſenſibile nelle membranoſe loro appendici, e che perſevera in eſſe quantunque dai tentacoli ſtaccate. Ma cotal moto in breve finiſce, non oſtante che queſti corpi ſiano tratti dalle più vivaci meduſe.

Più durevole, ed anche più forte ſi è il movimento dei corpicelli inteſtiniformi, che detto abbiamo formare come quattro mataſſine; le quali ſon poſte preſſo ai fori laterali dell' ombrello. Se adunque o ſi laſcino in luogo, o ſi levino dall' animale, e ſi ſtendano ſu qualche piano, o dentro l' acqua marina, preſentano que' fenomeni ſteſſi, che con piacere oſſerviamo negl' inteſtini, a cagion d' eſempio d' un cane, ſe da lui tuttora vivo ſi ſtrappino, e ſi oſſervino. Sappiamo che per qualche tempo non ceſſano di moſtrare il moto periſtaltico, per cui a guiſa di vermi, o di onda placida ora in un ſito, or nell' altro vanno, e ritornano. Sappiamo inoltre che ceſſato ogni movimento, per poco ſi riſveglia (almeno per un dato tempo) mediante gli ſtimoli. Simili moti ho ſcoperti nei ſopra deſcritti inteſtiniformi corpicini, i quali avendo io ritrovati internamente concavi, e contenere nella loro cavità una liquidiſſima dilicata materia, non eſiterei molto a crederli veraci inteſtini. D'altronde la compoſizione delle loro tonache, come pur quella de' tracheiformi tubetti è d'indole diverſa dal rimanente del corpo. Almeno allorchè queſto per lo ſcioglimento è maſſimamente conſunto, quel doppio genere di piccioli tubi conſervaſi intiero; anzi negl'inteſtiniformi il movimento vermicolare ſuſſiſte ancora.

Dopo l'aver ragionato dell' organiſmo, e dei moti appartenenti alle noſtre meduſe, dobbiamo farci a deſcrivere la ſingolare proprietà che hanno di eſſer fosforiche. Il qual fenomeno forma il primario oggetto del preſente diſcorſo. Se adunque a notte incominciata fu di un baſſo legnetto entreremo nello Stretto di Meſſina, recandoci ne' luoghi preſſo terra, dove l' acque ſono in piena calma, le meduſe, che quivi ſogliono eſſere più frequenti, manifeſtano un principio di luce, che creſcendo le tenebre acquiſta intenſità, ed ampiezza, rappreſentando ogni meduſa unica fiaccola vivace, che ſi dà a vedere a qualche cento paſſi all'intorno, ed accoſtandoſi a lei, quel brillante fosforo laſcia diſcernere la forma del ſuo corpo. Cotal luce, ove il veſpertino crepuſcolo ſia eſtinto, è di un bianco vivace, che feriſce l'occhio, quando anche l'animale a 35. piedi giaccia ſott' acqua. Siccome egli oſcillando ſi trasferiſce da luogo a luogo, così il lume è errante, ed è più forte nella ſiſtole, che nella diaſtole. Talvolta per un quarto d' ora, per mezz'ora, e di vantaggio è continuato, ma qualche altra improvviſamente ſi eſtingue, ſenza più ricomparire, ſe non ſe dopo un traſcorſo intervallo. Queſta interruzione di lume mi induſſe a ſoſpettare, che eſſo dipendeſſe dalla oſcillazione delle meduſe, la quale per qualche tempo rimanendo ſoſpeſa, ſoſpendeſſe pure ogni fosforeggiamento. Così ſappiamo eſſere interrotto il picciol fosforo delle terreſtri volanti lucciolette, il quale ad ogni vibrazione del corpo ſi accende, e nei momenti di quiete ſi ſpegne. Somigliante alternazione è ſtata da me ſcoperta nelle lucciole marine. Ma dentro al canale di Meſſina non era ſi facile l' avverare o il diſtruggere le mie ſoſpezioni. Avviſai adunque di eſaminar le meduſe ne' vaſi pieni d' acqua marina, dove più giorni reſtan vivaci, quando queſta frequentemente ſi rinovelli, e la capacità de' vaſi ſia grande (*a*). Qui il fosforeggiamento per nulla eſſendo inferiore a quello, che in mare ſi oſſerva, potei perſpicuamente vedere, che fino a quando le meduſe non interrottamente oſcillano, eſſo è continuo, e ſolamente più acceſo nella ſiſtole, che nellla diaſtole, ſiccome oſſervato aveva ſul mare. Ma venendo meno o del tutto, o per intervalli l'oſcillazione, il fosforo indeboliſce sì fattamente, che da occhi men cauti ſi giudicherebbe ſpento interamente. Poſſo io ſteſſo addurne la ſeguente pruova. Nella ſtanza, dove io dormiva nel mio Albergo in Meſſina, eſiſtevano da più giorni in alcune ſecchie piene d' acqua di mare molte meduſe. Dimenticato avendo di fare cangiar l'acqua in una ſecchia, le meduſe rinchiuſevi ſofferto avevano moltiſſimo, nè più oſcillavano quando le viſitai; lo che fu una ſera poco appreſſo il tramonto del Sole. Il fosforo allora più non appariva ſe non quando maneggiando le meduſe, le faceva per un pò di tempo oſcillare. Per tre ore ſeguite di quella notte io reſtai nella medeſima ſtanza, ſedente al tavolino per notare le coſe oſſervate nella ſcorſa giornata; ed in quel tempo corſo eſſendo due volte con l'occhio ſulla ſecchia, la trovai pienamente oſcura, nonoſtante che in altra camera foſſe ſtato trasferito il lume della candela. Pure levato eſſendomi innanzi giorno, e nella oſcurità appreſſatomi alla ſecchia, che giaceva in un angolo della ſtanza, non laſciavano le moribonde meduſe di tramandare una pallida sì, ma patentiſſima luce, della quale mi accorſi innanzi di farmi ſopra al vaſo, abbenchè elleno foſſero abbandonate ad una intiera quiete.

Era facile il ripetere l' eſperimento in altre meduſe, ed era importante il farlo; e l'eſito di eguale ſucceſſo fu coronato. Dirò inoltre, che non ceſſano affatto di riſplendere, ſe non quando dopo morte cominciano a imputridire, Raccolſi adunque, che il fosforeggiamento in queſti animali non poſſiam dire, che abbiaſi interpolatamente, voglio dire quando oſcillano, ma che nelle oſcillazioni è maſſimamente

---

(*a*) Queſta ſperienza, e l' altre ſeguenti ſu i fosfori delle meduſe ſono quaſi ſempre ſtate inſtituite nella oſcurità della notte.

più grande e più vivace, rimanendo però negl' intervalli di quiete un debil lume, che non può eſſere avvertito, che avendo gli occhi purgati dalla luce de' circoſtanti oggetti, come conceduto mi era, quando appreſſo l' avere dormito in una ſtanza tenebroſa paſſava prima del punger dell' alba a queſto genere di oſſervazioni. E cotal pratica imparata dall'eſperienza, emmi ſtata fruttuoſiſſima in più altri tentativi ſul fosforeggiare delle meduſe, i quali in ſeguito riferirò.

Che ſe in vece di affidar le meduſe all'acqua nativa, ſi laſcino in ſecco, il lume continua a manifeſtarſi aſſai chiaro, finchè perſevera l'oſcillazione, cioè a dire per non breve durata, decreſcendo però inſenſibilmente in ragione della diminuzione di cotal moto; il che ſuccede egualmente dentro de' vaſi. E qui pure quella ſpecie di barlume negl' intervalli all'oſcillazione frappoſti languidamente l' occhio feriſce.

Ma ſul propoſito delle meduſe poſte in aſciutto mi ſi è offerto un fatto, che per la qualche ſtranezza ſua giudicato avrei accidentale, ſe per replicate prove tornato non foſſe l'iſteſſo. Giaceva da 22. ore ſu d'un bianco foglio di carta una meduſa, che ceſſato aveva di vivere, e che anzi per la maggior parte ſi era ſciolta in liquame. Ogni traccia luminoſa in lei era ſmarrita. Trovandomi avere ſulla tavola un bicchiere d'acqua puteale, quaſi ſenza riflettervi ve la cacciai dentro, e ſubito calò al fondo, dove rimaſe immobile: ma con mia ſorpreſa immantinente ſi fece ſplendida, e tale ne fu lo ſplendore, che io legger poteva i groſſi caratteri. L'acqua altresì divenuta era chiariſſima, ed immerſovi un dito, lo vedeva con la maggior diſtinzione. Penſato avendo che altrettanto, e forſe meglio avvenir doveſſe nell'acqua del mare, lo empiei di queſta, verſata via quella di pozzo. Sull'iſtante ogni luccicamento diſparve. Alla ſalſugginoſa ſurrogai di nuovo la dolce, e ricomparì belliſſimo il fosforo.

Analogo a queſto ſenomeno, di che non ſaprei render ragione, fu il ſeguente. Un'altra meduſa già morta, e che da qualche tempo più non ſi ſcorgeva ſplendente, trovavaſi in ſecco ſu d'una fineſtra delle mie ſtanze nell'ore notturne. Sopraggiunta allora una pioggia leggiera, ogni goccioletta che cadeva ſu lei, ſi traſmutava in un brillante lumicino, e in pochiſſimo d'ora ne rimaſe tutta vagamente veſtita, ed ornata. Lo che non accadeva punto, imitando io la pioggia con iſpruzzoli d'acqua marina.

Fin qui quaſi ſempre conſiderata abbiamo la luce delle meduſe, quale ſi offre da ſe. Ora gettiam lo ſguardo ſu quella, che fa naſcer l'arte. Dico adunque che la commozione delle loro parti non ſolo è atta ad accreſcerne il lume, ma ad accenderlo, ove apparentemente ſpento ne ſia. Facendole paſſare dal mare ai vaſi, brillantiſſimo ne è il fosforeggiamento: tuttavolta creſce d'intenſità, ſe preſe fra le dita ſi agitino dentro all'acqua, o veramente ſe il loro corpo ſenta lo ſtropiccio della mano. Similmente ſe pel lungo ſoggiornare dentro a' vaſi ne infievoliſca la luce, queſta rinvigoriſce per la fregagione. Ed il ſimile ſuccede in aſciutto. Ove poi perduta ſiaſi ogni apparenza di luce, co' mentovati artificj ſi riacquiſta ſubitamente. Queſti accreſcimenti però, e queſti riſorgimenti di fosforeggiamento ſono paſſaggieri, eſtendendoſi poco più in là del tempo, in che da noi agitate vengono le meduſe. Inoltre il ricomparire del lume non ha luogo, ſe non quando l'animale conſerva qualche interezza nelle parti; altrimenti l'opera della mano, o di qualunque altro corpo torna fruſtranea.

Ma trattando dentro all'acqua le meduſe, paſſa in lei queſta proprietà del fosforeggiare; il che per altro ſi verifica ancora laſciandovele dentro immerſe; e l'eſperimento ſuccede viemmeglio nell'acqua dolce, che nella ſalata, veduto avendo che in eguaglianza di coſe, il chiarore della prima è quaſi doppio di quello della ſeconda. Adunque con le noſtre meduſe poſſiam creare fosfori artificiali.

Emmi piaciuto di eccitarne alcuni con l'acqua di pozzo, ſiccome ai medeſimi più accomodata, e di provare con eſſi alcuni curioſi tentativi. In tredici once di queſt'acqua poſta in un bicchiere di criſtallo furono da me ſpremute due groſſe meduſe, peſcate allora dal mare. L'acqua ſi fece torbidiccia, ma inſieme talmente ſplendida che illuminava aſſai bene una ſtanza. Ma il fosforo non fu di molta durata. Dopo 22. minuti cominciò ad eccliſſarſi, e ſcorſa un'ora e mezzo finì. Qui però l'agitazione fu valevole a reſtituirlo, come detto abbiamo, che fatto lo aveva nelle meduſe apparentemente non più fosforiche: Se adunque con un baſtoncello, od anco con le dita commoveva l'acqua del bicchiere, lo ſplendore ricompariva, ſempre tuttavia minore in proporzione del tempo traſcorſo. Vidi però, che quanto più l'agitamento dell' acqua era gagliardo, tanto più intenſo brillava il fosforo. Il quale per altro, ceſſata l'agitazione, era poco più che momentaneo, nella guiſa a un di preſſo che ſi è detto delle meduſe.

Sebbene quando l'acqua per la commozione delle ſue parti non è più atta a fosforeggiare, può divenirlo mediante il calorico. Quando mi eſercitava in queſte ſperienze, la temperatura era tra il grado 21. e 24. del *Termometro Reaumuriano*. Se adunque dentro a queſti gradi l'acqua ne' bicchieri, quantunque ſommamente commoſſa, più non deſſe luce, la ripigliava però nel 30.^mo^, e rendevaſi anche più vivida in una più alta temperatura, purchè non foſſe troppo forte, giacchè allora del tutto eſtinguevaſi.

Oltre l'acqua ſperimentai altri liquori, e taluno che creduto avrei inetto ad imbeverſi del lume delle meduſe, lo ſcoperſi opportuniſſimo. Tale ſi fu l'orina umana, che per l'intenſità e per la durata del fosforeggiare non fu inferiore all' acqua dolce. Ma neſſun fluido ſi portò meglio del latte. Queſto era vaccino. Una ſola meduſa adunque, e queſta di mezzana grandezza, brancicata dentro a 27. once di coteſto latte, lo reſe tanto riſplendente, che a 3. piedi ſi potevano leggere i caratteri d'una lettera. La durazione di queſto fosforo fu anche maggiore di quella dell' acqua. Dopo undici ore, da che ve lo aveva inſtillato dentro, conſervava qualche lucidezza. Ed ove queſta veniva tolta, l'agitazione del latte la reſtituiva, come pure il calorico, quando l'agitazione a tale effetto era divenuta impotente.

Ripetuta nel medeſimo latte l'eſperienza, lo verſai dal bicchiere, e lo laſciai cadere ſul pavimento della ſtanza, anſioſo di vederne le conſeguenze. Quando era in aria formava una ſpecie di cataratta bianchiſſima, e ſplendidiſſima, e quando toccava il ſuolo, creavaſi improvviſamente un laghetto di luce, eziandio più forte, ma che pochi ſtanti dopo eccliſſava, e fattaſi ſempre più pallida e ſmorta, a capo di cinque minuti o in quel torno del tutto finiva.

Se la mano venga immerſa nel latte fosforeggiante, indi ne ſia eſtratta, ſi dà a vedere nobilmente inargentata, quantunque tal colore preſtamente ſvaniſca, ma toſto anche ritorna, ſebbene momentaneamente, o ſtropicciando la mano, o ſcaldandola. E cotal luce oltre le carni ſi appicca egualmente ai pannolini, come io l'oſſervava in uno ſciugamani, che con un ſuo lembo toccato aveva il latte luminoſo. E il ricomparire del lume già ſpento torna qui lo ſteſſo o col fregamento, o coll'accreſciuto calorico de' pannolini.

Quando m'interteneva in queſte ſiſiche curioſità, mi avvidi quanto una forte percoſſa del latte contro di un duro oſtacolo ſia valevole a far rinaſcere in lui il fosforeggiamento perduto. Quel latte che al più forte ſcuotimento dentro a' vaſi ſi moſtra refrattario a dar luce, ſe ſi laſci cadere ſul pavimento, in quel che lo percuote, ſi fa riſplendente; e più vivace ne è il lume, ſe più violento ne ſia l'urto. Così nell'ore notturne ſe verſava cotal liquido da un'alta fineſtra, finchè rimaneva in aria, non laſciava diſcernere alcun chiarore, ma nel ferire la terra, brillava di vivaciſſima luce, che in breve però ſi facea morticcia, e diſpariva.

I fenomeni ſin qui ricordati non competono però al latte eſcluſivamente ad altri liquori. L'acqua, nominatamente la dolce, li manifeſta, ma il latte nella vivezza, e nella tenacità del fosforo è preferibile a tutti.

Ma un rilevante problema richiedeva da me ogni poſſibile attenzione per tentare di ſcioglierlo. Il fosforo nelle noſtre meduſe ſi eſtende egli a tutto il corpo, o ad alcune parti ſoltanto? Lo ſcioglimento non poteva ottenerlo da eſſe, allorchè nuotan nel mare. Oltre che i tentacoli per giacer ſottovia, rimangono allora in parte coperti dall'ombrello, l'agitazione ſpontanea delle meduſe, e quella che ſuole avere il mare, null'altro mi laſciavan diſcernere che un globo di luce. Mi reſtava dunque a far queſte indagini ſu le meduſe nell'acqua de' vaſi, che procurai che foſſer di vetro, potendo così veder tutto il corpo, quando l'animale brilla all'oſcuro. Sebbene da prima non mi fu dato l'avere quelle preciſe contezze, che io andava cercando. Tratta del mare una meduſa, e poſta vivaciſſima ed oſcillante in un vaſo ripieno di freſc'acqua marina, pareva che tutta quanta foſſe luminoſa. Solamente la luce era più viva ai tentacoli grandi, e ai lembi dell'ombrello. Io reſtava però dubbioſo, ſe la minor vivezza nell'altre parti foſſe una derivazione della maggiore, oppure ſe ivi riſedeſſe più debole. Laſciai che finiſſe l'oſcillazione per la vicina morte dell'animale. Detto abbiam già, che anche allora qualche luce ſi rende ſenſibile, purchè gli occhi noſtri rimanendo a lungo nelle tenebre purgati vengano da ogni lume degli oggetti eſteriori. Qui cominciai ad avere dei riſchiaramenti. In quella total quiete della meduſa lucevano debolmente i lembi dell'ombrello, non le altre parti di eſſo: e men debolmente lucevano i maggiori tentacoli. Avviſai adunque, che in queſte parti foſſe la vera ſede del fosforo: e i fatti che or paſſo a raccontare mi moſtrarono di non aver preſo sbaglio. Se con forbice affilata a meduſe allora peſcate ſi recida attorno l'ombrello, e ſi ſepari da' lembi ſuoi, i quali allora vengano a formare un anello, che abbia di larghezza cinque o ſei linee, e ſe ſu queſto anello paſſi il dito, di preſente fosforeggia nella parte, dove è toccato. Similmente ſe l'anello venga in pezzetti tagliato, ogni pezzetto in toccandolo manda luce, e ſeguita a farlo per un tempo non tanto breve, Per l'oppoſito il rimanente dell'ombrello ſpogliato dei tentacoli, e dell'altre ſue appartenenze, quantunque di eſtenſione incomparabilmente maggiore di quella dell'anello, rimane totalmente oſcuro, per quanto ſi ſtropicci, ſi comprima, ſi tagli, o in qualunque altro modo ſi tormenti.

Ma tutto quel tratto dell'anello che fosforeggia, è veſtito internamente di un teſſuto muſculoſo, di cui abbiam già più ſopra ragionato. Sarebbe mai queſto l'autore del fosforo, o almeno concorrerebbe comunque a produrlo? Ho ſcoperto che nò, poichè ſtaccatolo interamente, il fosforeggiamento ſi aveva come prima: ed ho altresì trovato dipender quella luce da un umore denſetto, e tanto o quanto attaccaticcio, che bagna e ſpalma il fondo dell'ombrello: il che viemmeglio vedrem quinci a poco.

Ma non evvi parte che faccia di sè moſtra più vaga, e più appariſcente di cotal luce, come i tentacoli più grandi. Se queſti adunque o ſeparatamente, o inſieme uniti ſi prendano fra l'indice, e il pollice, e le due dita li ſcorrano da cima a fondo, generaſi un vivaciſſimo ſolco di luce, che dura alcuni ſecondi; e l'eſperimento medeſimamente ſuccede, ove dall'animale ſtaccati ſiano i tentacoli. E poſſiam ripeterlo con buon ſucceſſo le otto, le dieci, ed anche le dodici volte, purchè altrettante ſi rinovelli il fregamento delle dita, col divario però che la luce ſi fa ſempre minore. E manifeſtiſſima ne è la ragione. Qui, come ai lembi dell'ombrello, il fosforo ha la ſua ſede in quell'umore alquanto denſo e viſchioſo. Dal replicato fregare i tentacoli viene portato via dalle dita, alle quali ſi attacca. E da ultimo del tutto vien meno ogni luce. Altrettanto ſi avvera nei nominati lembi, e nella borſa attaccata all'interno ſuperiore dell'ombrello, giacchè ella pure, toccata che ſia, fosforeggia alquanto; nè queſta tampoco laſcia d'eſſere ſuperficialmente bagnata da quel viſcido umore. Per i molti e variati miei tentativi non ho ſaputo trovare altre parti in queſti molluſchi, che dotate ſiano di tale luminoſa qualità. Queſte adunque ſi riducono a tre; i tentacoli più grandi, che primeggiano nel fosforeggiare; a queſti tengon dietro i lembi dell'ombrello, ed in fine la più ſcarſa luce ſi oſſerva nella borſa comunicante con quell'apertura dell'ombrello, che è forſe la bocca dell'animale. E queſti fosforeggiamenti ſi ottengon del pari dentro l'acqua marina, che fuori: brillano poi più nella ſalſugginoſa.

Che poi detto umore, per quanto agli occhi noſtri appariſce, ſia l'artefice del lume nelle noſtre meduſe, ſi rende chiariſſimo dai ſeguenti fatti. Se il pollice, e l' indice nell' ore notturne toccava or l'una, or l'altra delle tre parti indicate, ma in iſpezieltà i maggiori tentacoli, vi ſi attaccava una porzione di detto umore, e allora vivamente fosforeggiavan le dita. Se la mano raccolta in ſe ſteſſa afferrava le radici dei ſuddetti tentacoli, e giù ne ſcendeva fin dove finiſcono, l'intera palma rendevaſi brillantiſſima ed inſieme viſchioſa. E ſe replicava il medeſimo giuoco, ricompariva ſu la mano il fosforo, finchè quelle parti ritenevano qualche porzioncella di ſiffatta appiccaticcia ſoſtanza, ed ove ſpogliate ſe n'erano interamente, più non davan luce di ſorta. Per l'oppoſito palpando io il rimanente del corpo di queſti animali, non più l'umore mi ſi attaccava alle dita, e queſterimanevano oſcure. Se poi con un coltello raſchiava detto umore, e lo faceva cadere in un bicchiere pieno d'acqua o di latte, e con le dita, o una ſpatola ve lo ſtemperava dentro, i due fluidi divenivan fosforici. Il che non accadeva, incorporando ad eſſi il ſugo eſpreſſo da altre parti delle meduſe. Qui adunque conobbi, che quando ſi ſpreme il corpo d'una meduſa in qualche liquido, non è già ogni ſoſtanza di eſſa, che gli comunica lo ſplendore, ma quella ſolamente di che abbiam parlato, che riſiede nei tentacoli grandi, nella borſa, e nei lembi dell'ombrello. Perchè poi dotato egli ſia della facoltà fosforica, gli è d'uopo che ſia recente, o tolto almeno da meduſe, che di poco ceſſato abbian di vivere. Altrimenti come è inetto ad ornarle di luce, lo è del pari a comunicarla ad altri corpi.

E qui noteremo in paſſando un divario rilevantiſſimo tra le preſenti meduſe, ed altre aſſai prima da me oſſervate in altri mari. Queſte ultime vivendo, o morte di freſco, non ſono punto fosforiche; lo diventan ſoltanto, allorchè infradiciano e impuzzoliſcono. Quelle per contrario di che or ragioniamo, producono, ſiccome abbiam veduto, effetti oppoſti.

Per le oſſervazioni, e ſperienze ſparſe in queſta Memoria ſi raccoglie baſtantemente, che il liquor generato dal disfacimento delle meduſe è diverſo da quello del fosforo, giacchè il primo ſi eſtende, e s'interna per l'intero corpo della meduſa, e il ſecondo ha la ſua ſede in tre ſoli luoghi. Tuttavolta gioverà avvalorare queſta pruova per i due ſeguenti breviſſimi fatti. Spremuto dai maggiori tentacoli il ſugo appiccaticcio, ceſſa ogni lume, come ſi è detto, ſenza che ceſſi però di gemer da eſſi novello liquore, che anzi ſeguita ad uſcirne fino all'intera loro diſſoluzione. Di più reciſi per lo traverſo i medeſimi ad una freſca meduſa, e per conſeguenza brillantiſſima, il piano del taglio rimane tenebroſo, non oſtante che da eſſo venga fuori abbondante liquore: e il lume ſplende ſoltanto ſuperficialmente, cioè a dire dove riſiede l'umor fosforico. Sono adunque due ſoſtanze diverſe. E di vero non oſtante che per la mancanza di mezzi io non poteſſi analizzarle chimicamente, il ſolo ſenſo del guſto baſta a deciderne fondatamente. Il liquamento in

che

che ſi riſolvon le meduſe foſforiche è notabilmente ſalſo, e la ſalſedine, come abbiam veduto, ſi ha in grazia del muriato di ſoda, di cui eſſo abbonda. Non è dunque a ſtupire, ſe non ſia incomodo all'organo del guſto, ſiccome ho ſperimentato in me ſteſſo. Ma lo è bensì moltiſſimo il liquido foſforico, che rieſce anche moleſto alle parti delicate della cute, ſe inavvedutamente giunga a toccarle. Due fiate la curioſità mi ha tentato a guſtarlo con la punta della lingua. Il ſenſo in me cagionato è ſtato quello di un urente brucione, che ha durato più d'un giorno. Simile affezione, ma grandemente più doloroſa, l'ho a mal tempo in un occhio provata, per una goccia di eſſo caſualmente ſopra cadutavi. Il roveſcio medeſimo della mano ne ſofferiva ſempre alcun poco, ſe a lungo toccava queſti animali

Non vogliamo però pretermettere, che l'eccitamento di queſto moleſto prurito non è riſtretto a queſto umore foſforico, ſofferto avendolo ancora da meduſe non foſforiche eſaminate al Golfo della Spezia, come noto in un mio *Prodromo* ſtampato nella *Società Italiana*. Quindi intendiamo che Ariſtotile, e Plinio non avevano il torto di chiamare *ortiche* coſiffatti molluſchi, quantunque d' altronde ſia fermo, che alcune ſpecie di tal genere ſono affatto innocenti, come le eſaminate dall' illuſtre *Reaumur* alle coſte del *Poitù*, e le ſperimentate da me nel *Bosforo Tracio*, e altrove.

A compimento della ſtoria di queſti animali poche coſe mi reſtan da aggiungere. Faceva queſte mie oſſervazioni di ottobre. Allora lo ſtretto di Meſſina ne era abbondantiſſimo, ſingolarmente in vicinanza del Lazaretto, dove l'acqua era tranquilla. I ſiti del mare che ſono in calma, ſono i più favoriti per loro; certa coſa è almeno, che per quanto oſcillino le meduſe, non poſſono tener forte contra l'onde agitate, per cui vengon cacciate alla ſpiaggia, come ho veduto in altre parti del nominato Canale. A Meſſina ſi chiamano *bromi*, e da que' marinaj vengo accertato, che ivi ſi trovano in ogni ſtagione. Ne' marittimi miei viaggi attorno all'Iſole Eolie, non ne ho veduto che due in tempo di notte nel Canale di Vulcano, ſcoperto avendole dal loro foſforo, e le trovai eſſere della medeſima ſpecie delle già deſcritte. A Lipari ſono notiſſime, e con viva eſpreſſione *candellieri di mare* ſi appellano.

Una volta nel nominato Stretto ne oſſervai una, che per via di quell' umor viſcido aveva un peſciolino attaccato ai tentacoli, e i peſcatori mi atteſtano, che ſimil coſa ſi vede non infrequentemente. Opinerei pertanto, che tai minuti viventi, e forſe altri analoghi ſerviſſero alle meduſe di cibo, e quindi che i tentacoli foſſero come una rete per impigliarli col loro viſco, quantunque ſieno deſtinati a qualche altro uſo, come quello di dar luce. Queſta veggo pure eſſere ſtata l' opinione di *Plinio*.

Ho qualche ſoſpetto, che tai molluſchi ſieno ermafroditi, in quanto che ogni individuo abile ſia a propagare la ſpecie ſenza l' altrui commercio, come ſi oſſerva in aſſaiſſimi altri viventi di mare nella claſſe de' vermi. Lo congetturo non già per non averne mai vedute due inſieme accoppiate, ma per aver trovata medeſimezza di organiſmo in tutte quante le eſplorate da me, che aſcendono a più centinaja. La ſomma traſparenza de' loro corpi mi offeriva l' opportunità di poterne mirare l' interno, e cercare ſe naſcan da uova, o da feti; ma nulla di ſicuro emmi riuſcito di apprendere. Solamente in taluna delle grandi mi ſono appariti a pochiſſima diſtanza dai tubetti tracheiformi dei numeroſi aggregati di palline, che non ho mai vedute nelle picciole meduſe, ed in altre più corpulente queſte palline mi ſi ſono offerte maggiori; il qual fenomeno mi ha fatto correr per l' animo, ſe peravventura que' corpicciuoli foſſero uova; ma la neceſſità di dovere partir da Meſſina, laſciò mio mal grado queſta importante ricerca indeciſa.

Queſta novella ſpecie di meduſa potrebbe nemenclarſi così. *Meduſa phoſphorea orbicularis convexiuſcula, margine ſimbriato, ſubtus quinque cavitatibus, tentaculis quatuor craſſioribus centralibus, octo tenuioribus lateralibus longioribus.*

* * *

LETTERA

Del Sig. Dott. GIUSEPPE BONVICINI

Al Sig. Profeſſore MICHELE GIRARDI.

ALlorchè mi ſtimolaſte colla gentiliſſima voſtra lettera a dirvi il parer mio intorno al ſentimento della viſta nelle Lumache noſtrali, io era già per riſpondervi ciò, che pur mi dite, avervi riſpoſto tant'altri aſſai più di me capaci a contentare le voſtre brame. Ancor io mi trovava in buona parte perſuaſo ſu la ſcorta di valenti Naturaliſti, che queſte beſtiuole aveſſero ſu l'apice de' loro cornetti, o tentoni, ſe così chiamarli vi piace, occhi baſtanti a diſtinguer bene gli oggetti, che le circondano; ma riflettendovi più ſeriamente in quelle poche ore, che in mezzo a ſtudj più ſerj ſoglio con piacere donare allo ſtudio della Zoologia, e da me inſtituite alcune picciole ſperienze, m'hanno queſte meſſo nell'animo più d'un dubbio; anzi ve lo confeſſo colla mia ſolita ingenuità, mi fanno piegare verſo la contraria opinione. Io ve ne darò un breve dettaglio, e voi da ſaggio, che ſiete, ne farete quel conto, che ſi ſaran meritato.

Voi al certo non ignorate, che l'inſigne filoſofo *Ariſtotele* fu uno tra i primi, che cieche vollero le noſtre chiocciole, e qualunque altra ſpecie di animali teſtacei. Egli apertamente ce ne aſſicura nella ſua ſtoria degli Animali (lib. 3. cap. 22.); benchè a me ſembri, d'aver egli gratuitamente ciò aſſerito ſenza forſe diſcendere a replicate eſperienze per inveſtigarne la verità, giacchè nel luogo ſteſſo cieche pur pretende le talpe ſenza ulteriore diſamina, in tempo, che dai moltiplici tentativi fatti ſu queſto picciol quadrupede, ſi ſa, che la natura d'occhi baſtantemente il provvidde. A ſiffatta opinione l'erudito *Plinio* ſi ſottoſcriſſe ſenza cercar più oltre, o tratto a così penſare dall'autorità di quel grand' uomo, o non potendoſi perſuadere, che queſti animaletti recaſſero nella cima delle loro corna, ed in luogo sì ſtrano quegli occhi, che gli altri animali in fronte portavano. Voi ben vedete, mio pregiatiſſimo Amico, quanta forza aver dovea l'opinione de' due citati Filoſofi ſul comun ſentimento in un'età ſpezialmente, in cui per mancanza de' più acconcj ſtrumenti l'anotomia, e le oſſervazioni ſu gli animali, e ſpeſſo ancor de' più piccioli, far non potevano que' progreſſi, per mezzo de' quali oggi ſi veggono a tanto onor pervenute.

A tempi aſſai di gran lunga poſteriori, ed al noſtro in iſpezial maniera era riſervato il diſcutere con più fondate ragioni, e con più deciſivi cimenti, ſiccome tant'altri, anche queſto argomento.

Il *Borelli* (*De vero Teleſcopii inventore Obſerv.*) è ſtato uno fra i molti, che ne hanno parlato, che dalla ocular iſpezione di que' piccioli punti neri, e brillanti, che riſaltan dall'apice delle corna delle noſtre lumache, ſi fe' a credere, che andaſſero eſſe dell'organo della viſta fornite. Così pure la pensò il diligentiſſimo *Liſter* (tract. de cochleis.) tratto dalla medeſima oſſervazione. Fuvvi però, chi non moſtroſſi tanto liberale colle noſtre chiocciole, e l'illuſtre *Aldrovandi* fra gli altri, nel ſuo Trattato *degli Inſetti*, circoſcriver volle nelle medeſime il ſentimento della viſta ſoltanto nelle due corna maggiori, laſciando all'altre due minori l'uffizio ſemplice di tentoni. Ne vi mancarono alcuni altri, che ſeguaci tenaciſſimi dell'antica opinione, le diſſero affatto cieche, come avanzò fra non pochi il dotto P. *Bonnani* (*Recreatio ment. & ocul. Probl.* 33.).

Franceſco Redi eſimio Naturaliſta, come ſapete, e che a ragione chiamar più volte vi ho udito il vero maeſtro nell'arte di oſſervare, volle anch'egli eſaminare le lumache noſtrali, ed i lumaconi ignudi, e pronunziò con tutta la ſicurezza, che non macavano coteſti animaluzzi del benefizio della viſta.

Ma neſſuno, per mio avviſo, ſpinſe tant'oltre le ſue ricerche ſu l'organo viſuale delle noſtre lumache, quanto il celebre, oculatiſſimo *Suamerdamio*, e il diligente *Muralto*, che molte di queſte ſacrificarono ad una rigoroſa anotomia per ſincerarſi di queſto intereſſante punto di Storia naturale; anzi il primo di queſti giunſe a tanto, che ci aſſicura d'aver rinvenuto ne' menzionati punti nereggianti, e lucidi de' loro cornetti la vera ſede degli occhi, ſcoprendovi la tunica chiamata *uvea*, e i tre umori dell' occhio noſtro, con un muſcolo, per mezzo di cui ponno entro la teſta ritirare le dette corna, ed a cui dà il nome di *nervo ottico*.

La ſola autorità d' uno *Suamerdamio* avrebbe forſe potuto trarre di dubbio molt' altri, che ancora in oggi riſolverſi non ſanno a creder dotate le noſtre chiocciole dell' organo della viſta, ſenza che vi ſi aggiungeſſe quella d' un *Bonnet*, e d' uno *Spallanzani*, a cui vi è noto, quanto la natura ama riſpondere ſenza velo ne' loro dotti queſiti.

Io riſpetto, quant' altri mai, il ſentimento di così eſimii Naturaliſti, nè totalmente ſo condannare que' molti, che l' hanno ſeguito ſenza prenderſi veruna briga di eſaminar più addentro l' affare, ma i moltiplici tentativi da me fatti a tale oggetto non mi permettono per ora di divenirne ſeguace. Eccovi ciò che ho potuto ſcoprire.

Ho preſe venti delle noſtre lumache terreſtri di quella ſpecie, che il cel. *Linneo* nel ſuo *Siſtema naturæ* chiama *Coclea teſtà ovatâ quinque ſpirarum*, *Pomatia dicta*, e che ſpeſſo diviene una non ingrata vivanda delle noſtre menſe; ed attentamente eſaminatele ad oggetto di ſcoprire, ſe veramente foſſer dotate del ſenſo della viſta, i riſultati del mio ſcruttinio furono i ſeguenti.

Qualunque volta da me collocate le dette chiocciole ſu d' un piano, ſtraſcicavanſi ſu di queſto, e prendevano una qualche direzione, ho poſto in piccola diſtanza un oſtacolo ora opaco, ora diafano, talora d' un colore oſcuro, talora di un chiaro, talvolta molle, e cedente, e talvolta reſiſtente, e duro, rimpetto alle loro corna, ed ho coſtantemente oſſervato, che da queſto non deviavan mai le medeſime, ſe prima non giungevano ad urtarvi colle dette lor corna, e ſpezialmente colle maggiori, eſſendo quaſi ſempre le prime a toccarne la ſuperfizie.

Vero è però, che avendo qualche volta oppoſto loro nella guiſa ſteſſa un pezzo di carta affatto bianca, per vedere, ſe a cagione de' molti raggi di luce, che rifletteva, convincere mi poteſſi, che co' loro ſuppoſti occhi la diſtingueſſero, ſchivandola prima di arrivare a toccarla, e mutaſſero direzione, ho veduto, che talora così ſuccedeva, come ſe aveſſero diſtinto l'oſtacolo, che veniva alle medeſime preſentato; ma ſiccome il più delle volte il contrario avveniva, non poſſo, che attribuirlo ad un mero accidente.

Allorchè le mie lumache avevano nel loro viaggio ben allungati i loro cornetti, ho appreſſato alla cima de' medeſimi un dito, o qualunque altro picciol corpo leggermente agitandolo per ogni verſo, ma non hanno mai eſſe ritirati tai membri, e dato un ſufficiente indizio d'accorgerſene, come ſembra, che avrebbero dovuto fare, ſe co' menzionati occhietti lo aveſſero diſtinto.

Ho poſto a rincontro delle medeſime, allorchè avevano un moto progreſſivo, una candela di cera acceſa, eppure non hanno giammai mutata direzione, nè da quella deviato, ſe non quando il calore della fiamma giugneva ad oſfender la cima delle lor corna; anzi ho quaſi ſempre veduto, che, tenendo la primiera lor direzione, ſono giunte perfino a ſpingerle nella fiamma ſteſſa prima di ritirarle, e mutar viaggio.

Il deviare da corpi, che loro metteva incontro, era coſtante, li toccaſſero eſſe colle corna maggiori, o colle minori, baſtando, che coll'une, o coll'altre dentro vi urtaſſero. Io ho oſſervato, che colle minori ſembrano ſcandagliare col loro allungamento, e ritiramento il piano de' corpi, ſu cui ſi ſtendono, tenendole quaſi ſempre rivolte a terra, ed in tal poſitura, che a chi ignora la ſtruttura di ſimili animaletti, ſembrar potrebbero a prima viſta piuttoſto due zampine. Colle maggiori poi, che tengono d' ordinario aſſai alzate, moſtrano di eſaminare, ſe v' abbia una qualche ſuperſizie, che ſi rialzi dal piano, ſu cui ritrovanſi, per ivi attaccarſi. Diffatti ho veduto, che ad urtare in qualſiaſi corpo, che aveſſe un rialzamento, fermavanſi toſto, e a più riprefe toccavanlo, e rittoccavanlo co' loro minori cornetti, dopo di cui allungavanſi eſſe, ſtendendo a un tempo ſteſſo, ed alzando i maggiori, ſollevavano la teſta, e facendo un punto d' appoggio ſull' ampio loro piede a quello appigliavanſi, e proſeguivano il lor cammino. Era un piacere l' oſſervare la ſomma irritabilità di ſiffatti cornetti, allorchè urtavano in qualche corpo, od anche qualora leggermente agitavaſi l'aria, da cui eran cinte, e quel curioſo ritirarſi all'indentro ſino alla loro radice, imitante, dirò così, il roveſciamento d'un guanto; il qual giuoco ſcoperſi facilmente anche ſenza il ſoccorſo del microſcopio, per eſſere, come ſapete, quaſi onninamente diafani in tutta la loro lunghezza.

Da queſti fatti io ſarei tentato, per dirvi la verità, a trarne la conſeguenza, che le noſtre lumache provedute non ſiano dell'organo della viſta, oppur ſe l'abbiano, averlo debbano aſſai ottuſo, e ſommamente imperfetto, almeno qualor pretendaſi, che collocato ſia nell'apice delle più volte accennate loro corna; e che ſiffatte membra ſiano altrettanti tentoni deſtinati a ſervir loro di ſcorta per iſcandagliare la ſuperfizie de' corpi, ſu cui ſi ſtriſciano, ſupplendo alla totale mancanza, o all'eſtrema debolezza della lor viſta, come la penſarono tant' altri, e fra queſti il riſpettabile Naturaliſta Sig. *Adanſon*, che ha in gran parte illuſtrata la ſtoria fiſica di queſto genere d'animali.

E qui permettetemi, ch'io vi dica, che ſe replicate in buon numero non aveſſi le mie oſſervazioni, ed anche in compagnia di alcuni dotti miei amici, avrei creduto d'eſſer cieco in pien meriggio, o di ſognare nell'oſſervar ch'io facea quel continuo taſteggiare, che fanno le noſtre lumache, allorchè incontranſi in qualche corpo, o qualor prendono un moto progreſſivo ſoltanto, e che vi ho già ſuperiormente deſcritto, giacchè l'erudito autore del Dizionario degli Animali apertamente proteſta di non vederſi in queſti loro tentoni coſa, che poſſa far ſoſpettarne l'uſo, di cui parliamo, ſenza però farci partecipi degli argomenti, che il moſſero a decider così.

Io non ſaprei eſprimervi con qual piacere abbia io veduto confermata queſta mia congettura in una Lettera ſcritta all'eſimio Naturaliſta Sig. Ab. *Spallanzani* dall'illuſtre Anatomico Sig. Dott. *Michele Gerardi* profeſſore d'anotomia, e ſtoria naturale in queſta R. Univerſità, e che legger potrete nel tomo 2. par. 2. delle Memorie della *Società Italiana*. Ivi vedrete, che il dottiſſimo Autore, dopo d'aver ſuperato lo ſteſſo *Suamerdamio* nella più fina, e ſcrupoloſa notomia delle noſtre chiocciole, le ha cimentate in più maniere, e i ſuoi riſultati non differiſcon da' miei, ſicchè l'opinion ſua colla mia perfettamente s'accorda. Così la natura in tempo, che tutta era intenta a ſvelarſi a un tanto di lei benemerito oſſervatore, mi luſingo non abbia sdegnato in qualche modo riſpondere ad un ſemplice ammiratore de' ſuoi prodigj.

Qualora veniſſe concludentemente provato, che ſiſſatti teſtacei privi foſſero della viſta, non per queſto la provida natura ſarebbe ſtata loro matrigna, privandoli d'un ſenſo da lei conceſſo alla maggior parte degli animali, mentre ne furono ben compenſati, loro accordando una ſi grande irritabilità nelle loro corna, ed un tatto ſi ſquiſito, e ſi fino da non invidiare tant'altri vermi, ed inſetti, cui eſſa per tal mezzo reſe ſenſibiliſſimi: ed allorchè pe' ſuoi particolari diſegni, il più delle volte da noi ignorati, negò loro il vedere, moltiplicò in eſſi queſt' organo del tatto non ſolo, ma di queſto li corredò in grado eminente per tutta la ſuperficie del corpo, ond'eſſere prontamente conſcj di ciò, che toccavano, e li reſe capaci di ripararſi entro un ſodo ritiro d gli attacchi di molti loro nemici, ch' eſſi veder non potevano, e che continuamente aſſediavanli.

Nel corſo delle mie ſperienze, non ſo come, mi venne in mente il penſiero di cercare, ſe in queſti loro tentoni riſiedeſſe mai per avventura anche il ſenſo dell'odorato. Io ho voluto farne la pruova tanto più, che per quanto io mi ſappia, non è ſtato ciò da altri tentato.

Voi non porrete già in dubbio, che generalmente gli inſetti ſiano forniti del ſentimento dell'odorato forſe di gran lunga in eſſi più fino, e più dilicato, che in qualſiaſi altro animale. Le moltiplici eſperienze, che ſono ſtate inſtituite finora, meritamente ce lo perſuadono, benchè poi reſti ancora indeciſo, ove un tal ſenſo ritenga la preciſa ſua ſede. Le ſoſtanze ridotte a fermentazione, a cui da ghiotti van dietro moltiſſimi inſetti, e ſe ne cibano attirati dall' odore, che ne eſala, benchè ſiſſatte materie ſiano in modo collocate, e coperte, che non ponno eſſere da loro vedute; l'allontanamento, e lo ſcomparir di molt' altri da certe ſoſtanze di odor forte, e cattivo, ne ſono tutti baſtanti, e ragionevoli indizj, cui non lice ſi facilmente di contradire. E ſe qui voleſſi adurvene ulteriori eſempj, vi accennerei i ſcarabei acquatici,

acquatici, che ſentono ben da lungi l'odore delle beſtie morte, e vengon ſuori dell' acqua per farſene gradito cibo; vi potrei rammemorare le api, a cui ſapete quanto talora giovino i ſuffumigj, e quanto piaccia l' odore dell' apiaſtro, e del timo. Il ſagaciſſimo Oſſervatore *Lionnet* era portato a credere, che queſto ſenſo ſi rinveniſſe nelle barbe, di cui vanno ſpeſſiſſimo forniti nella bocca molti inſetti, ed il Cel. Naturaliſta *Bonnet* avea già ſoſpettato, che collocato foſſe nelle loro antenne: il qual ſoſpetto parmi, che avrebbe dovuto riſvegliare negli amatori della ſtoria naturale un viviſſimo impegno, onde verificarlo, o diſtruggerlo. Sembrava, che per una certa analogia dal penſamento ſoſtenuta di alcuni ſolenni Naturaliſti, non ne doveſſero eſſer privi i vermi, e i teſtacei, e fondato ſu queſta volli farne la pruova ſulle mie lumache.

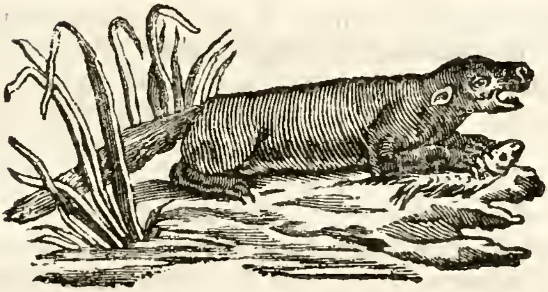
Io aveva ſul mio tavolino una piantina di Satureja ancor freſca, ed accoſtandola pian piano a' tentoni di queſte beſtiuole, ora ai maggiori, ed ora ai minori, m'accorſi ben preſto, ch'eſſe velocemente li ritiravano, li contorcevano in varie guiſe, e volgevanli ad altra parte, quaſi che queſte membra tocche ſommamente veniſſero dall' odore, che continuamente eſalava dalla detta piantina. Sulle prime io la credetti piuttoſto un' accidentalità da non farne alcun caſo, ma replicando più volte l'eſperimento, ne ottenni coſtantemente il medeſimo riſultato. Io quì non mi riſtetti, ma le volli tentare con altre materie odoriſere, come ſarebbe il muſchio, al cui odore ſi moſtrarono ancor più ſenſibili di prima, non così però tanto, quanto all' odore della carta bruciata, ch' io loro preſentai, giacchè di gran lunga più pronte furono a ritirare i lor tentoni, e più tarde d'aſſai a nuovamente allungarli di quello, che fatto aveano per l' addietro.

Se queſti miei tentativi non ſono concludenti pruove, onde in loro determinar francamente la ſede dell'odorato, parmi almeno, che aver ſi poſſano per non leggieri indizj a ſoſpettarlo collocato nelle deſcritte lor membra, tanto più per avere oſſervato, che variando i miei eſperimenti col preſentar vicino a' loro cornetti alcune ſoſtanze inodoriſere, o che almeno un odor ſenſibile non tramandavano, tenevano eſſe ſiffatte corna quietiſſime, e nella naturale loro poſizione ſenza moſtrare d' eſſerne tocche in veruna guiſa. Ed ecco, come non ſenza qualche ragione potrebbeſi congetturare, che membra tali poſſan loro ſervire a un doppio uſo; per conoſcere cioè i corpi, in cui s' imbattono, e per ricever gli effluvj, che da eſſi ne partono. Così la natura ſempre varia nelle mirabili ſue opere ſembra, che abbia voluto ſcherzare in coteſti curioſi animaletti, moltiplicando in un ſol membro ciò, che in più ha diſtribuito nella maggior parte degli animali per una ſorprendente economia, dietro a cui perdeſi l' occhio il più acuto, e filoſofico.

Nè le lumache ſono l' unico eſempio di animali, cui un ſol membro ſerva a più uſi. Voi vi ricordate beniſſimo, che molti inſetti, e teſtacei ancora hanno talora ſortito dalla natura un membro, o l' altro, che adoperan ſovente a più coſe. La moſca de' roſaj, di cui il celebre *Valliſnieri* ci ha laſciata una elegantiſſima ſtoria, ſerveſi a un tempo ſteſſo della deretana ſua parte a formare una picciola ſenditura nella pianta, ſu cui paſſeggia, colla compoſtiſſima, e mirabile ſua ſega, e per deporvi le uova. In molte ſpezie d' Icneumoni la loro coda aſſai lunga ſerve e per trapanare il corpo d' altri inſetti, e per deporvi la prole. A molt' altri che vivon nell' acque, ſerve un tal membro e per iſgravarſi delle loro uova, o de' feti, e a un tempo ſteſſo per reſpirare. Il mitolo di fiume adopera la ſua tromba deſtinata a ſucchiar l' umore, che lo alimenta, per alzar le ſue valvule, e porle ſul taglio, facendola pur ſervire di piede per intraprendere il tardo ſuo viaggio. Le ſteſſe noſtre chiocciole ve ne rinnovano l' eſempio, di cui parliamo, giacchè, come abbaſtanza vi è noto, corredate ſono di un foro nella deſtra parte del loro collo più vicina alla teſta, che loro ſerve nel tempo medeſimo di paſſaggio all' aria, che pur reſpirano, e di uſcita alle lor uova.

Ma io oltrepaſſerei i limiti preſcritti ad una breve letteruccia, ſe qui voleſſi farvene una più eſteſa nomenclatura, e ſarebbe appunto ſpedir Nottole ad Atene il raccontarvi ciò, che meglio di me ſapete. Io vi prego di replicare queſti miei tentativi, e di ſapermi dire, s' io mi ſono ingannato. Frattanto non tralaſcierò di ſtudiare queſte beſtiuoluzze, con cui ho cominciato a rendermi famigliare, nè occaſione alcuna di farvi conoſcere a prova ch' io ſono.

Parma 15. Giugno 1792.



OSSERVAZIONI
METEOROLOGICHE

Fatte in Verona negli anni 1792, 1793.

Dal Sig. Antonio Cagnoli.

OMettendo le ſpiegazioni già date ne' due precedenti Volumi, eſpongo il terzo biennio delle mie Oſſervazioni meteorologiche, compendiato ſiccome gli altri nelle ſeguenti Tabelle, con la giunta però queſta volta del medio d'ogni colonna, deſunto dagli anni ſei; il qual moſtra così a colpo d'occhio le varietà particolari d'ognun de' due ultimi.

Il numero delle volte, che lo ſpirar d'ogni vento mi venne oſſervato in ciaſcuno d'eſſi, è come ſegue.

Anno	T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
1792	57	184	398	322	117	88	353	356
1793	95	191	357	326	124	77	246	259

Accoppiando queſte quantità con le relative del quadriennio antecedente, ſi ricavan le medie, che vengono appreſſo.

T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
131	237	402	295	124	114	274	289

La coſtituzione ordinaria de' meſi, raccolta dal ſeſſennio, diverſifica alquanto da quella che il ſolo quadriennio aveva ſomminiſtrata, e però non tralaſcio di publicarla, ſorpaſſando bensì que' meſi, i quali non veſtono alcun de' caratteri diſtintivi, che ho preſi a conſiderare.

Gennajo. Li venti da Maeſtro, Ponente, e Garbino, e li dì nubiloſi regnano più che in ogni altro meſe.

Febbrajo. Eguaglia l'Ottobre per la maggior frequenza dell'Oſtro: ed ha poi meno pioggia, e manco giorni piovoſi di qualunque altro.

Aprile. Ponente e Maeſtro ſpirano il più di rado.

Maggio. Quel che ha più giorni di pioggia,

Luglio. La maggior quantità de' giorni ſereni, e la minore de' nuvoloſi hanno luogo; col più ſoffiar di Levante, e Scirocco, e col meno di Tramontano.

Agoſto. Riceve la maſſima ſomma delle altezze barometriche; ed il minimo alito del Garbino.

Ottobre. Il più piovoſo di tutti. L'Oſtro vi ſi diporta come in Febbrajo; il Greco n' è ſchivo.

Novembre. Ha il minor numero de' giorni ſereni.

Dicembre. Toglie la minima ſomma delle altezze del barometro: più viſitato da Greco e da Tramontano; meno da Oſtro, Scirocco, e Levante d'ogni altro meſe.

L'anno 1792 è ſtato notabilmente aſciutto, col favor di Ponente e Maeſtro, che aſſai più frequenti, con l' abſenza di Tramontano e Greco, che men dell' uſato ſpirarono. In Gennajo 14 pollici di neve, 9 in Febbrajo, uno in Dicembre, poca in Novembre e di breve durata. In Giugno, tra li 28 e 29, lieve ſcoſſa di tremuoto, un' ora e mezzo dopo la mezzanotte. Li temporali, 2 in Giugno, e 2 in Ottobre.

L'anno poi 1793 è ſtato in totale più caldo che freddo, atteſi i lunghiſſimi ardori della ſtate. Dominato aſſai da Scilocco, ſentì men del ſolito Levante, Greco, Garbino, e Tramontano. Ma ſe nel pieno non ſi diſcoſta maggiormente dall' uſato, nelle ſtravaganze particolari de' meſi è ſtato in vero ſtraniſſimo. Di fatti il Marzo fu il più piovoſo, dov' eſſer ſoleva il meno: nel ſolo giorno 19 con la notte precedente, inaudita coſa, ſtraboccarono pollici 3 $\frac{1}{2}$ d'acqua. All' incontro l'Ottobre, che della pioggia ſuol eſſere il più abbondante, ha tenuto il quarto luogo tra gli aſciutti, con eſſere ſtato per la ſerenità e tepore dell' aria piacevoliſſimo. In Aprile inſolita coſtanza ed intenſità di freddo. Il Maggio pur freddo, piovoſiſſimo. Freddi perſino li due primi giorni di Giugno. In Luglio ed Agoſto aſciuttore e caldo pertinaciſſimi. Il maſſimo calor di Verona, gradi 28 $\frac{1}{2}$, che non avevo notato mai dopo i 10 d' Agoſto, s' è ripetuto ai 14. Quindi il Settembre piovoſo metà più dell' uſato: così il Dicembre, e tepido aſſai. Di neve ſon caduti tre pollici in Gennajo, uno in Febbrajo. In queſto poi forte ſcoſſa di tremuoto ai 28, a ſei ore della mattina, con bel tempo, barometro quaſi altiſſimo, e vento da greco-tramontana. Ebbero un temporale l'Aprile, il Giugno, e l'Agoſto, quattro il Maggio, un finalmente l'Ottobre nella mattina dei 31 con fragore e grandine.

1792 Mesi.	ALTEZZE DEL TERMOMETRO. Minima.	 Media.	 Massima.	ALTEZZE DEL BAROMETRO. Minima.	 Media.	 Massima.
Gennajo.	— 5, 25 *li* 10	2, 20	7, 66 *li* 30	27 1, 48 *li* 11	27 8, 88	28 0, 70 *li* 11
Febbrajo.	— 4, 25 *li* 17	2, 60	10, 33 *li* 13	3, 93 *li* 18	10, 25	3, 64 *li* 2
Marzo.	— 0, 50 *li* 1	8, 20	16, 00 *li* 26	5, 06 *li* 10	10, 20	1, 81 *li* 21
Aprile.	5, 75 *li* 22	11, 00	22, 50 *li* 30	3, 75 *li* 4	11, 34	3, 09 *li* 21
Maggio.	8, 25 *li* 10	14, 33	24, 33 *li* 21	5, 89 *li* 5	10, 56	2, 66 *li* 19
Giugno.	11, 00 *li* 8	18, 17	24, 5; 15, 17	6, 81 *li* 20	10, 45	1, 27 *li* 16
Luglio.	13, 00 *li* 31	20, 20	27, 75 *li* 20	6, 63 *li* 28	10, 41	0, 95 *li* 10
Agosto.	11, 00 *li* 21	18, 66	25, 75 2;, 30	6, 06 *li* 15	10, 37	0, 03; 16, 28
Settembre.	7, 75 *li* 28	14, 50	25, 75 *li* 1	4, 41 *li* 22	10, 08	27 11, 86 *li* 9
Ottobre.	5, 00 *li* 31	11, 00	16, 50 *li* 8	7, 05 *li* 9	10, 67	28 2, 15 *li* 23
Novembre.	1; 20, 23, 29	6, 40	12, 50 *li* 3	4, 85 *li* 23	11, 51	3, 00 *li* 15
Dicembre.	— 2, 00 *li* 31	1, 60	7, 00 *li* 12	1, 92 *li* 24	9, 00	3, 84 *li* 9
Anno.	— 5, 25	10, 94	27, 75	27 1, 48	27 10, 31	28 3, 84
Medio.	— 6, 79	11, 03	28, 31	27 1, 44	27 10, 33	28 4, 33

1792. *Mesi.*	*Giorni sereni*	*Giorni varj.*	*Giorni nuvolosi.*	*Giorni di pioggia.*	*Giorni di nebbia.*	*Quantità della pioggia.*	*Venti dominanti.*
Gennajo.	4	4	13	15	8	pol. 4 2, 27	M. P. Gr.
Febbrajo.	11	7	11	2	6	0 7, 63	M. P.
Marzo.	8	10	13	3	2	0 8, 15	L. S.
Aprile.	16	8	6	7		0 6, 96	L.
Maggio.	8	9	14	11		3 10, 32	L.
Giugno.	12	11	7	7		2 1, 46	P. M.
Luglio.	11	16	4	7		1 1, 88	L.
Agosto.	11	12	8	6		1 5, 45	L:
Settembre.	8	13	9	9		3 6, 00	M. S.
Ottobre.	8	12	11	9	1	6 2, 58	S. M.
Novembre.	12	7	11	5	5	1 5, 03	P. M.
Dicembre.	12	9	10	4	5	1 10, 64	P. M.
Anno.	121	118	127	85	27	28 8, 37	M.

1793.	ALTEZZE DEL TERMOMETRO.			ALTEZZE DEL BAROMETRO.		
Mesi.	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*
Gennajo.	— 4, 25 *li* 12	0, 91	6, 75 *li* 26	27 4, 42 *li* 24	27 10, 59	28 3, 86 *li* 22
Febbrajo.	— 2, 00 *li* 2	4, 04	11, 25 *li* 27	6, 10 *li* 11	10, 61	3, 21 *li* 23
Marzo.	1, 00 *li* 10	7, 19	13, 00 *li* 30	6, 05 *li* 7	9, 62	3, 07 *li* 13
Aprile.	3, 50 *li* 8	9, 08	17, 50 *li* 30	4, 81 *li* 28	8, 91	2, 22 *li* 7
Maggio.	7, 00 *li* 23	13, 18	21, 50 *li* 10	6, 94 *li* 2	9, 90	1, 47; 4, 5
Giugno.	7, 50; 1, 2	17, 42	25, 75 *li* 10	6, 35 *li* 28	10, 77	1, 35 *li* 29
Luglio.	15, 50 *li* 21	21, 51	28, 50 *li* 5	7, 29 *li* 29	11, 10	2, 12 *li* 5
Agosto.	13, 00 *li* 1	20, 44	28, 50 *li* 14	8, 28 *li* 16	11, 26	2, 14 *li* 22
Settembre.	8, 50 *li* 24	15, 47	23, 25 *li* 23	5, 23 *li* 21	11, 18	2, 16 *li* 9
Ottobre.	5, 75 *li* 26	12, 27	18, 50 *li* 14	2, 71 *li* 31	11, 58	2, 96 *li* 15
Novembre.	1, 25 *li* 30	7, 72	13, 33 *li* 27	3, 70 *li* 1	10, 41	2, 08 *li* 21
Dicembre.	— 3, 00 *li* 6	4, 62	9, 75; 21, 23	5, 46 *li* 22	9, 35	1, 07 *li* 2
Anno.	— 4, 25	11, 16	28, 50	27 2, 71	27 10, 44	28 3, 86

1793.	*Giorni*	*Giorni*	*Giorni*	*Giorni*	*Giorni*	*Quantità*	*Venti*
Mesi.	*sereni.*	*varj.*	*nuvolosi.*	*di pioggia*	*di nebbia.*	*della pioggia.*	*dominanti.*
Gennajo.	6	13	12	4	3	pol. 2 1, 86	M.
Febbrajo.	6	12	10	2	3	0 7, 11	P. M.
Marzo.	4	11	16	9		6 8, 22	L.
Aprile.	5	11	14	8		2 0, 83	L.
Maggio.	4	17	10	14		5 3, 27	L.
Giugno.	7	19	4	6		2 3, 43	S. L.
Luglio.	7	20	4	7		2 2, 78	L.
Agosto.	8	21	2	7		2 9, 47	L:
Settembre.	1	21	8	10		4 2, 84	M.
Ottobre.	8	16	7	5		1 7, 92	P. M. S.
Novembre.	5	12	13	7	5	1 4, 08	P. S.
Dicembre.	3	8	20	17	8	3 6, 52	Gr.
Anno.	64	181	120	96	19	31 9, 21	L.
Medio.	117	124	125	59	18	31 6, 78	L.

OSSERVAZIONI

Del Sig. FLORIANO CALDANI

SOPRA LA TRASFORMAZIONE DI UN INSETTO, E SOPRA LE IDATIDI DELLE RANOCCHIE

PRESENTATA

Dal Sig. CAVALIERE LORGNA.

§. I.

SE v'ha parte della Fiſica, nella quale le oſſervazioni iſolate e ſemplicemente annunziate arrecano de' lumi al ramo tutto della ſcienza, eſſa è certamente la Storia naturale; e ſe vi ſono oggetti, che ſomminiſtrino più frequentemente delle varietà, e de' non atteſi accidenti, converrà meco, lo ſpero, ogni Naturaliſta, che tali ſono gl' inſetti, de' quali non ſiamo ancor giunti a conoſcere l' intima animale economia, non oſtante le immenſe ricerche del *Reaumur*, e del *Bonnet* per tacere di tanti altri. Tutti gli Entomologi riferiſcono delle particolari oſſervazioni o circa il modo, in cui ſi moltiplicano queſti animali, o quello di vivere, o circa la loro ſtruttura, o finalmente ſu qualche non conoſciuta varietà: e ſe ſi accumulaſſero queſte oſſervazioni in un ſolo corpo, ci avvedremmo facilmente, quanto andaſſero lungi dal vero coloro, che prima di queſte ſi credevano di conoſcere a fondo l'Inſettología. Non dobbiamo però penſare anche noi in cotal guiſa per eſſere di tante nuove ſcoperte provveduti, ma richiamando ſovente alla mente il detto di *Seneca* aſpettar ci dobbiamo ogni giorno, che venga l' ignoranza noſtra vieppiù diradata per opera degl' inveſtigatori della Natura. Se le due oſſervazioni che ſono per eſporre, ſieno atte a concorrere in qualche modo ad un tant' utile ſcopo, lo giudicheranno i Dotti, ed io mi luſingherò di non aver gettato e il tempo, e l'opera, ſe il loro voto mi riuſcirà favorevole.

§. II.

Nella ſtate del 1791, per non eſſere una ſtagione adattata ai lavori anatomici, mi venne in capo di oſſervare con iſcrupoloſa attenzione la metamorfoſi di parecchi bruchi, affine d'iſtruire me ſteſſo, e di verificare quanto ſopra di eſſi era ſtato da altri pubblicato. Io aveva in pronto alcune piante di *Capſicum annuum Linn.*, e mi era avveduto, che le ſoglie erano quà e là corroſe per opera d'inſetti, e andando in traccia de' bruchi, che n'erano ſtati gli Autori, ne trovai un buon numero, e di varia grandezza. Quando un tal animale è piccolo, eſſo è verde di colorito, ed ha 6. od 8. punti neri aſſai viſibili ſul dorſo, con altri più minuti ſparſi ſulla teſta, ma non diſcernibili ſenza l'ajuto della lente. Da queſti punti, che ſono altrettanti tubercoletti rotondi, ſorgono de' tenuiſſimi peli di colore oſcuro. Creſcendo l'animale, niente più ſi oſſerva di ciò, e (quantunque il bruco non ſi ſpogli della ſua pelle), ſu tutta la ſuperficie del dorſo compariſcono de' cerchj di colore più chiaro della ſottopoſta ſoſtanza del bruco, e dal centro di queſti cerchj ſorge un pelo bianchiccio. Eſſo ha undici ſegmenti, ed ai lati della teſta comincia una linea bianca, che giunge fino al principio del penultimo ſegmento; ſotto queſta linea nella protuberanza del ſegmento ſteſſo ſi oſſerva una macchia di color giallo, di figura ovale *O*, e contornata da una linea nera. Ha finalmente dodici gambe, appartenendo perciò alla quinta claſſe del *Reaumur*, ſei anteriori ſcaglioſe, quattro intermedie membranoſe al 7.° ed 8.° ſegmento, e due poſteriori della ſteſſa natura, incurvandoſi egli allorchè ſi trasferiſce da un luogo all'altro.

§. III.

Da una tale deſcrizione, e meglio ancora dalla Figura I., nella quale vedeſi queſto bruco rappreſentato un poco maggiore del naturale (*a*), non ſembra ch'eſſo abbia delle notabili varietà da altri ſimili animali. Raccolti avendo molti di queſti bruchi, ne poſi parecchi in alcuni vaſi di criſtallo ricoperti da folta tela, e ne laſciai degli altri ſopra una pianta di *Capſicum*, ſomminiſtrando due volte al giorno il ſolito cibo a quelli, che ſi trovavano imprigionati. Dopo quattordici o ſedici giorni (ſecondo la varia età de' bruchi), vidi ch' eſſi cominciavano a teſſere il loro picciolo bozzolo, avvicinando l'una all'altra quelle foglie, che loro erano più a portata, e lo ſteſſo intender ſi dee di quegl' individui, ch' erano chiuſi ne' vaſi, nel qual lavoro non impiegano che un giorno all'incirca, eſſendo però aſſai ſcarſo di fila il bozzolo ſteſſo, e di poca reſiſtenza ed opacità.

§. IV.

Dodici giorni impiega queſto bruco nella ſua trasformazione, allorchè ſi rinſerra nella ſeta da lui teſſuta. Non tutti però i miei bruchi giunti a maturità ſi fabbricarono il bozzolo. Ne vidi alcuni, che avevano ſul dorſo una prominenza bernoccoluta a guiſa di un frutto di moro; queſti benchè foſſero creſciuti alla grandezza degli altri, ſi rimanevano oziosi, non mangiavano, ſembravan deboli, giacevano ſu qualche lato, ſi oſcurava e ſi raggrinzava la loro pelle; e paſſati due giorni uſcivano dalla prominenza poſta ſul dorſo due o tre vermetti, li quali formavano in poca diſtanza altrettanti bozzolini ſeparati, ne' quali ſi racchiudevano, e cangiati in criſalide comparivano poſcia ſotto la forma di una moſca. Di ſimile trasformazione ne parlano moltiſſimi Naturaliſti, e merita di eſſer letta la Memoria XI. del ſecondo Volume della grand' Opera del Sig. de *Reaumur* (*b*).

(*a*) Le Figure I, III, IV, V, VI ſono per metà più grandi del naturale, onde meglio ſe ne ſcorga la configurazione.

(*b*) *Memoires des Inſectes.*

§. V.

Que' bruchi, che ſi racchiudono nel bozzolo, ſi cangiano in criſalide, come tutti gl'inſetti di ſimile ſpecie: perciò alcuni degli animaletti, che formavano l'oggetto delle mie ſpeculazioni, divennero criſalidi di quella ſpecie, che diconſi rotonde, e dal Sig. de *Reaumur* ſono chiamate *feves*. La figura II. rappreſenta queſta criſalide lateralmente, ch'è di colore giallo-dorato, ed è facile il ravviſarvi li piccioli rilievi ſul ventre, la teſta dell'animale, e la figura conica acuta. Dopo dodici giorni venne alla luce da queſta criſalide una belliſſima falena (*a*) di colore oſcuro, con due macchie triangolari dorate in vicinanza alla coſta anteriore delle ali ſuperiori, e che nella figura ſi ſcorgono di colore più bianco. Altri ritennero la forma di bruco ripiegandoſi ſolo alcun poco; in tal caſo il color verde ſi cangiò in bianco-giallognolo; non ſi videro più i tubercoletti, nè i peli, nè le diviſioni o ſegmenti, ma protuberando la pelle quà e là, tutta la ſuperficie apparve conformata in tante picciole veſcichette di figura ovale, e diſtinte l'una dall'altra (*b*). Da queſta traſformazione dopo dodici giorni uſcirono de' moſcherini del genere dell'*ichneumon niger pedibus flavis Linn.* in quantità prodigioſa: ed aperto il bozzolo vi rinvenni il corpo del bruco cangiato, come poco fa enunciai, con alcune veſciche forate da ſottiliſſimo pertugio, per cui aveanſi fatto ſtrada gl'ichneumoni rinchiuſi nelle veſcichette. Sparai inoltre uno di queſti bruchi, e vidi che l'interna ſua ſoſtanza era cangiata in minime veſcichette (*c*), ciaſcuna delle quali conteneva una picciola moſca. Nel mezzo delle veſciche ſi oſſervò un groſſo filamento di color neraſtro (Fig. V. *c.*) ch'io giudicai eſſere il canale alimentare, tanto più che dalle oſſervazioni del *Reaumur* ſi ſa, che queſto canale non ſoffre cangiamenti dalle inſolenze delle moſche ichneumoni. Nella detta figura ſi vede l'eſterna ſuperficie del bruco *A* corriſpondente alla figura IV. e l'interna ſoſtanza *B* cangiata come diſſi in veſcichette.

(*a*) Fig. III. (*b*) Fig. VI. (*c*) Fig. V.

§. VI.

Non tutti gl' ichneumoni, che ſi ſviluppano nel bruco, veggono la luce, poichè aperto un qualche bruco così traſformato, e dal quale non ſi vedevano uſcire altre moſche, oſſervai che nella ſoſtanza più interna dell' animale ſi trovano delle picciole moſche morte prima di liberarſi dalla prigione. Breve vita godono anche que' moſcherini, che giungono a ſvolazzare ſull' eſterna ſuperficie del bozzolo, ciò che fu pure da altri oſſervato.

§. VII.

Comuni poi ſono i caratteri della moſca *(a)*, ch' eſce sì nella prima (§. IV.), che nella terza (§. V.) traſformazione. Eſſa ha la teſta nera, la faccia bianca variegata, il dorſo ſanguigno, il petto nero con qualche ſottiliſſima ſtria bianca, l' addome tutto nero, diviſo in 7 ſegmenti l' ultimo de' quali è acuminato, le gambe giallo-roſſe, co' piedi articolati, due antenne articolate e pelugginoſe, e finalmente quattro ali traſparenti, le ſuperiori più lunghe delle inferiori, che ſono angolate.

§. VIII.

Eſpoſta in tal modo la triplice traſformazione del bruco da me oſſervato, conviene ch' io paſſi ora alla relazione di que' tentativi, che feci per aſſicurarmi della generazione de' moſcherini per opera degl' ichneumoni. Vide il Sig. de *Reaumur*, come una moſca pianti il ſuo pungolo nel bruco per deporvi le uova *(b)* e da una tale oſſervazione ſembra poſta fuori d' ogni equivoco la generazione di queſt' inſetti. Io cercai di vedere lo ſteſſo, sì tenendo per qualche tempo gli occhi ben fiſſi ſopra una pianta di *Capſicum* carica di bruchi e d' ichneumoni, che racchiudendo in un vaſo di criſtallo parecchj bruchi con varj ichneumoni della ſpecie ſopra

---

(*a*) Fig. VI. (*b*) Op. cit. Tom. II. pag. 417.

indicata: ma per quanta attenzione io poneſſi in opera, non mi venne fatto giammai di vedere le premure dell' ichneumone femina per deporre le proprie uova nel corpo de' bruchi, che anzi gl' ichneumoni viſſero un breve tratto di tempo, benchè aveſſi loro ſomminiſtrate molte foglie tratte dalla pianta, e ricoperto il vaſo con un velo. La ſeconda ricerca fu di anatomizzare moltiſſimi bruchi, e di eſaminare l' interna ſoſtanza coll' ajuto di una lente di poco ingrandimento, ma non mi fu dato di ſcorgervi le uova, ch' io cercava: può però darſi, che tutti li bruchi da me anatomizzati foſſero quelli appunto, che ſoggiaciuto non aveano alle violenze dell' ichneumone. In terzo luogo raccolſi alquante uova ſpettanti ai bruchi, e cuſtodite geloſamente, vidi ch' eſſe ſi ſvilupparono, e che dopo il conſueto intervallo di tempo ſi cangiarono in altrettante ſarfalle, ſenza che neppur uno ſubiſſe alcuna delle traſformazioni indicate (§§. IV. V.) Finalmente paſſati quattro giorni, da che il bruco avea fabbricato il proprio bozzolo, lo anatomizzai, e vidi che tutta l' interna ſua ſoſtanza ſi era cangiata in moltiſſime cellette, ciaſcuna delle quali conteneva un primo abbozzo della moſca. Quantunque il verificare l' oſſervazione del *Reaumur* aveſſe ſtabilito con evidenza, in qual modo ſi producano le moſche nel corpo del bruco, pur tuttavia non avendo eſſa avuto quell' eſito ch' io deſiderava, credo che la terza mia ricerca poſſa perſuaderci abbaſtanza, che un qualche ichneumone forando coll' eſtremità del ſuo ventre la pelle del bruco vi depoſe le uova, che ſi ſvilupparono dipoi nel corpo medeſimo. Ma mi ſi dirà forſe: queſta ſpiegazione potrebbe al più ſervire per lo ſviluppo de' vermetti riferito al §. IV., facil eſſendo il concepire, che depoſte dalla moſca le uova ſotto la pelle del bruco, ſi ſia eſſa gonfiata alcun poco per dar loro ricetto, finchè giugneſſe il momento di ſvilupparſi: ma il caſo enunziato nel §. V. è ben differente, e ſi potrebbe forſe ſoſpettare con più di ragione, che le uova ſieno ſtate dal bruco ingojate, allorchè rodeva le foglie. Ma io riſponderò facilmente, che lo ſviluppo di tali moſche fu oſſervato naſcere in maniere aſſai differenti, ſiccome atteſtano le Opere di molti claſſici Autori, e che non ammettendo la propoſta ſpiegazione, agevole non ſarà il combinare la mia terza ricerca coll'ingojamento delle uova, eſſendo che i bruchi nati dalle uova ch'io raccolſi, ſi nudrirono colle foglie della pianta ſteſſa, ſulla quale ſcorrevano gli altri bruchi, ch'io trovai poi cambiati nella ſingolare trasformazione ſopra eſpoſta.

§. IX.

Sarebbe finalmente da ricercarſi, qual ragione vi ſia, per cui il bruco sì ripieno d'uova fabbrichi il ſuo bozzolo, come ſe cangiar ſi doveſſe in farſalla? perchè appena chiuſo nel bozzolo ſi cangi la ſua ſoſtanza in altrettante veſcichette, diſtruggendoſi l'organizzazione propria del primo animale, e di quello che dovea da eſſo ſvilupparſi? Forſe che lo ſviluppo de' moſcherini ſegue appuntino le epoche, nelle quali accadono i cambiamenti nel bruco? Ma tante ricerche, nè facili ad eſſere ſoddisfatte, richiedono più di tempo, e di pratica nella Scienza per poterle ſciorre a dovere, ed io mi contento di avere oſſervato una traſformazione, che non credo delle più comuni, e di averne dietro ai miei tentativi propoſta una ſpiegazione adeguata alle idee, che ſi formarono già i Naturaliſti della generazione di ſimili animaletti dopo molte accurate ſperienze.

§. X.

Paſſando ora alla mia ſeconda oſſervazione, egli è noto che ſpeſſe volte occupandoſi i Fiſici ſopra un qualche oggetto giungono a diſcuoprire accidentalmente o qualche nuova proprietà dell'oggetto medeſimo da altri prima non avvertita, o qualche parte non oſſervata da alcuno. Può quaſi aſſerirſi, che la maſſima parte delle ſcoperte, che ci comunicarono i Fiſici, ſia nata dall'accidente (intorno a che è da vederſi una bella Diſſertazione dell' Ab. *Belgrado* (a)); e da queſto egualmente debbo io ripetere l'oſſervazione, ch'eſporrò brevemente.

(a) *Dell' azione del caſo nelle invenzioni*. Padova 1757. 4to.

§. XI.

Obbligato a tagliare un numero immenſo di ranocchie per iſtituire e replicare le molte ſperienze, che ſi pubblicarono relativamente alla elettricità animale, mi venne fatto diverſe volte di aprire delle rane, nelle quali ritrovavanſi molti piccioli globetti, o veſciche ſituate particolarmente all' intorno delle vertebre dei lombi, e de' nervi crurali. Non feci per verità alcun conto di queſta oſſervazione ſul bel principio; ma notando poi, che molti di queſti animali erano privi di ſimili veſcichette, ſoſpettai ch' eſſe coſtituiſſero una particolare malattia di alcuni individui. Ed infatti conſervando molte rane ne' meſi più caldi per poterle ſottoporre agli eſperimenti, allorchè mi riuſciva più comodo, vidi che ne perivano alcune, e che in eſſe coſtantemente io ritrovava la menzionata particolarità. Ne tagliai molte altre, che mi ſembravano infermiccie e languide oltremodo, ed in buon numero di eſſe non mancarono le veſcichette medeſime.

§. XII.

Renduto probabile per ſimili ragioni il mio ſoſpetto di una particolare malattia delle rane dipendente dalle veſcichette, paſſai ad eſaminare le Opere di varj Autori, nelle quali io potea credere di rinvenire una qualche oſſervazione relativa al ſoggetto ch' io avea per le mani. Ricorſi perciò ſubito alla gran *Biblia* dello *Swammerdam* (a), e trovai che queſto dotto Naturaliſta parlando del modo d' iſtituire alcune ſperienze ſul moto muſcolare delle rane così ſi eſprime: *Medulla Spinalis, nec non Cerebrum in Rana id ſibi peculiare habent, quod colliquefactus veluti ſal, intra tunicas concluſus, vaſiſque ſanguineis intertextus, uſquequaque ipſis adjaceat; ita ut vel in vertebrarum quoque cavitate, & ipſo in cranio reperiundus ſit. Colore is gaudet Margaritæ ſplendorem referen-*

te,

(a) Ediz. di Leida 1738. in fol. *cura Boerhaavii*.

te, atque SUB FORMA NODULORUM, juxta vertebrarum tractum, in dorſo diſpoſitus eſt; ubi loci quam facillime ſemet conſpiciendum exhibet. Nativus iſte ſal cum acido liquore commixus, vehementiſſime efferveſcit. Subſtantia ejus quam proxime reſpondet granato illi ac calculoſo pulveri, qui in capite Canis Carchariæ invenitur, atque in officinis venalis proſtat, perperam ab imperitis pro cerebro hujus Piſcis habitus; . . . . Quamvis autem ſubſtantia iſta ſalina in Ranis, aquæ inſtar, fluida ſit; mox tamen manus vel digitorum calore exſiccatur; ut nunquam adeo valide induretur, quin apicibus digitorum quam facillime in tenuem pulverem comminui poſſit: quod ipſum circa calcariam illam fluidamque materiem, quæ in Raja datur, pariter obtinet (a). La forma, ed il ſito, che il celebre Autore aſſegnò ai mentovati corpetti, mi fece credere, che ſenza dubbio ci eravamo combinati nell' oſſervare uno ſteſſo oggetto; e lo ſteſſo ſembrò pure a qualche inſigne Naturaliſta, cui comunicai le mie ricerche. Quantunque però ſia vero, che le veſcichette trovanſi per lo più ne' contorni del dorſo, e de' lombi, non ne mancano però in copia grande anche in altre parti, e perſino ſu i polmoni, ſul cuore, attorno alla grande arteria ecc., ſiccome può rilevarſi dall' anneſſa figura VII. In due ſole rane morte mi fu dato di oſſervare alcuno di queſti corpetti nell' interno del cranio, ed uno ne rinvenni nella cavità della colonna vertebrale in vicinanza di uno de' forami, che riſultano dall' unione di una vertebra con l'altra. Una gran differenza però pareami che paſſaſſe fra l'oſſervazione dello *Swammerdam* e la mia, vale a dire l'aſſerire, che fa il rinomatiſſimo Autore l'eſiſtenza di queſti nodi ſenza diſtinguere la ſtagione, nella quale furono da Lui aperte le ranocchie, e il non averli io ritrovati in tutte, come di ſopra accennai. Ma e non potrebb' egli aver eſperimentato in tempo di eſtate, allorchè le rane erano attaccate dalla malattia? Se la congettura è ſtrana, non ha però alcuna impoſſibilità.

(a) Tom. II. pag. 838 - 839.

§. XIII.

Reſtavano a verificarſi tutte le altre ſperienze tentate dal citato Autore ſu i nodi; e perciò preſi fra le dita alcune delle veſcichette, e feci che il calore della mano le diſeccaſſe, onde oſſervare ſe reſtava veramente una ſoſtanza ſolida, calcarea, e capace di eſſere ridotta in polvere. Paſsò buona pezza di tempo, prima che otteneſſi l' intento, ma ebbi finalmente la conſolazione di vedere, che tutta la veſcichetta ſi riduceva ad un picciolo corpicciuolo bianco e friabile. Ciò ſi vede ancora laſciando ſu d' un vetro, o di qualunque altro corpo aſciutto le veſcichette per poco tempo, anche ſenza che vi concorra il calore della mano. Il diſtaccare poi queſti nodi dalle parti, ſulle quali ſi vedono poggiare, mi aſſicurò, che deſſi non hanno comunicazione di ſorta alcuna co' nervi, ma che il nervo paſſa ſoltanto a contatto della picciola veſcica; che anzi trovandoſi, che molte di queſte veſcichette ſono vicine a de' vaſi ſenza comunicare co' nervi, cominciai a ſoſpettare, che o v' era dell' errore nelle oſſervazioni dell' Olandeſe Naturaliſta, o che le noſtre ricerche verſavano ſopra oggetti differenti. Nella Fig. VIII. n.° 5. ſi vede un nervo *aa*, ed un vaſo *bbb* diſtaccato dalle vertebre di una rana, con due veſcichette *cc* aderenti, il tutto più grande del naturale. Per replicate indagini poi giunſi a diſcuoprire, che il mezzo col quale queſti piccioli nodi rimangono attaccati sì ai nervi, che ai vaſi, ſi è una breviſſima cellulare, che facilmente ſi rompe rimanendo una perfetta integrità e alla veſcichetta, e al vaſo, e al nervo vicino.

§. XIV.

Coll' idea di affondere alcune goccie d' acido nel fluido contenuto nelle picciole veſciche, io ne aprii più d' una, ma quale ſia ſtata la mia ſorpreſa nel vedere, che in quella poc' acqua nuotava un vermetto, io non ſaprei dirlo a parole. Punſi allora molte altre veſciche, ed in tutte coſtantemente trovai un ſimile animaletto. Egli è queſto di varia grandezza ſecondo la mole diverſa della veſcica. Il più piccolo è lungo due linee e mezzo: giace nella veſcica ravvolto in ſe ſteſſo (*a*), ed oſſervando le veſcichette medeſime allorchè cominciano a diſeccarſi, ſi vede a meraviglia la naturale di lui poſitura. Egli ha una picciola teſta (*b*), ed il ſuo corpo va a poco a poco aſſottigliandoſi fino alla coda (*c*): è di colore bianco, e laſciandolo ſeccare, la teſta rimane ſolida e calcarea, mentre il reſtante del corpo non compariſce più all' occhio oſſervatore; tanto è ſottile e pellucido. Da ciò compreſi un' errore dello *Swammerdam*, il quale dice, che ſeccandoſi il ſale contenuto ne' nodi divien calcareo, e friabile. Nè può ſoſpettarſi, ch' io abbia preſo abbaglio riducendo la veſcichetta alla forma di un verme, poichè non è così malagevole il vedere il verme diſtaccato affatto dalla veſcichetta. Nella Figura VIII. n.°. 4., ſi rappreſenta uno di queſti animaletti *a b* colla buccia o membrana della veſcica *c* attaccata al di lui dorſo, ed eſaminando varj di queſti vermi, mi parve di potermi aſſicurare, che il loro appicco alla veſcica ſia alla regione del dorſo, egualmente che altri Illuſtri Oſſervatori videro, che le tenie contenute nelle idatidi, erano unite all' interno parete dell' idatide ſteſſa o per mezzo della coda, o di qualche altra parte del loro corpo. Conſiderando la figura di queſti globetti, eſſi ſi rappreſentano ovali (*d*), ma adoperando una lente anche di poco ingrandimento, ſicchè la mole divenga doppia, o tripla del naturale, ſi vede che queſta è formata come di due ſegmenti, uno maggiore, che coſtituiſce la più gran parte della veſcica, ed uno minore, che forma una di lei eſtremità, rimarcandoſi fra l' uno, e l' altro una picciola diviſione, o ſtrozzatura di poca profondità (*e*). Le veſciche che ſi laſciarono diſeccare di per ſe ſteſſe, fecero apparire, che nel ſegmento minore era contenuta l' eſtremità della coda del verme, e nel maggiore rinſerravaſi il reſtante del corpo, colla teſta abbracciata dal corpo ſteſſo.

(*a*) Fig. VIII. n. 2.
(*b*) Fig. VIII. n. 3. *a*.
(*c*) ibid. *b*.
(*d*) Fig. VIII. n. 1.
(*e*) Fig. VIII. n. 2.

§. XV.

Non mi trattenni però dall'affondere delle goccie d'acqua forte della più potente ſul fluido contenuto nelle veſcichette, e non mancò l'effervеſcenza citata dall'Olandeſe Sperimentatore. Ripetendo queſto tentativo, m'avvidi che dopo l'effervеſcenza rimanea un piccioliſſimo ſaſſolino, ch'eſaminato con accuratezza rinvenni eſſere quello ſteſſo, che reſta nella regione della teſta, quando ſi ſecca l'animale.

§. XVI.

Dal racconto fatto fin qui delle ricerche da me iſtituite ſu queſti globetti o veſciche, le quali per molti rapporti mi ſembrano quelle ſteſſe, che lo *Swammerdam* chiamò *nodi*, parmi, ſe non erro di molto, che ſia paleſe lo sbaglio del dottiſſimo Autore, che deſcrivendo le ſue ſperienze deduce da queſte tacitamente delle conſeguenze, che aver luogo non ponno nella moderna medicina teorica. Il ſale contenuto nel ſugo nervoſo, la di lui effervеſcenza, la concrezione in una ſoſtanza calcarea e friabile non fu ammeſſa giammai da' Fiſiologi. Ma e quanto grande non ſi giudicherà l'errore dello *Swammerdam*, ora che i nodi contenenti il ſuppoſto ſale ſi trovarono eſſere altrettante veſciche, le quali racchiudono un picciol verme, che bulica, e ſi contorce, allorchè eſtratto dalla buccia ſi ſtimola, o ſi tocca?

§. XVII.

Non è coſa nuova, che negli animali ſi trovino de' vermi, e di quei rinchiuſi in particolari ſacchetti membranoſi. Le oſſervazioni moltiſſime del celebre *Franceſco Redi intorno agli animali viventi, che ſi trovano negli animali viventi*, moſtrano ad evidenza non eſſervi quaſi ſpecie veruna di animali, in cui non annidino de' vermi particolari o per forma, o per grandezza, o per ſede. Parlarono anche di queſti vermetti il *Tyſon* (a), il *Pallas* (b), il *Bloch* (c), il

---

(a) *Philoſ. Tranſ.* n. 193.

(b) *Elenc. Zooph.* p. 413. *Comm. de rebus in ſcientia nat. & med. geſtis*. Vol. XXIV. pag. 291.

(c) *Comment.* citati Vol. XXIV. pag. 663.

Leſke (*a*), il *Fontana* (*b*): ma da quanto rilevar poſſo dagli eſtratti delle loro Opere, parmi che abbiano eſſi poſte tutte le loro conſiderazioni o ſu quelle picciole tenie, o vermi, che trovanſi nel cervello delle pecore, onde ſi vuole originata la pazzia di queſti animali. Da tutte le quali oſſervazioni io mi determino a giudicare, che i vermetti da me oſſervati nelle molte parti delle rane ſieno dello ſteſſo genere di quelle, che dalla buona parte de' Naturaliſti chiamanſi *idatidi*, e meglio ancora *vermi veſcicolari*, non potendone per ora determinare la ſpecie, atteſa la poca perſpicuità che ritrovai negli eſtratti di quelle Opere, che poco innanzi enunciai.

§. XVIII.

Fu anche, ed è tuttora una queſtione pe' Fiſici, e pe' Naturaliſti: donde abbiano origine ſiffatti vermi. L'impoſſibilità d'iſtituire delle accurate ſperienze fu mai ſempre un' oſtacolo inſuperabile per ſciorre un tal problema, e quindi ſi contentò il *Pallas* di giudicarli congeniti negli animali (*c*), ed il *Blumenbach* di dichiarare equivoca una tale generazione. Dovremmo per verità ricorrere al ſiſtema delle uova, che fu trovato il più veriſimile ed il più acconcio ad iſpiegare il gran fenomeno della generazione. Una lunga ſerie di eſperimenti poſero fuor di dubbio un tal ſiſtema; ma domando io: da quali uova denno naſcere le noſtre idatidi? donde provenir debbono queſte uova? Non vi ſono, nè poſſono forſe eſſervi eſperienze atte a dimoſtrare, che le idatidi generino le uova: e ſe le generaſſero; come, e per qual via dovrebbero queſte penetrare in tutte quelle parti, nelle quali ſi ritrovarono queſte idatidi? L'averne io rinvenute moltiſſime ſulla ſuperficie eſterna dello ſtomaco, e degl'inteſtini, mi farebbe quaſi congetturare, che veniſſero le uova di queſti piccioli vermi ingojate dalle ranocchie, e che attaccandoſi al parete interno di quelle cavità, perforaſſero a poco a poco l' intima membrana, fermandoſi poi e ſviluppandoſi ove trovaſſero una

---

(*a*) Ibid. pag. 291.

(*b*) *Lettera al Sig. Darcet*.

(*c*) Vedi la *Bibliot. Anatom.* dell'Haller. Tom. II. pag. 564.

più acconcia poſitura. Per rendere probabile la qual congettura, iſtituir ſi dovrebbero non pochi eſperimenti, l'eſito de' quali non ſarebbe forſe affatto deciſivo: oltre di che il conſiderare, che ſi trova coperto di molte idatidi il cuore, i polmoni, l'interna cavità della teca vertebrale potrebbe rendere le ſperienze medeſime poco o niente concludenti.

§. XIX.

I fenomeni da me riferiti ſul principio, a' quali ſi accompagna la preſenza delle idatidi, o vermi veſcicolari nelle rane, cioè il poco vigore nell'animale, e la morte, il ritrovarſi di queſti vermi negli altri animali quaſi tutti, ed i ſintomi morboſi, alli quali vanno ſoggetti, ci condurrebbe a credere, che nelle rane egualmente, che nelle pecore, ne' cani ecc., coſtituiſcono i detti vermi una particolar malattia. Di qual genere eſſa ſia, e quali potrebbero eſſere i rimedj per guarirla non ſi cercò fino ad ora, nè porta ſeco un vantaggio, che meriti gli ſtudj de' Fiſici, quando però non ſi giungeſſe ad iſcuoprire, che le rane attaccate dalle idatidi foſſero dannoſe alla ſalute degli uomini. Se ciò ſi ritrovaſſe, e ſe prevenir ſe ne poteſſero le conſeguenze, io mi luſingherei di non avere inutilmente, e per ſemplice curioſità conſiderata la preſenza delle idatidi nelle rane, correggendo quanto fu dallo *Swammerdam* erroneamente veduto.

I.

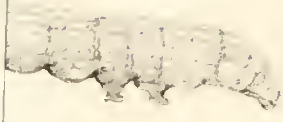
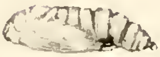


Fig. II.



ig. III.

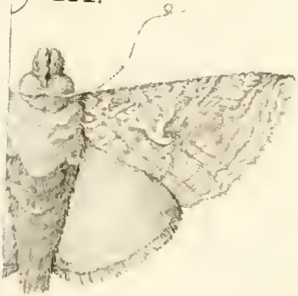


Fig. IV.

ig. V.

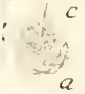
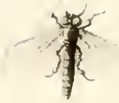
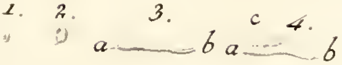


Fig. VI.





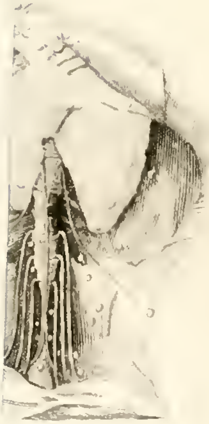
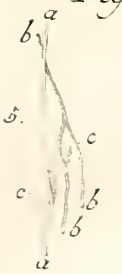


Fig. VIII.



Soc. Ital. T. VII. pag. 318

Fig. I.

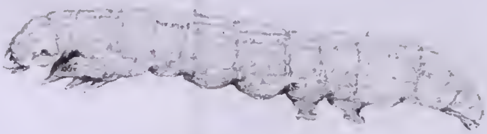


Fig. II.

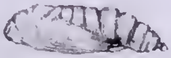


Fig. III.

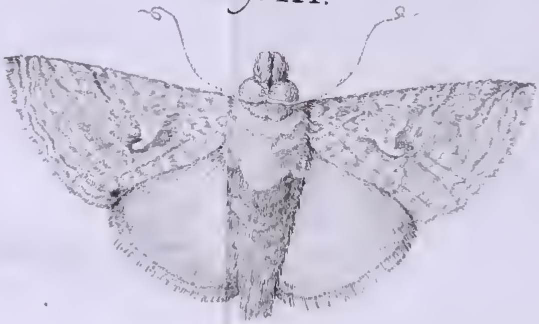


Fig. IV.

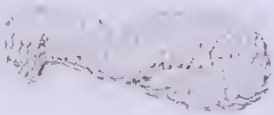


Fig. V.

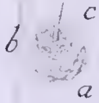


Fig. VI.

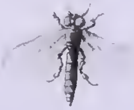
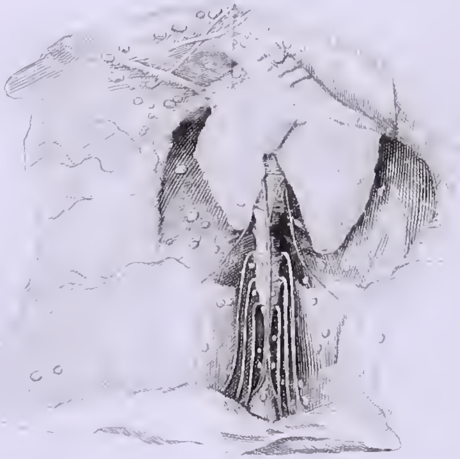


Fig. VII.



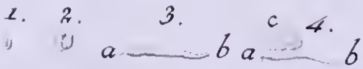
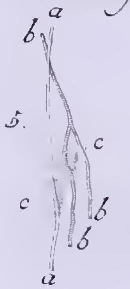


Fig. VIII.



A.t Buttafogo del. et inc.

LETTERA

Al Sig. Preſidente Cav. Anton-Mario Lorgna

SOPRA DIVERSI ANEDDOTI MATEMATICI

Del Sig. Pietro Ferroni.

Μετὰ λύπης ἡ μάθησις.

NEl porre l'ultima mano al *Diporto Analitico*, del quale parlano in più luoghi le mie *Meditazioni Analitiche intorno alla Formola* $Sdx(-Lx)^{\pm\frac{1}{2}}$ *ecc.* (*a*), mi ſono incontrato in alcune mancanze d'Autori celebratiſſimi, non avvertite, per quanto io ſappia, prima di me da neſſun altro Geometra. Molte di queſte entrando nel piano della mia Opera precitata, verranno allora ad eſſer fatte di ragion pubblica, nè ſarà diſcaro a conoſcerſi, come certe teorìe recentiſſime, comunemente ſuppoſte nuove, in materia di Funzioni ed Equazioni finite o differenziali, e l'ultime o a differenze infiniteſime, o a differenze finite, tanto aſſolute, quanto parziali, naſcano con maggior chiarezza e ſemplicità da delle più antiche e già note, ſomminiſtrateci da *Newton*, *Leibnitz* (*b*), e *Moivre* (*c*),

---

(*a*) Particolarmente il §. 28. e 32., e le Note 11. 120. 262. e 270.

(*b*) L'Abate *Boſſut* nella ſua eccellente Memoria intitolata *Uſages de la différentiation des Paramètres pour la ſolution de pluſieurs Problèmes de la mèthode inverſe des Tangentes*, ed inſerita nel Tomo II. delle *Mèmoires de Mathèmatique & de Phyſique preſentès a l'Acadèmie Royale des Sciences, par divers Savans, & lùs dans ſes Aſſemblées* ſtampato a Parigi l'anno 1751., combina meco (vedaſi il *Prodromo ecc.* a pag. 120. e ſegg. del Volume V. della *Società Italiana*) nel far autore il celebre *Leibnitz* dei fondamenti d'alcune profonde Scoperte moderne in materia di Calcolo Infiniteſimale. Ecco come egli ſcrive a pag. 436. *Du reſte, je ſaiſis l'occaſion d'avertir que le fond de cette mèthode ingènieuſe, dont on a fait honneur à des Auteurs très-cèlèbres, appartient en propre à l'incomparable M. de* Leibnitz. *C'etoit à l'inventeur du calcul des Infinimens-petits, d'y ajoûter une branche dont la fècondité me paroît immenſe* Si parla del metodo *differentiationis de Curva in Curvam.*

(*c*) L'iſteſſo generoſo ſentimento l'ha ancora eſternato in rapporto a queſto ſommo Geometra eſule dalla Francia e vale a dire ſino di quando incominciò a ſublimarſi l'Analiſi de' Moderni. Altre ſono accennate nella mia *Eſercitazione* ſtampata in queſt'anno (*a*), o avranno luogo per la ſimilitudine dell'argomento nelle Continuazioni del *Prodromo ſul Calcolo Integrale ecc.* (*b*), o in una Memoria ſopra dei *Maſſimi* e *Minimi*, che ſpero in breve di pubblicare. In queſta principalmente m'occorre ſpeſſo di far vedere, come male a propoſito per riſolvere dei Problemi lineari abbiano inciampato taluni in Equazioni di più alto grado (*c*), e come

---

(*Londres* T. I. edizione del 1770. a pag. 276.) M. de la *Place*, dandogli il primato ſull'integrazione dell'Equazioni a differenze finite (ſebbene con metodo indiretto) dove cita la *Theory of Chances* alla pag. 621. del Tomo VI. della precitata Raccolta Accademica, nella quale inſerì l'ingegnoſiſſima Diſſertazione *ſur la probabilité des cauſes par les évènemens*, ch'è il Problema inverſo del comun Calcolo dei Probabili.

(*a*) *De Calculo Integralium Exercitatio Mathematica &c.* Soprattutto debbono conſultarſi le pag. 98. 117. 177. 186. 232. 34. Intorno al principale oggetto dell'Opera merita d'eſſere oſſervato di più, oltre di quello, che ho detto parlando di *Leonardo Euler* alla pag. 142. e 287., che nel Capitolo VI. (T. I. Sez. II. Parte I. Libro I.) *Inſtitutionum Calculi Integralis*, egli paſſa ſolamente di volo ſu della Formola generale degli Integrali dipendenti dagli Archi delle Sezioni del Cono, e lo fa diſcorrendo occaſionalmente di tutt'altro argomento. *Ex hoc autem Capite* (ſcrive nello *Scolio* 2. al §. 622. e pag. 465.) *comparatio arcuum ellipticorum & hyperbolicorum ſimili modo inſtitui poteſt; cum enim in genere arcus Sectionis conicæ tali formula exprimatur* $S dx \sqrt{\frac{a+bxx}{c+exx}}$ *hæc transformata in iſtam* $S \frac{dx(a+bxx)}{\sqrt{(ac+(ae+bc)xx+bex^4}}$, *per præcepta tradita tractari poteſt.*

(*b*) Una è di già preparata per la ſtampa (*Nota* 2.), e tratta principalmente dell' *Equazioni di condizione* delle Funzioni, ed Equazioni a differenze finite come criterio d'integrabilità, e degli Integrali *particolari* non compreſi nell' Integrale *completo*, in ſeguito del bel Teorema di M. de la *Place*, annunziato la prima volta da lui nella Memoria e Tomo citato dall' *Annotazione* 3. alla pag. 654., e poi dimoſtrato e promoſſo dalle ſue *Recherches ſur les ſolutions particulières des 'Equations differentielles* tra le Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno 1773.

(*c*) L'Algebra è un Iſtrumento, che ſenza il giudizio fino di chi l'adoperi non conduce quaſi mai di per ſe nel riſolvere e coſtruire i Problemi alla maſſima ſemplicità ed eleganza. Così la penſava il Cav *Newton*, e dopo di lui *Colin Mac-Laurin* nell'ammirabile ſua Introduzione al *Treatiſe of Fluxions*, non meno che *Roberto Simſon* nell'erudita e profonda ſua Prefazione all'Opera *Apollonii Loca plana* (Περὶ τόπων ἐπιπέδων) *reſtituta*, edita del 1746. Meritano d'eſſer letti a queſto propoſito il Proemio di *Tommaſo Perelli*, che precede la ſoluzione di alcuni Problemi geometrici inſerita nel *Giornale Letterario di Firenze* (Articolo 1. Parte I. del T. VII. ediz. del 1755.), e l'*Elogio ecc.* in forma di Lettera alla pag. 64. pubblicato dall' Abate *Paolo Friſi* (1784) nel Volume LIII. del *Giornale* di Piſa.

me dimentichi o mancanti dell' Iſtoria delle Matematiche, ed in particolar modo della Sinteſi Geometrica (*a*), abbiano altri derivato aſſai da lontano dei ritrovamenti pur troppo cogniti, o almeno d' agevoliſſima deduzione. Poſſono principalmente ſervir d' eſempio quei due Problemi famoſi, uno dei quali tende a trovare la Somma *minima* di due Rette tra le innumerevoli, che partendo tutte da due punti aſſegnati vadano nell' iſteſſo Piano a congiungerſi ſulla circonferenza d' un Circolo dato; e l' altro, ch' ha in mira di determinare tra tutti i Triangoli Sferici circoſcritti da degli archi di Circoli maſſimi, inſiſtenti ſulla medeſima baſe, e colle loro ſommità, che vadano a finire o a diſporſi ſulla periferìa d' un Cerchio minore (*almicantarath*), quale ſia quello, che goda dell' Area *maſſima* e *minima*. Il primo, per lo ſcioglimento del quale ha moltiſſimo faticato, ma indarno, ai giorni noſtri un Matematico Italiano di qualche credito, lo conduſſe finalmente ad un' Equazione trigonometrica intralciatiſſima (*b*), e perciò da lui abbandonata ſenza riſolverla, e ſenza nemmeno accorgerſi ch' ei lavorava ſopra d' un Problema Ottico antichiſſimo in Geometria come quello, che in virtù dei monumenti reſtatici appariſce avanti di tutti trattato dall' Arabo *Albazen*, e quindi da *Vitellione* di Po-

---

(*a*) Trattando d' un Problema d' Idrometrìa teorico-pratica m' incontrai in un Teorema elegante di faciliſſima dimoſtrazione, attenente ad un Cono circolare retto, ed è che ſe un Piano gli ſia tangente ſul Lato *AB* (Fig. 1.), ed in eſſo Piano conducaſi qualſiſia retta *BC*, ed a queſta dal vertice la perpendicolare *AC*, e dal punto *C* la normale *CS* al Pian della Baſe, s' abbia ſempre la proporzione *AB* : *BC* : : *Sen.ABO* : *Sen.CBS*. Diffatto condotta *SI* perpendicolare alla tangente della Baſe, e congiunta *CI*, che per gli Elementi viene ad eſſere parimente normale all' iſteſſa tangente, naſcono ſubito le Proporzioni *AB* : *BC* : : *BC* : *CI* : : $\frac{CS}{CI} : \frac{CS}{BC}$: : *Sen.CIS* = *Sen.ABO* : *Sen.CBS*.

(*b*) Non fo che traſcriverla fedelmente dal ſuo Originale eſiſtente preſſo di me, onde poſſa il lettore erudito giudicarne da ſe medeſimo.

$$Sin.M\sqrt{\left(1-p^2.\frac{Sin^2.M}{Cos^2.M+p^2.Sin^2.M}\right)}+Cos.M\sqrt{\left(p^2\frac{Sin^2.M}{Cos^2.M+p^2.Sin^2.M}\right)}=$$

$$Sin.R\sqrt{\left(1-g^2.\frac{Sin^2.R}{Cos^2.R+g^2.Sin.^2R}\right)}+Cos.R\sqrt{\left(g^2.\frac{Sin^2.R}{Cos^2.R+g^2\,Sin^2.R}\right)},$$

dove g, p ſono le quantità cognite, $M=\frac{180^\circ-x}{2}$, $R=\frac{180^\circ-(\varphi-x)}{2}$; eſſendo φ un angolo dato, x l' angolo incognito, che ſi cerca di ſtabilire.

merania *(a)*, e ſciolto elegantemente dipoi dall'*Ugenio*, *Sluſio*, *Barrow*, *Catelan*, *Smith*, *Robins*, *Simſon* ecc. *(b)*, per non dire di tanti, che hanno uſato all'iſteſſo effetto del Calcolo Differenziale. Ed in rapporto al ſecondo Problema non laſcia di far maraviglia, come con grande apparato di Calcolo abbia preſo a riſolverlo poco fa F. T. *Schubert* nel Tomo IV. degli Atti nuoviſſimi dell'Accademia di Pietroburgo per l'anno M. DCC. LXXXVI. *(c)*, quando il *Maſſimo* e *Minimo*, che appartengono ai due Triangoli Sferici *equicruri*, ſono la naturale e faciliſſima conſeguenza sì dei Teoremi elementari ſulla miſura delle Aree di quei Triangoli aſſegnata nel cominciare del Secolo XVII. dal *Cavalieri* *(d)*, sì del noto principio Ugeniano, quaſi contemporaneo, de'*maſſimi* e *minimi* *(e)*.

Non avvi però a mio giudizio neſſuno argomento geometrico, ch'abbia ſubìte tante vicende, e ſia ſtato ſoggetto a tante repliche preſſo i Geometri, quanto quello della *qua-*

(*a*) Propoſizione XXXIX. del Libro V. d'*Alhazen*, e XXII. del VI. Libro di *Vitellione*.

(*b*) Si conſultino le *Divers Ouvrages de M. Hugens de Zulichem* alla pag. 336. della *Raccolta* pubblicata nel 1693. dalla Real Accademia delle Scienze di Parigi, dov'è ſcritto *Conſtruction d'un Probleme d'Optique*, il Volume LXXI. Parte II. delle *Philoſophical Tranſactions* al Num. XXX. *Example VI.* da p. 472. a 476. (*By William Wales*), e ſoprattutto *Sectionum Conicarum Libri quinque* = *Auctore Roberto Simſon* = ediz. 2. del 1750. nel Problema III. dell' *Appendix*, dove (Fig. *103.*) da queſto imitatore profondo dell'Analiſi degli antichi oltre della ſua ſoluzione ſi dà l'elenco delle ſoluzioni degli altri, tranne quella di *Roberto Smith* nell'*Optics &c.*, ed altra di *Beniamino Robin's* nei ſuoi *Mathematical Tracts*.

(*c*) *Nova Acta Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ* pubblicati nel 1789. = *Problematis cujuſdam Sphærici ſolutio* = (*22. Junii 1786.*) dalla pag. 89. ſino alla 95.

(*d*) Vedaſi il *Directorium univerſale Uranometricum &c.* ſtampato in Bologna nel 1632. (*Annotazione 1.* del Teſto della mia *Exercitatio &c* rammentata nella *Nota 4.*).

(*e*) *Divers Ouvrages de Mathematique & de Phyſique* (Nota 10.) = *a Paris M. DC. XCIII.* da pag. 326. ſino a 331., ove eſiſte la belliſſima ſpecolazione intitolata „ *Demonſtratio regulæ de maximis & minimis* „. Queſta *regola* venne appoggiata dal grande *Ugenio* ad un principio tutto diverſo da quello del Calcolo Differenziale o ſivvero del Senator *Pietro Fermat*; ed è appunto per ſiffatto motivo, che ſcrivendo anni ſono ad un Matematico di mia conoſcenza gli ſeci avvertire che non già *Fermat*, ſiccome aveva creduto, ma *Keplero*, ed *Ugenio* ſi doveſſero dire con tutta ragione i primi diſcuopritori d'una *regola o canone ecumenico* per l'invenzione dei *Maſſimi e Minimi*. Il principio Ugeniano conſiſte in queſte brevi parole „ *Certum eſt utrinque æqualitatis caſum exiſtere* „, ed ha molta eleganza e ſemplicità nel riſolvere alcuni Problemi di ſimil ſorte, come renderò manifeſto in altra occaſione.

dratura eſatta delle parti della celebre Lunula Ippocratica (*a*). Ognuno ſa, o dovrebbe ſapere che foſſe il primo a trovarla *Artuſio de Lyonne* ſino del M. DC. LIV. (*b*), con determinare a quale Spazio rettilineo ſi uguagliaſſe preciſamente qualunque porzione *indefinita* della medeſima Lunula, purchè tagliata per mezzo di Rette condotte dal centro del ſottopoſto Quadrante (*c*). *Tſchirnhauſen* ſenza ſapere di lui, la dette per nuova correndo l'anno M. DC. LXXXVII. (*d*); e dopo di queſti due Matematici fece l'iſteſſo *Giovanni Perks* nel M. DC. XCIX. (*e*). Pareva che nel Secolo XVIII. doveſſe

---

(*a*) La genuina contezza della dimenſione della Lunula (Μηνισκος) può leggerſi ſpecialmente alla pag. 19. e ſegg. dell'*Hiſtoire des recherches ſur la Quadrature du Cercle &c. par M. Montucla* (1754). Che la prima ſcoperta della *quadratura* dell'Area intera Lunulare foſſe d'*Ippocrate*, e non di *Enopide* (l'uno e l'altro dell'Iſola di Chio nel Mar Jonio), mi pare pruovato da M. *Cramer* con molta erudizione nella ſua *Diſſertation ſur Hippocrate de Chio* (ved. *Claſſe de Belles-Lettres* dell'*Hiſtoire de l'Académie Royale &c.* = *Année* 1748. = *a Berlin* 1750. dalla p. 481. ſino a tutta la 498.) contro di M. *Heinius*, e di *Giovanni-Alberto Fabricio* (*Hiſtoire &c.* della prefata R. Accademia per l'anno 1746. = *Diſſertation ſur Oenopidas de Chio* = alla pag. 401. e ſegg:, *Bibliotheca Græca* Lib. II. Cap. IV. §. 18.). Tutto conſiſte nella retta interpretazione comparativa del paſſo di *Proclo* ἐς καὶ Μηνίσκον τετραγώνισεν, ed in una Critica ſana delle deboli ſcoperte di *Enopide* in propoſito di Geometria. Del rimanente ſi può ſtabilire con tutta certezza l'epoca della *Quadratura* della Lunula nel V. Secolo avanti Criſto.

(*b*) *Amœnæ Curvilineorum contemplatio &c.* Si conſulti a pag. XIII. la Prefazione del P. Abate Don *Guido Grandi* al ſuo Opuſcolo *de Quadratura Circuli & Hyperbolæ* riſtampato in Piſa l'anno 1710.

(*c*) Pochi anni dopo, e ſegnatamente nel 1668. *Renato Franceſco Sluſio* nobilitò l'iſteſſa Lunula d'*Ippocrate* (vedaſi *Meſolabum &c.* = *Acceſſit pars altera de Analyſi, & Miſcellanea* = *Leodii Eburonum* =) colla determinazione del ſuo *Centro di gravità*, e della miſura di tutto il Solido rotondo da lei generato rivolgendoſi intorno ad un Aſſe parallelo all'eſtrema ſua corda (Cap. IX. delle rammentate *Miſcellanee*). Ne' miei *Perelliani* tutto ciò è dimoſtrato d'una maniera molto più ſemplice, e naturale.

(*d*) *Acta Eruditorum Lipſiæ anni* 1687 = *D. T. Additamentum ad methodum quadrandi curvilineas figuras, aut earum impoſſibilitatem demonſtrandi per finitam ſeriem* = alla pag. 526., dove così s'eſprime ,, *quorum demon-* ,, *ſtrationem, ob facilitatem ſuam lu-* ,, *bens hic omitto; quanquam neſciam* ,, *an ulli Theorema hoc animadverſum* ,, *fuerit, utcunque hæc lunula multo-* ,, *rum mathematicorum igenia exercue-* ,, *rit* ".

(*e*) Nel Tomo XXI. n. 259. delle *Philoſophical Tranſactions for the Month of December*, 1699. avvi dalla pag. 411. ſino alla 419. Num. II. *A Letter of Dr. Wallis to Dr. Sloane, concerning the Quadrature of the Parts of the Lunula of Hippocrates Chius: performed by Mr. Iohn Perks; With the furter Improvements of the ſame, by Dr. David Gregory, and Mr. Iohn Caſwel.* La verſione di queſta Lettera è riportata da pag. 306. alla 313. degli *Acta Eruditorum Lipſiæ anni M. DCC.* Non è però da tacerſi che quantunque il *Wallis* ſcriveſſe *But (as to the Parts of it*

eſſere ormai volgatiſſima quella ſcoperta; ma tuttavìa ricomparve come nuova e pellegrina invenzione in uno Scritto del cadetto *Clairaut*, citato dalla Franceſe *Enciclopedìa* (*a*). Malgrado tante repetizioni dell' isteſſa geometrica verità, e contuttochè *Guglielmo Whiſton* l' aveſſe renduta più famigliare e comune inneſtandola ai ſuoi Comentarj ſugli Elementi d'*Euclide* pubblicati dal P. *Tacquet* (*b*), chi potrebbe mai credere che in linea di nuovità, ſebbene maſcherata, e ſotto d'un aſpetto illuſorio, riſorgeſſe nel M. DCC. LXXIV., e vale a dire aſſai più d'un Secolo dopo della ſua prima comparſa? E nel riſorgere chi crederebbe giammai, che foſſe riſorta con grave ſcapito della ſua originaria univerſalità, cioè come Propoſizione limitata e particolare, mentre nella ſua naſcita era generale ed *indefinita?* E pure è così; nè può da chiccheſſia dubitarſene ſubito che prenda ad eſaminare la *Mémoire ſur la quadrature de la partie* ecc. alla pag. 400. del Tomo VI. delle *Mémoires de Mathématique & de Phyſique préſentés a l'Académie Royale des Sciences par divers Savans, & lùs dans ſes Aſſemblées*. Eſſendo queſta *Memoria* di M. *Bourand* aſſai breve (*c*), tornerà bene di fedelmente traſcriverla. (Fig. 2.).

Lunula, and the Appartenances thereunto) *New diſcoveries have been lately made, Which (I think) had not been conſider'd by any before this preſent age* (p. 411.), ed altrove (p. 412.) *not Knowing that the like had been before attempted by any other*, contuttociò nell' iſteſſo luogo, e nominatamente alla Fig. 6. e pag. 414. (Verſione ſuddetta a p. 309.) *David Gregory* rammenta a *Wallis* eſſere ſtato Mr. *Perks* prevenuto dallo *Iſchirnhauſen*. Queſta oſſervazione del *Gregory* ſembra sfuggita, non che al *Walliſo*, ancora all' Abate *Grandi* quando ſcriſſe (l. cit. nella *Nota* 15.) della pubblicazione della ſcoperta comunicata da *Perks* ſin del Novembre 1699. *An obſervem, in iiſdem Actis* Lypſiæ *anno* 1700. *iterum uti novam adduci eandem partium Lunulæ Hyppocraticæ quadraturam a D. Perks propoſitam in Epiſtola D. Walliſii ad D. Sloan, cum Notis David Gregorii, & Caſuelli &c.?*

(*a*) All' Articolo *Lunule* oltrechè v' ha perfetto ſilenzio ſu tutta l' Iſtoria della *quadratura* delle parti ecc., (poichè citandoviſi gli *Atti* dell' Accademia di Berlino del 1748. nulla vi ſi parla di ciò, come vedremo tra poco) viene allegato ſenza *data* queſt' Opuſcolo ſotto il titolo *Diverſes Quadratures circulaires, elliptiques, & hyperboliques*. *Montucla* (l. c. *Nota* 14. pag. 27.) 1730.

(*b*) Nell' Edizione Romana del 1745. fatta a ſpeſe di *Venanzio Monaldini* ſi conſulti lo *Scholium* 2. della Propoſizione II. del XII. Libro degli *Elementi* citati, alla pag. 241. e ſegg., Tav. 5., e Fig. 11.

(*c*) Comprendeſi in una mezza pagina dell' edizione in 4to originale Parigina, ch' io credo eſſer l' unica ſino al preſente.

1.° *Si dans le cercle* RBA, *aprés avoir tiré la corde* BA *de* 120 *degrés*, *l'on tire le diametre* HD *de maniere qu'il diviſe l'arc* BDA *de* 120 *degrés en deux parties inégales*, *dont celui* BD *ſoit de* 30 *degrés*, *le ſecteur de cercle* CBD *ſera* $\frac{1}{12}$ *du cercle* RBA.

2.° *Si de la corde de* 90 *degrés* AD *l'on decrit l'arc* FD, *le ſecteur de cercle* FSAD *qui viendra de cette operation*, *ſera* $\frac{1}{24}$ *d'un cercle double*, *l'angle* A *ayant pour meſure la moitié de l'arc* BD *de* 30 *degrés*, *& par conſequent* $\frac{1}{12}$ *du cercle* RBA.

De-là il ſuit que CBD = FSAD; *mais ces deux ſecteurs ſont communs pour la partie* FSD, *dès-lors le triangle* SDA = CSB + BFD, *ainſi l'excès du triangle* SDA *ſur celui* CSB *eſt la ſuperficie de la partie* BFD. „ *Ce qu'il falloit démontrer* ‟.

Prima di tutto avverto, che queſta Quadratura non è riſtretta, come vorrebbe l'Autore, al ſolo caſo ſpeciale dell' Arco AB di 120°, e perciò DB di 30°, ma per l'oppoſto ſi verifica in generale per qualunque altr' Arco da D per R ſino in H, onde ſia veramente una Quadratura geometrica *indefinita*. Imperciocchè preſo l'Arco DB', DB'' ecc.; ſi ha ſempre per gli Elementi di Geometrìa il Settore $DAF' = DCB'$, $DAF'' = DCB''$ ecc., ed in conſeguenza tolto lo Spazio comune $DF'S'$, $DF''S''$, ecc., rimane l'Area $DB'F' = DS'A - CS'B'$, $DB''F'' = DS''A + CS''B''$, ecc. oſſia eguale alla Somma o differenza di due Triangoli rettilinei, ſecondo che il punto B'', B', ecc. cada dall'una o dall' altra parte di R dividente la Semi-periferìa in due Quadranti.

Rifletto in ſecondo luogo, che gli Spazj DBF, $DB'F'$, $DB''F''$ ecc. così miſurati ſpettano alla Lunula Ippocratica, e ſon quelli iſteſſi già per l'addietro quadrati, ſebbene ora lo ſiano d'una maniera molto meno comoda ed elegante. Diſfatto in virtù dell'antico metodo o ſeguitando la maniera di *Perks* o l'altra di *Tſchirnhauſen* (a), ambidue combinano nell' aſſegnare, dopo condotte le perpendicolari BI, $B'I'$, $B''I''$ ecc., gli Spazj predetti riſpettivamente eguali ai Triangoli ADI, ADI', ADI'' ecc., che ſono la coſa medeſima di $SDA - SIA = SDA - CSB$ per le parallele AC, BI, come ancora di $S'DA - S'I'A = S'DA - CS'B'$, di $S''DA + S''I''A = S''DA + CS''B''$ ecc. per motivo delle parallele $B'I'$, $B''I''$ al Raggio AC nominato di ſopra. Quel che dunque non ha fatto adeſſo *Bourand*, di determinare cioè il Triangolo ADI eguale alla differenza degli altri due, lo fecero già circa ad un Secolo avanti i Geometri predeceſſori, e ſpecialmente *Tſchirnhauſen*, che ſebbene non annunziaſſe il ſuo metodo, dovette battere l' iſteſſa ſtrada, e partire dall' iſteſſo principio dell' eguaglianza dei Settori DAF, DCB, ſiccome è facile indovinare (*a*).

(a) *Gregory* nel luogo delle *Tranſazioni* ſuddiviſato alle pag. 416. e 417. dimoſtrò l' equipollenza dei due Triangoli (Fig. 2.) ***DAI***, ***DOB***, all' Area di ciaſcheduno dei quali (a forma del primo, e ſecondo dei prelodati Scrittori) veniva ad eſſere eguale in parte ***BDF*** della Lunula. Diverſamen-

Oltre di ciò mi è ſtato di molta ſorpreſa, che non ſiaſi l' Autor Franceſe pruovato a continovare l' Arco DF, perchè avrebbe veduta naſcere immantinente l' antica Lunula $DFPHRBD$, e nel punto C ſvanire il Triangolo CSB, e farſi perciò la Semilunula $= CDA$, tutta la Lunula $= HAD$; il che l' avrebbe ſubito tolto d' inganno, rimandandolo al tempo d' *Ippocrate* (*b*).

Finalmente mi ſono maravigliato, come nemmeno lo Scrittor della Prefazione (che ſembra eſſere il Segretario dell' Accademia) (*c*) non abbia avuto queſto naturaliſſimo accorgimento, ed anzi nel render conto di quella ſuppoſta Scoperta geometrica ſi eſprima nel modo ſeguente (*d*). *Cette qua-*

---

te dal *Gregory* ſi potrebbe aſſai compendiare il ſuo metodo, ſiccome è facile di ravviſarlo. Ho ricavato da tutto queſto un Teorema nuovo, ed elegantiſſimo, cioè Triangolo $ABC = RBFP$, Triangolo $AB'C = RB'F'P$, e così diſcorrendo degli altri. Siffatta *Quadratura* delle porzioni *lunulari* è diretta, nè dipende da niuna *coſtruzione* preliminare, a differenza di quelle già note.

(*d*) A fine di giungere direttamente all' eguaglianza di DBF in rapporto all' area del Triangolo DAI ſenza paſſare, come fece *Perks*, dalle proporzioni dei Segmenti circolari ecc., ognun vede che l' unico raziocinio doveva eſſer quello, che ſiegue „ $DTBF = DTBA - DFA = DTBA - DTBC$ $DSA - CSB = DSA - ISA = DAI$ „.

(*a*) E vale a dire uno slancio di 22. in 23. Secoli indietro. (Vedaſi l' *Annotazione* 14. ſul fine).

(*b*) Diffatto nelle Prefazioni appoſte a ciaſchedun Tomo di queſta *Collezione* eccellente ſi dà non ſolo un breviſſimo Eſtratto, ma ancora il giudizio *accademico* delle *Memorie*. Si vedano per eſempio le *Note* ſeguenti 38. e 44.

(*c*) *Préface* alle pag. 19. e 20., ed all' Articolo *Géometrie* = *Quadratu-*

drature eſt du même genre (quand'ella è non ſolo della medeſima *ſpecie*, ma l'iſteſſa iſteſſiſſima porzione *lunulare* di già miſurata tanti anni prima) *des eſpaces ſi connus ſous le nom de lunules d'Hippocrate*. E quindi ſoggiunge con altro errore patente d'Iſtoria Matematica. *On trouve dans les Mémoires de l'Académie de Berlin des recherches analytiques de M.* Cramer *où il paroit avoir épuiſé cette matière des lunules quarrables*, mentre all'oppoſto *Gabriello Cramer* nel Volume dell'Accademia citata, che ſi riporta all'anno M. DCC. XLVIII. (*a*), non parla mai della *quadratura* delle parti lunulari, come lo è quella di M. *Bourand*, e termina appunto la ſua *Memoria* con dire „ *Je ne dis rien des Quadratures partiales de ces Lunules. Cela me meneroit trop loin* „ occupandoſi unicamente, sì col mezzo di Curve *traſcendenti*, sì di Curve *algebriche* (*b*), di generalizzare le intere Lunule circolari *quadrabili* ſul tenore dell'Ippocratica, ed iſcanſare quello Ψευδογραφήμα, che dette origine nell'antica Grecia ad una falſa Quadratura di Circolo (*c*).

Che ſiano del medeſimo *genere* della quadratura della Lunula d'*Ippocrate* gli elegantiſſimi Spazj quaſi in figura di Ἄρβηλος, o piuttoſto di Πέλεκοειδὴς (*d*), che ha ricavati mo-

---

re d'un eſpace circulaire. Par M. Bourand =.

(*a*) *Diſſertazione* mentovata dalla *Nota* 14. alla pag. 498.

(*b*) Dopo della parte erudita comincia dalla pag. 493. la parte geometrica ſotto il titolo *Trouver une infinité de Lunules quarrables*, ma ſempre di Lunule intiere. E' oſſervabile che le Curve algebriche, le quali ſomminiſtrano infinite Lunule circolari *quadrabili* differenti dall'Ippocratica, ch'è però la più ſemplice, abbiano non poca analogìa colle *Rhodoneæ* del *Grandi* (come pruoverò nei miei *Perelliani*) conoſciute ſino del 1723., ſebbene quivi non nominate da *Cramer*.

(*c*) Alla pag. 485. della prelodata *Diſſertazione* M. *Cramer* parla della vera *Quadratura* della Lunula, ed alla pag. 486. del paralogiſmo, o vero, o ſuppoſto, in cui cadde Ippocrate mediante una falſa Figura (vedaſi anche la pag. 487.), ſecondo *Ariſtotele*, deducendone la *Quadratura del Cerchio*.

(*d*) Queſto vocabolo Greco adoperato da *Pappo* d'Aleſſandria nel Libro IV. delle ſue *Collezioni Matematiche* (prima di tutto dopo del Teorema XII. a pag. 71. „ *Circumfertur in quibusdam libris antiqua propoſitio hujuſmodi* " edizione del 1658, o piuttoſto 1660., ed a tergo della pag. 45. nella prima edizione del 1588, oſſia 1602, quindi nell'enunciato della Prop. XVI. del medeſimo Libro a p. 79), e laſciato ſenza verſione da *Federigo Commandino*, e da molti che vennero dopo di lui, ſignifica uno Spazio compreſo fra tre circolari Semicirconferenze, che ſi tocchino inſieme, ed è ben diverſo dal Μήνισκος. Μηνοειδὴς &c, dove le Semicirconferenze, o archi di Circolo fanno angolo tra di loro. *Franceſco Vieta* però, ed i due Geſuiti *Giovanni de la Faille*, e *Paolo Gul-*

dernamente dal Circolo *Gio: Enrico Lambert*, e deſcritti nel III°. Volume degli *Atti* Elvetici (*a*), non ammette alcun dubbio, andando del pari e l'una e gli altri nel dipendere la loro eſatta miſura geometrica da una felice compenſazione o equipollenza di parti, per mezzo di cui l'Area curvilinea facciaſi eguale alla rettilinea ſenza obbligare il Geometra ad una vera, rigoroſa, e diretta ſpecolazione di *Quadratura* (*b*).

Concedo egualmente, che ſimili *Quadrature* indirette, nate piuttoſto da una fortunata combinazione, che da ſpirito vero geometrico, pruovino aſſai meno ingegno non che delle *Quadrature* dirette, come ſarebbe l'Archimedèa della Parabola d'*Apollonio* (*c*), delle velociſſime approſſimazioni altresì, o per mezzo di Numeri, o per mezzo di Linee, delle

---

dino lo traduſſero ſull'autorità de' migliori Leſſici, ſiccome altrove dimoſtrerò, per *Securicula*, *Scalprum &c.* (pag. 376. *Operum Mathematicorum &c.*, e Note 57. 83.) (*Caput IX.* a 375. *Arbeli, & Lunularum quadrationes aliquæ*. *Vieta* prevenne *Lambert*: Si veda la *Nota* ſeg. 31.).

(*a*) Edizione di Baſilèa del 1758. alle pag. 142. e 143. dal §. 20. ſino al § 27. delle *Obſervationes variæ in Matheſin puram*. L'Autore, quantunque impropriamente, chiama *Arbeli* nel §. 25. alcuni di queſti Spazj.

(*b*) A queſto propoſito ſia letto il §. 20. delle *Obſervationes* pocanzi accennate. Nella *Diſſertazione* di *Cramer* citata dalla *Nota* 14. mi ha molto ſorpreſo il paſſo ſeguente (a p. 485.) *Voilà le premier eſpace circulaire, qui ait eté quarré, & cette quadrature, indèpendamment de ce qu'elle a de curieux, ſert à prèvenir une erreur, où l'on pourroit tomber, & qu'il ſemble que Des-Cartes* (Geomet. Lib. II. p. 39 Edit. 1659 in 4to) *même n'a pas evitée. C'eſt de croire que les Lignes droites & les Courbes ſont d'une nature ſi diſſemblable qu'il eſt impoſſible de les comparer*. Ma in primo luogo la Lunula d'Ippocrate non dà un eſempio di rettificazione di Curve; ed oltre di ciò quando ancora non foſſe eſiſtita, nè ſtata conoſciuta all'età della *Geometria* di *Carteſio* la miſura facile della Lunula, mancava forſe l'eſempio della quadratura della Parabola?

(*c*) I Traduttori, che ſono di rado degli uomini di Scienza, peccano per lo più, quando gli prenda il piacere di far delle giunte al Teſto ſincero, o di brillare con delle gloſſe. *David Rivalto* nel ſuo *Proemio* tanto al Libro d'*Archimede* ſulle Spirali, quanto all'altro ſulla Quadratura della Parabola, vorrebbe far credere, che il modo *meccanico* di dimoſtrarla adoprato dal gran Geometra di Siracuſa oltre a quello dedotto dalla teorìa delle Serie, foſſe un metodo groſſolano e materiale, e non già rigoroſo, nè eſatto, come ſi conta di *Galilèo*, allora quando per miſurare il ſuo Spazio pesò una Cicloide in cartone. Alcuni confondono le Linee Spiriche colle Spirali, o colle vere Elici oſſia Volute di Conone di Samo (ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ ediz. di Parigi del 1615.). Del rimanente non v'ha a ſenſo mio dimoſtrazione più bella, e più didaſcalica della miſura dell Area della Parabola d'*Apollonio*, come quella di *Roberto Simſon* in fondo del Libro V. dell'Opera da me citata nella 10. *Annotazione*.

le Aree, delle Curve a dei Spazj rettilinei, cui preſſo gli antichi adattavaſi la parola oggigiorno poco inteſa Ω'κυτόσοος (a), che converrebbe beniſſimo alle belle e ſpiritoſe coſtruzioni moderne d'*Adamo Kochanski* (b), *Euler* (c), *Lambert* (d), *Outhier* (e) ecc. onde conſeguir preſto e *graficamente* una Linea retta preſſochè uguale ad una Circolare Circonferenza.

Ma tuttavìa, ſebbene le *quadrature* di quelle porzioni di Lunula ſian coſa non molto pregevole, e nulla ſublime, biſogna pur dire eſſer fenomeno ſempre raro queſto di *parodiare* (f) una Scoperta antica, e nel darla per nuova più di un Secolo dopo deformarla così ſtranamente da far due paſſi giganteſchi all' indietro (come ho moſtrato di ſopra) in rapporto a ciò, che allora ſapevaſi. Dei plagj ſe ne contano molti, o per dir meglio, di quelle ſcoperte, cui con tutta ragione potrebbe applicarſi l' epiteto di *novo-antiquæ*. Non è però a mia notizia, nè in materia di Erudizione, nè in materia di Scienza un caſo ſimile a queſto, dove in cambio di progredire, o almeno di eſſere *ſtazionaria*, una Scoperta antica ſiaſi fatta *retrograda*. Abbia, ſe pur ſi voglia, il P. *Enrico Noris* ſenza ſaperlo lavorata la ſua dottiſſima interpretazione dei Cenotafj Piſani ſul Modello MS. di *Giovanni Pagni*: nulla ha però da invidiare nè di bellezza, nè di dottrina all' opera di chi l' avea preceduto in queſta letteraria fatica (*a*). Siano pure i primi Filoſofi della Grecia (*b*), ed i Pitagorici in ſpecial modo (*c*) quelli, che concepirono avanti di tutti l'univerſale attrazione della Materia: dovremo ſempre ammirare, e riempire di giuſti encomj il Cav. *Iſacco Newton*, come quegli, che l'abbia tanto arricchita, nobilitata, accreſciuta, e ridotta a canoni, e leggi certe, almeno per tutto ciò, che riſguarda il gran Siſtema dell'Univerſo (*d*).

(a) Queſto, ovvero Ω'κυτόβοον, era il Titolo d'un Libro perduto di *Apollonio Pergèo* come rilevaſi dal Comentario d'*Eutocio Aſcalonita* al Libro d' *Archimede De Circuli dimenſione*, dove laſciò ſcritto verſo la fine εν τῶ Ω'κυτοβόῳ.

(b) *Hiſtoire &c.* di M. *Montucla* indicata dall'*Annotazione* 14. alla pag. 64.

(c) *Novi Commentarii Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ* = Tom. VIII. nel *Sommario* al N. VII. p. 26. e 27. (*Excerptum ex MSS. Carteſii ; Opera Poſtuma Carteſii &c.*, ediz. di Amſterdam del 1704.).

(d) *Acta Helvetica Phyſico-Mathematico-Anatomico-Botanico-Medica &c. Volumen III.* a pag. 133. verſo la fine del §. 10. e 134. 135. §. 12. E' di Snellio.

(e) Tom II. citato nella *Nota* 1. alla pag. 333. = *Sur une nouvelle Quadrature par approximation*. La Prefazione o *Sommario* alle pag. XV. XVI. l' encomia così „ *Cette idée a paru ſimple & ingènieuſe* „. Di fatto ell' ha grande eleganza, e la rettificazione della Periferìa circolare viciniſſima al vero ſi conſeguiſce con molta facilità, uſando ſpecialmente del Διαβήτης (*circinus*) adattato alla deſcrizione d' Archi di Cerchio di lungo Raggio, il quale Iſtrumento ſuol chiamarſi col nome d' *Epimetro*.

(f) Domando perdono alla *Cruſca*, ſe prendo ardire da novatore anche ſul correttiſſimo *Vocabolario* Toſcano del 1733.

Quanto ſia neceſſario oggidì eſſere al fatto di tutta l'Iſtoria Matematica avanti d'aſſicurarſi di qualche nuovità nella Sinteſi o nell'Analiſi, chiaro appariſce da molti altri eſempj, i quali ci debbono convenevolmente inſtruire. Diffatto avan-

---

(*a*) *Cenotaphia Piſana Caii & Lucii Cæſarum Diſſertationibus* (4) *illuſtrata* = *Venetiis*, 1681 = in fogl. di p. 490. *Atti e Memorie inedite dell'Accademia del Cimento ecc.*, *pubblicate dal Dr. Giovanni Targioni Tozzetti* Tomo I. (1780.) alle pag. 471. 472. e 474. Queſto inſtancabile raccoglitore di MSS. ed altre anticaglie, ſuppone nel loc. cit. inferiore di merito l' Opera ſtampata del *Noris* all' inedita del *Pagni*. Ma ſiccome per l'abbondanza delle materie da eſſo trattate non laſcia di prendere abbaglio in delle coſe chiariſſime (nell' iſteſſo Tomo I. (ex. gr.) al §. LI. e pag. 461. egli dice „ *nel Fronteſpizio la data della ſtampa* de' Saggi di Naturali Eſperienze è 1666. " quando l'Edizione prima e magnifica ha nel Fronteſpizio di molte Copie 1667.), ne laſcio ad altri il giudizio.

(*b*) *Empedocle* tra gli altri, il quale fioriva nel V. Secolo prima dell'Era Criſtiana, aſſerì che il Mondo era regolato dall'*Amore* e dalla *Diſcordia*, cioè da due ſole forze *Attrazione* e *Ripulſione*. (*Obſervations genèrales ſur l' etude de la Philoſophie ancienne* = *Par M. Freret* = *Aſſemblée publique du* 13. *Nov.* 1744. = alla pag. 101. delle *Mèmoires de Litterature* nel Tomo XVIII. ſtampato in Parigi l'anno 1753. dell'*Hiſtoire de l'Académie Royale des Inſcriptions & Belles-Lettres &c. depuis l'année M. DCC. XLIV.*, *jusques & compris l'année M. DCC. XLVI.*).

(*c*) *Præfatio Auctoris*, cioè di *David Gregory*, la quale precede tanto l'edizione d'*Oxford* del 1702., quanto quella di Ginevra del 1726. degli *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementa* dalla pag. 3. ſino al fine, ch'è un capo-d'-opera d'Erudizione trattata da vero filoſofo.

(*d*) Per iſpiegare i fenomeni, che accadono nel *Microcoſmo*, in rapporto ai quali *Newton*, *Pemberton*, *Mac-Laurin*, *Keil*, *Clairaut*, *Buffon*, *Sigorgne*, *Gio: Teofilo Deſaguliers*, *Jacopo s' Graveſand*, e cent' altri uſarono delle medeſime forze ſotto diverſe *leggi*, l'eſito non è ſtato egualmente ſicuro, e felice. Deve conſultarſi ſegnatamente l'ingegnoſiſſima ſenza pari *Memoria* fiſica di M. *Monge*, intitolata *Sur quelques effets d'attraction ou de repulſion apparent entre les molècules de matière*, dalla pag. 506. ſino a 539. del Tomo della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno M.DCC.LXXXVII., pubblicato nel 1789. Matematico ſommo com'è l' Autore, non poteva far meglio conoſcere ai Dotti, quanto debbano in materia di *fatti* tenerſi ſempre lontani da intuonare ἐύρηκα, ἐύρηκα, nè poteva mai dare un eſempio più illuſtre della ſuperiorità del ſuo ſpirito nell' anteporre a dei Siſtemi famoſi la ſemplicità delle Leggi ordinarie della Natura.

zandoſi le Matematiche con ſorprendente rapidità *velut unda ſupervenit undæ*, non può mai eſſere a meno, che di ſovente i Geometri s'incontrino tra di loro nell'iſteſſo ſoggetto, ed alcuna volta quelli, che vengano dopo, o vadano meno felici, o nulla ſappian dei primi.

L'Abate *Boſſut* nel Tomo II°. dell'iſteſſa *Collezione* Accademica, in cui è regiſtrata la *Memoria* di M. *Bourand*, ha ſciolto queſto facil Problema (Fig. 3.) *Trouver la ſolidité d'un ſegment* BKROX *de Conoïde parabolique* ABXDO *coupé par un plan parallele à ſon axe* (*a*). Impiega quaſi un'intera facciata di Calcolo per dimoſtrare, che la Curva *ROX* generata dalla ſezione del Paraboloide mediante un piano normale alla baſe ſia una Parabola del tutto *identica* alla generatrice del Solido (*b*). Le Teoriche d'*Apollonio Pergèo* vi conducevano direttamente; e noi altri Italiani l'abbiamo le mille volte ſtampato (*c*). Imperocchè nella Parabola genitrice è ſempre $DK.KB = KX^2 = RK$. Parametro, $D'K'.K'B' = K'X'^2 = R'K'$. Par.° Dunque ecc. Gareggiando con un altro Geometra egli di più ſi felicita col pronunziare queſte parole: *Il eſt à propos de remarquer en paſſant que cette méthode eſt générale pour tous les ſolides de révolution, & qu'elle fera toûjours trouver la nature de la courbe* ORX *au moyen de ſimples ſubſtitutions: c'eſt au lecteur à juger ſi celle de l'auteur que j ai cité a le même avantage*. Ma da un Teorema di *Evangeliſta Torricelli* (*d*) pubblicato ſino del M.DC.XLIV.

(*a*) *Solution de deux Problémes de Géométrie* dalla pag. 543. alla 557. Parlo qui del ſecondo, ch'è a pag. 553, e principia *Autre, Probléme*. Nella Prefazione o *Sommario* (p. XVI. XVII.) ſi conchiude il giudizio della *Memoria* nel modo ſeguente „ *Ces deux ſolútions ont paru exactes & élègantes* ".

(*b*) Leggaſi ſino a parte della pag. 554. Il Problema parea sì difficile che *un autre Gèomètre l'a auſſi rèſolu dans les Mémoires de Mathèmatiques préſentés à l'Académie de Paris &c.*

(*c*) Mi ſovviene (per dirne una) della Propoſizione 33. (alla pag. 85.) oſſia Lemma IV. del Libro III. della notiſſima Opera di *Vincenzo Viviani De Locis ſolidis ſecunda Divinatio Geometrica in quinque Libros iniuria temporum amiſſos Ariſtæi ſenioris Geometræ &c.*, pubblicata in Firenze l'anno 1701., e dedicata al Re *Luigi XIV*. E poi baſti il dire ch'ell'è la Prop. ultima del L. IV. di *Pappo* (ediz. di Bologna 1660. a p. 112.).

(*d*) Tra le Opere ſtampate di queſto Geometra, e raccolte in un ſolo Volume, ſi legga nell'*Appendix de dimenſione Cochleæ* il *Lemma primum* alle pag. 136. (ma veramente 144.) e 145. della 2. numerazione. Siffatto Teorema ammirabile egli lo nominò (MS. Palatino ecc.) *Fruſto Capitellare*, ed alcuna volta *Fruſto Diabolico*.

ho facilmente dedotto, che per ogni Solido rotondo ſia tale la Curva ROX, oſſia la ſua projezione ortografica ſul piano del Meridiano $QATV$ parallelo al piano ſecante $XROK$, che $QP.PT = Q'P'.PT'$, ecc. $= CI.IC' = CI^2 = RI^2$, di dove ricavanſi immediatamente ſenza di neſſuna *ſoſtituzione* la natura, le proprietà, e l'equazione della Linea cercata (*a*) come quella, che ha ſempre l'iſteſſo rapporto colla generatrice, di cui gode l'Iperbola Apolloniana referendola alle due Rette, che a lei ſervon di Aſintoti (*b*).

Nel VI. Volume della *Raccolta* medeſima, precedentemente citato parlando di M. *Bourand*, mentre ch'io raccoglievo tutto ciò, che poteſſe mai appartenere alla provincia in oggi coltivatiſſima delle Funzioni *arbitrarie*, tanto *continue*, quanto *diſcontinue*, mi accadde d'aver ſott'occhio la maniera aſſegnata da M. *de la Place* per andare in cerca del valore dell' Integrale $S\frac{d\mu}{V(-l\mu)}$ da $\mu = 0$ ſino a $\mu = 1$, cui veniva condotto a fin di riſolvere un Problema belliſſimo intorno ai giuochi d'azzardo (*c*). Avevo, qualch'anno fa, ſpeculato ſopra di queſto Integrale; onde nel leggere il modo nuovamente adoprato da quel valentiſſimo Matematico, mi parve che l'Autore peccaſſe per tre differenti ragioni.

In primo luogo lo dà per nuovo, o almeno non cita neſſuno, che n'abbia trovato il valore $= \sqrt{\Pi}$, come ſe quella Formola aſſai bizzarra non foſſe mai ſtata nel caſo propoſto integrata prima di lui, quando lo fu da *Leonardo Euler*, e dal Cav. *Gio. Alberto* ſuo Figlio negli Atti delle Accademie delle Scienze di Pietroburgo, e Berlino (*d*).

Secondariamente per riconoſcere, che poſto $i = 0$

(*a*) Ecco il metodo generale analitico. Sia $y = \varphi x$ l'Equazione della generatrice QAT: ſarà (poſta $IC = a$) l'Equazione cercata della Curva XRO eſpreſſa ſempre così $z^2 = (\varphi x)^2 - a^2$.

(*b*) Intendo però queſt' analogìa o convenienza di relazione in rapporto all' Iperbola d' *Apollonio* paragonata unicamente al ſuo Aſſe *primario*.

(*c*) *Mèmoire ſur la probabilitè des cauſes par les èvènemens* dalla pag. 621. ſino a 656. (*Nota* 3.). Si veda il Num. III. al Problema I. (p. 624.), e leggaſi principalmente la pag. 629.

(*d*) Volumi V. e XI. dei vecchi *Comentarj* della prima Accademia, e Tomi XVI. e XVII. della ſeconda.

ſia $\frac{1-\mu^{2i}}{2i}=-l\mu$, chiama in ajuto, ſcrivendo nel M.DCC.LXXIV., la regola *differenziale* di *Giovanni Bernoulli* (*a*), qüando ſino del M. DC. XCV. aveva di già pubblicato ſenza di quella regola *Edmondo Halley* eſſer ſempre $\frac{\mu^{0}-1}{0}=\frac{\mu^{2.0}-1}{2.0}=l\mu$, come riſulta dal Volume XIX. delle *Tranſazioni* Anglicane (*b*).

Ed in fine ricava da un Teorema remotiſſimo d' *Euler* $S\frac{\mu^{n}d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2i}}}\cdot S\frac{\mu^{n+1}d\mu}{\sqrt{2-\mu^{2i}}}=\frac{1}{i(n+1)}\cdot\frac{\Pi}{2}$, facendo $n=i=0$, il ricercato valore (*c*), quando ſenza ricorrere a queſto artifizio indiretto, e quaſi divinatorio, e ſenza prender la coſa sì da lontano deriva immediatamente, piuttoſtochè da un *prodotto* di due Integrali, dall' Integrale unico $S\frac{\mu^{2n+1}d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2}}}$ poſto $n=\infty$, ſiccome ho altrove provato, e vale a dire da un' agevoliſſima Formola Newtoniana (*d*).

Avviſo ciò per il ſolo motivo di far veder ſempre più quanto dobbiamo andar cauti nel giudicare del merito, e della vera epoca delle ſcoperte, ſe taluna volta declinano dal diritto ſentiero uomini ſommi quanto i teſtè nominati, dei quali non avrò mai l'ardimento d'eſſerne giudice, e farò in ogni tempo riſpettoſiſſimo ammiratore. Son convinto, che dove giungono nell' età noſtra gli artifizj del Calcolo, ſarebbe vano il penſare, che v'arrivaſſero i metodi (almeno i ſuperſtiti) degli antichi. Opulente come ſon oggi le Matematiche, ſi laſciano indietro tutte le ſcoperte dei Greci, e dei Geometri trapaſſati, che calcando ſempre dappreſſo le loro orme precedettero, o non uſarono l' Algebra di *Carte-*

(*a*) *Nota* 40., e Num. 10. del §. I. delle mie *Meditazioni Analitiche* ecc. citate ſin da principio.

(*b*) Tomo XIX., e *Nota* 97. delle preaccennate *Meditazioni*.

(*c*) La *Sigla* Π rappreſenta la Semicirconferenza del Circolo, di cui 1 ſia il Raggio, ſiccome ſcrive l' Autore nella pag. 625. Del reſto ſi veda il Cap. VIII. del Volume I. (a pag. 230. e ſegg.) *Inſtitutionum Calculi Integralis* di *L. Euler*.

(*d*) Si conſulti il §. II. delle *Meditazioni* ſuddette intitolato *Nuovo metodo d'integrare la Formola Euleriana*.

ſio (*a*). Nacquero tuttavolta alcuni feliciſſimi ingegni, i quali ſpiccaron dei voli, e ſi aperſero nuove ſtrade per arricchire gli Annali della Geometrìa, tenendo ferma l'eleganza delle coſtruzioni e dimoſtrazioni, e quell'aurea chiarezza e ſemplicità, che diſtinguevano i Matematici della Grecia. *Keplero*, *Galilèo*, *Cavalieri*, *Torricelli*, *De la Faille*, *Guldino*, *Gregorio da San Vincenzo*, *Paſcal*, *Huygens*, *Simpſon*, *Simſon*, ecc. (*b*) hanno dei capi-d'-opera di queſta ſpecie. Non conviene abolire del tutto (e particolarmente in Italia (*c*)) l'elegante lor modo di dimoſtrare, nè mai turbar

---

(*a*) Anche aſſai dopo l'epoca della pubblicazione della *Geometria* di *Carteſio*, che accadde nell'anno 1637., molti dei Matematici eziandìo oltramontani, in cambio di ſervirſi dell'Algebra, come aveva incominciato ad effettuare con qualche frutto *Franceſco Vieta*, il quale morì nel 1603, ſeguitarono a far ſcoperte per via di Sinteſi, e particolarmente col metodo degli indiviſibili e dei Limiti de' rapporti.

(*b*) Sù di *Giovanni Keplero* ho trovato un aneddoto ſingolare di mano del *Viviani*, che qui fedelmente riporto. Conſiderando egli alcune deboli dimoſtrazioni nella *Nova Stereometria Doliorum vinariorum, in primis Auſtriaci figuræ omnium aptiſſimæ. Acceſſit Stereometriæ Archimedeæ ſupplementum* = *Lincii* 1615. = ſcriſſe in margine *Senſui non fidit Geometria- Galilæus ergo dum cæcus erat, hanc concluſionem minime perciperet. Oh quam humilis Geometria ſi corporis oculis indigeret!* Quanto al P. *Giovanni de la Faille*, cioè alla di lui bella Operetta ſtampata in Anverſa del 1632. preſſo i Meurſj, col Titolo *Theoremata* (40) *de Centro gravitatis partium Circuli & Ellipſis*, mi fece aſſai d'amarezza quando di sì piccolo Libro leſſi il giudizio, che M. *Montucla* ne pubblicò (*Hiſtoire &c. ſur la Quadrature du Cercle* Nota * a pag. 65.). *La Faille publia en* 1632. *un ouvrage très-ingenieux, quoique un peu prolixe &c.* Intorno all'Opera del P. *Paolo Guldino De Centro gravitatis trium ſpecierum Quantitatis continuæ. Liber I.* = *Viennæ Auſtriæ* 1635., *Liber II. De compoſitione & reſolutione Poteſtatum rotundarum* = *ibid.* 1640., *Liber III. Geometria Rotundi* = *ibid.* 1641., *Liber IV. Archimedes illuſtratus* = *ibid.* 1641., il medeſimo Iſtoriografo fa un altro sbaglio affermando (*Hiſtoire des Mathematiques* T. I. P. I. L. V. pag. 325. e T. II. P. IV. L. I. pag. 21.) che nella prima Edizione di *Pappo* (*Nota* 30.) mancaſſe il luogo della Prefazione al VII. Libro (ſi confrontino le pag. 252. della 2. ediz. e 165. *a tergo* della I.) dov'è in termini puntuali accennata l'iſteſſa *regola* di quel Geſuita *Sancto Gallenſis*. Commette altro errore nella *data* di quella Edizione, che non fu, come ſcrive, del 1582., ma del 1588. Poteva piuttoſto dire, che i *motti* appoſti a quell'Opere erano poco degni di un Matematico = *Ponderant ſine pondere, nec æquiponderant* = *Rotando centrum fiunt* = *Facta centrum promovet* = *Obſcura centrum illuſtrat* = *&c. &c.* Quando non ſi voleſſe eſſer molto indulgenti per un Geometra Seicentiſta. (Vedaſi la *Nota* 58.)

(*c*) Certuni accuſano di pedanterìa gli Italiani per avere applicate le fraſi matematiche alle materie di Politica, e di pubblica Economìa. Ma a parer mio queſta voglia di *geometrizzare* dove non ſembra, che doveſſe aver luogo la Geometrìa, è venuta con altre di là dal Mare. *La véritable Equation du commerce, pour parler le langage des Géomètres, eſt l'abondance ou la* l'ordine delle ſcoperte. Abbandonando onninamente lo ſtudio delizioſiſſimo di quei Geometri, anderebbe forſe perdendoſi quel vero ſpirito d'invenzione e di combinazione d'idee, che paſſa per eſſere il ſommo pregio dei Matematici.

Saremmo di certo più ricchi di queſto genere d'invenzioni, ſe ci foſſero pervenuti tutti i teſori dei Greci, conſunti per la maſſima parte atteſo gli incendj delle due Librerìe di Pergamo ed Aleſſandria (a). Il ſolo Commentario di *Proclo Diadoco* al I. Libro d'*Euclide* (b), e la Prefazione al Libro VII. delle Collezioni di *Pappo Aleſſandrino* (c) ci

---

rareté de ce qu'on préſente au public, de ce qu'on expoſe en vente, multipliées par le beſoin que l'on en a, ou par la demande que l'on en fait. A tout prendre, plus il y a de demandeur d'une denrée ou d'une marchandiſe, quelle qu'elle ſoit, plus cette denrée & cette marchandiſe prennent faveur, plus le prix en augmente (pag. 183. dell' *Eſſay ſur la Marine & ſur le Commerce* ediz. del 1743.). (Si conſulti la *Nota* 98.).

(a) Il primo avvenne nel Secolo I. dell' Era Criſtiana, perchè ſecondo Strabone quella Biblioteca eſiſteva regnando *Tiberio*, quantunque aveſſe ſofferte diverſe vicende al tempo di *Cleopatra*, *Marc-Antonio*, ed *Auguſto*. Ell'era fondata da *Eumene II.* ed *Attalo II.*, Sovrani d'un piccoliſſimo Stato nella gran Miſia dell'Aſia Minore, i quali regnarono 3. Secoli prima della venuta di Criſto. Se ſi debba credere a *Plinio*, non conteneva meno di 200000. Volumi. Qual'eſempio immortale di Re Filoſofi! L'altro incendio ſu poco dopo del 641. oſſia verſo il mezzo del Secolo VII. dell' Era volgare. Era fondata la Librerìa Aleſſandrina da *Tolomeo Sotère* colla direzione di *Demetrio di Falèra*. *Tolomeo Filadelfo*, e quindi *Tolomeo Phiſcon* l'accrebbero aſſai. Vien detto, che conteneſſe più di 400000. Volumi. L'ordine del *Califo Omar*, eſeguito da *Amry* Generale dei Saracini, baſtò in breve a diſtruggerla per riſcaldare i pubblici Bagni. Mai Terme più ricche non eſiſterono al Mondo. Ecco gli Annali de' Barbari.

(b) Di *Proclo* eſiſte la Vita, che ſcriſſe il di lui ſcolare Marino, ſtampata da *Gio. Alberto Fabricio* nel 1700. in Amburgo, e ripubblicata in Londra l'anno 1703. alla fine della ſua *Bibliotheca Latina*. Molto ſi trova ſcritto di lui, e d'altri *Procli* nel Leſſico di Suida (ediz. di Cambridge del 1705. per *Ludolfo Kuſtero*), nella Vita d' *Apollonio Tyanéo* compilata da *Filoſtrato*, non meno che nella *Vie d'Apollonius de Tyane = a Berlin =* in 4. Volumi 1774., e nel Lib. V. Parte IV. della *Bibliotheca Græca &c.* al titolo *Procli antiquiores & juniores* dalla pag. 456. ſino alla 454. ediz. del 1717. Ma più di tutto viene illuſtrata l'Iſtoria di *Proclo* da un'Inſcrizione Tyatirena, che pubblicherò in altro tempo inſieme col mio Comentario. Del rimanente viveva *Proclo* poco avanti di *Achilles Tatius* nel V. Secolo della noſtr'Era. (*Diſſertazione* di M. *Heinius* citata dalla *Nota* 14., dove ſi legge alla pag. 409. *Proclus ſurnommé Diadochus, Philoſophe Platonicien, & Mathematicien celebre, qui brilloit dans le V. Siecle &c.* (Vita d' *Apollonio* ecc. per Monſignor *Gio Bernardo Gualandi*, in 8vo Venezia 1549).

(c) Non manca chi creda eſiſtere oggigiorno in Arabo nella Biblioteca di Fez, fondata da *Almanzor*, e come atteſta *Eupennas compoſta* di 32000. Volumi, tutte le Opere di *Pappo*, il quale fiorì ſul cadere del IV. Secolo, checchè ne dica in contrario *Giovanni Stoeflero* (*Commentarius in Procli* rammentano le noſtre perdite, e perdite a ſenſo mio irreparabili dopo di tante diligenti ricerche fatte a queſt' uopo durante l'aureo Secolo de' Medici in tutte le Biblioteche del Mondo cognito (*a*). Le Coniche d'*Apollonio* mutilate del Libro VIII. (*b*), *Pappo* mancante dei due primi Libri, dei quali eſiſte in grazia del *Wallis* la traduzione di un breve frammento ricavato da rariſſimo Codice d'*Oxford* (*c*), *Euclide* corrotto da tanti Scoliaſti ed Amanuenſi (*d*), ci hanno impoverito di più col privarci di molte originarie bellezze dei

---

Diadochi Sphæram editus Tubingæ 1534). Forſe la maſſima parte di queſte verſioni d'antichi Codici Greci riſale al X Secolo, e molti ſaranno di quelli, che il *Califo Almamon* obbligò a darglieli a ſcelta *Michele III.* Imperator di Coſtantinopoli dopo d'averlo vinto in battaglia. Quante maggiori ricchezze letterarie doveva avere diffatto l'antica Città di Bizanzio ſuperiormente a quelle, di cui c'iſtruiſce la *Prefazione* accennata? Converrà ora cercarne dei miſerabili avanzi ſulle Coſte occidentali dell' Africa? *Non nova, ſed nove*: tale è ſtata ſempre, e ſarà la fatalità delle coſe umane. Intorno alle ricerche dei Libri mancanti di *Pappo*, e d'altre Opere rare inedite, come l'*Harmonicon Cœleſte* di Vieta ecc., ſi legga ciò che ſcrive del Cardinal *Leopoldo* il *Targioni* da pag. 499. a 504. del Tomo I. citato dalla *Nota* 40.

(*a*) Per un ſemplice ſaggio ſi legga la Parte I. del Tomo II. degli *Atti e Memorie inedite dell' Accademia del Cimento e Notizie aneddote ecc.*, pubblicata dal. Dr *Targioni* in Firenze l'anno 1780. ai Num. XXXI. XXXII. e XXXIII. dalla pag. 238. ſino alla 242., dove parlaſi di *Pappo*, e *Archimede*. Solamente rifletto per digreſſione che *Luca Holſtenio* citando (a p. 241.) il Libro Archimedèo Περὶ τῶν ὀχυμενῶν, lo citi mutilato, e perciò mancante di ſenſo. Imperocchè eſſendo il Libro *De inſidentibus humido* (dei Galleggianti), e Περὶ τῶν ὀχυμενὼν ſignificando *De inſidentibus* (vedaſi al Verbo ὀχέω, ὀχέομαι, ὀκχέομαι *Theſauri Linguæ Græcæ ab Henrico Stephano conſtructi Tomus II.* alle pag. 1580., 1582.), e nient'altro, fa di meſtiero completarlo così Περὶ τῶν ὀχυμενῶν ἐφ' ἰγρῶ, com'è in altri Teſti. Nella celebre Biblioteca Bodleyana d'Oxford, e nella riſtrettiſſima Librerìa del *Serraglio* della Porta Ottomanna, che comprende ſoli tre in quattromila Volumi tra Turchi, Perſiani, ed Arabi, ſenza neſſun Codice Greco, non eſiſtono per le di già fatte rimazioni, Opere di qualche importanza tra le mutilate o ſmarrite.

(*b*) *Halley* reſtituì il Libro perduto, di cui ſi parla (*Nota* 75.), e lo reſtituì con tanta ſagacia e profondità, che *Roberto Simſon* (giudice ſenza pari) ebbe a dire di lui ..... *qui tamen magno acumine a cl. Halleio reſtitutus eſt*. (Sia letta *Præfatio ad Lectorem* dell'Opera Simſoniana mentovata dalla 10. *Nota*).

(*c*) *Pappi Alexandrini ſecundi Libri Mathematicæ Collectionis fragmentum hactenus deſideratum ex Cod. MS. anno 1688. primum editum, latine redditum, & Notis illuſtratum*. (Tomo III. della *Raccolta* di tutte l'Opere Matematiche Walliſiane ſtampato in Oxford *e Theatro Sheldoniano* l'anno 1699.)

(*d*) Queſti errori ſi correggerebbero ſubito, mentre ci foſſero pervenuti gli altri Elementi di Geometria compilati da Scrittori Greci anteriori ad *Euclide*, come *Ippocrate* di *Chio*, *Leone*, *Theudio*, *Hermotimo* ecc.

dei Codici Greci. *Federigo Commandino*, piccolo Matematico e mediocre Greciſta, moſtra in parecchi luoghi di non avere inteſo il vero ſenſo di *Pappo*, ſiccome appariſce dal confronto della ſua verſione col famoſiſſimo Codice Vaticano (*a*). *Proclo* aveva ſofferto di più tradotto da *Giovanni Hervagio* di Baſilèa (*b*), e quindi da *Franceſco Barocio* (*c*). E poco meno che i *Dati* d' *Euclide* (Δεδόμενα) non ſiano ſtati sfigurati egualmente da *Claudio Hardy* di Parigi (*d*). Quanto alla Collezione ſtampata nel M. DC. XCIII. ſotto il titolo di *Veterum Mathematicorum Opera Græca & Latina* da *Filippo de la Hire* (*e*), oltre che non ripara di gran lunga ai gravi ſcapiti, che hanno ſofferti la Geometrìa, e l' Aritmetica, sì nella parte Iſtorica, come nella Teoretica per la mancanza d' importantiſſimi Libri, e ſegnatamente tra queſti degli Elementi (Α'ρχαὶ) d' *Archimede* (*f*), e dell' Arte numeraria (Λόγισικὴ) d' *Apollonio* (*g*), nè ſono abbaſtanza ricompenſati dalle dotte fatiche dei *Vieta*, dei *Snellj*, dei *Vi-*

(*a*) Loc. cit. dall' *Annotazione* 62, ed Opuſolo di Giuſeppe Torelli intitolato *Coſe Geometriche*, edito in Verona ecc. (*Nota* 106).

(*b*) L' Opera è Greco-latina diſtinta col titolo ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ, e vien dopo all' ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ' dell' edizione di Baſilea del 1533

(*c*) *Procli ſucceſſoris Lycii Philoſophi Platonici & Mathematici probatiſſimi Commentarius in primum Elementorum Euclidis Libri quatuor latine verſi* ecc. in Venezia 1560. colla dedica al Patriarca d' Aquileja Monſignor Daniel Barbaro. Pare che M. Cramer non conoſceſſe queſta 2da. Edizione, avendo ſcritto nel loc. cit. dalla *Nota* 14. a pag. 488 *Je préſente d abord le Texte de Proclus, tel qu' il ſe trouve dans l' edition unique, à ce que je penſe, cet Auteur. C' eſt celle d' Hervagius à Basle* 1533.

(*d*) ΔΕΔΟ'ΜΕΝΑ *Theoremata geometrica* 95. *cum Præfatione Marini Philoſophi Neapolitani* = *Euclidis Data* = *Pariſiis*, 1625. edizione Grecolatina.

(*e*) Vedaſi a pag. 367. il Tomo *II.* dell' *Hiſtoire de l' Académie Royal des Sciences &c. avant le renouvellement* edizione Parigina del 1733. E' una Raccolta conſimile a quella d' Amſterdam del 1652. *Antiquæ Muſicæ Auctores ſeptem, græcè, & latinè Marcus Meibomius reſtituit, ac Notis explicavit* = in un ſolo Volume.

(*f*) Altri ſcrivono Αρχὰς. Era un' Opera indirizzata dall' Autore *ad Zeuxippum*, e la nomina egli medeſimo nel ſuo Libro Ψαμμίτης (*Arenarius*). Molto n' ha ſcritto M. Melot nel Tomo XVI. (non XV. come dice Montucla alla pag. 251. *Nota* (*b*) del I. Volume della ſua Storia Matematica) dell' *Hiſtoire de l' Académie Royale des Inſcriptions &c.* edizione di Parigi del 1743.

(*g*) Wallis nel Tomo III. *Oper. Mathem.* alla pag. 559., e Fabricio *Bibl. Græc.* Lib. III. nella *Nota* in piè della pag. 563. ſuppongono che queſt' Opera citata da Eutocio nei ſuoi Commentarì al Libro d' Archimede Κύκλου *viani*, degli *Halley*, dei *Simſon* ecc., i quali, e nel paſſato, e nel preſente Secolo ſi poſero a indovinare diverſe Opere Greche ſmarrite (*a*), ell' è una raccolta di coſe, che ſi riportano per lo più alle Matematiche miſte (*b*).

Giova eziandìo di riflettere, che le bellezze dei Greci, le quali tuttora ci reſtano in propoſito di Geometrìa, non abbiano fatta tra noi ſino al giorno preſente quella maggior comparſa e riſalto, di cui eran capaci, perchè i Geometri (tranne *David Gregory*, ed *Halley*, cui dobbiamo le inappuntabili e veramente prezioſe Edizioni Greco-Latine d' *Euclide*, *Apollonio*, e *Sereno* di Antiſſa (*c*), edizioni che ono-

---

Μέτρησις foſſe d' un antico Geometra nominato Μάγνος. Io però credo, che ſia d' Apollonio da Perge, cioè dell' iſteſſo Scrittor delle Coniche, chiamato per antonomaſia da tutta l' Antichità *Geometra Magnus*. So bene che i Greci ſcrivevano Μέγας, e non Μα'γνος, ma ſo egualmente che nei baſſi tempi decadendo la purità della Lingua, e promiſcuandoſi colla Latina, molte parole Romane usò, che veniſſero ſcritte colle declinazioni e caratteri della Grecia. Eutocio viveva nel VI. Secolo della noſtra Era o ſul declinare del V. e forſe regnando Anaſtaſio Dioſcuro. Tra i molti eſempj, che altrove pubblicherò per fondamento della mia congettura, ricavati per la maſſima parte dal *Dufreſne D. Du Cange Gloſſarium ad Scriptores mediæ & infimæ Latinitatis* = *Tom. VI Pariſiis*, 1733. = cito adeſſo il ſolo Πόρτος Μάγνος *Portus Magnus* (oggi *Portſmouth*) nelle Iſole Britanniche, com' è ſcritto nel Capo III. del Libro II. della Geografia antica di Tolomeo.

(*a*) *Apollonius Gallus* per riſtabilire il Libro περὶ ἐπαφῶν (*De Tactionibus*) (*Opera Mathematica* (*Nota* 30.) *in unum Volumen congeſta ac recognita, opera atque ſtudio Franciſci a Schooten Leydenſis &c.* = *Lugduni Batavorom*, 1646. = *ex Officina Elzeviriorum* = *Apollonius Batavus ſeu exſuſcitata Apollonii Pergæi* ΠΕΡΙ ΔΙΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΟΜΗΣ (*de determinata Sectione*) *Geometria* = *Lugodini*, 1608.; *De Maximis & Minimis Geometrica - Divinatio in V. Librum Apollonii Pergæi* = *Florentiæ* 1659.; *De locis Solidis Ariſtæi Senioris &c.* (*Nota* 45.); Χορίου ἀποτομῆς di Apollonio *ſeu de Spatii ſectione, & de ſectione rationis* = *Oxoniæ*, 1708; *Apollonii Pergæi Loca plana reſtituta* (*Nota* 6.), *De Sectione determinata Libri duo reſtituti, & duobus inſuper Libris aucti*, Πόρισματῶν (*Poriſmatum*) *Liber* = *Glaſguæ*, 1776. nella *Raccolta* poſtuma intitolara *Roberti Simſoñ Opera quædam reliqua* pubblicate 8. anni dopo la morte di queſt' egregio Geometra, che mancò di vita l' anno 1768. e 81mo. dell' età ſua.

(*b*) Più fortunati dei Libri Geometrici ſono ſtati quelli di Geografia. Abbiamo tutto intiero e corretto nell' ediz. de' Wetſteni *Stephanus Byzantius de Urbibus* ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΠΕΡΙ' ΠΟΛΕΩΝ ediz. d' Amſterdam del 1725., *Dioniſii Alexandrini Periegeticon, ſive de ſitu Orbis*, *Geographi veteres minores*, per non dire di Tolomeo, nè del *Phylo Byzantius de ſeptem Orbis ſpectaculis græce & latine verſus, & notis illuſtratus a Leone Allatio* = *Romæ*, 1640. =

(*c*) *Euclidis omnia quæ ſuperſunt* = *Oxonii*, 1703. = — *Apollonii Pergæi Conicorum Libri octo & Sereni Antiſſenſis de ſectione Cylindri & Coni Libri duo cum Pappi Alexandrini Lemmatis & Eutocii Aſcalonitæ Commentariis. Ex Codd MS. edidit Edmundus Halleius &c.* = *Apollonii Pergæi Conicorum* (pag. 137. ſino a 171.) *Liber octavus reſtitutus ſive de proble-*

rano le Stampe d'Oxford, ed il principio del Secolo XVIII.) qualora ſiano profondi nella Scienza ſublime, ch' eſſi profeſſano, hanno a ſdegno di eſſere, o forſe non poſſono eſſere eccellentemente periti della Greca Lingua, e Letteratura. Di qui n' accade, che in parecchie delle traduzioni, che abbiamo, o ſia male appropriato il ſignificato delle parole alle coſe per mancanza di ſapere Geometrico, o non ſia ſtato inteſo, nè interpretato per imperizia di Lingua (*a*). I replicati paſſaggi di Codice in Codice, mentre mancava la Stampa, le corroſioni, e lacerazioni della Carta bombacina e comune, dei Papiri, e Pergamene antichiſſime, l' ignoranza dei Copiſti, la decadenza della Lingua dotta, la promiſcuazione o confuſione dei Dialetti (*b*) hanno, o ſeparatamente o cumulativamente aumentato il male ſino al ſegno, che ſenza combinare in un uomo ſolo i talenti di ſommo Matematico, e di ſommo Greciſta, non ſia mai ſperabile di porre in chiaro, e diſotterrare dai Libri fortunatamente rimaſtici, ed avanzati alla voracità del tempo, e all' ingiuria, o traſcuranza degli uomini, tutto ciò che ſi potrebbe ſapere delle Scoperte antiche Geometriche, ed in particolare di quelle nate e promoſſe ſotto il bel Cielo dell' Jonia (*c*).

---

matis determinatis divinatio (vedaſi la Nota 63.) *Oxoniæ e Theatro Sheldoniano, anno Dom.* 1710.

(*a*) Potrebbe ſervir d'eſempio la voce Πόρισμα, la cui interpretazione ſincera riſerverò ad altro tempo. Ma che più? Vi ſono ſtati taluni oggigiorno, che non hanno diſtinto il differentiſſimo ſignificato dei due vocaboli Τορέυμα, Α'ναγλύφον. Molto maggiori abbagli s' incontrano nell' interpretare diverſe paſſioni dei Numeri deſcritte da Ocello di Lucania (contemporaneo d' Ippocrate di Chio (*Nota* 14.)), la cui opera è l' unica pervenutaci intiera tra i filoſofi Pittagorici, dei quali non abbiamo che pochi Frammenti.

(*b*) Per eſempio Archimede ſcriſſe in Dorico, ed i Copiſti dei baſſi tempi lo traſcriſſero nel Greco comune. Conſultiſi a queſto propoſito la Parte I. del Tom. II. degli *Atti e Memorie* citate nella Nota (66) alle pagine 240. e 241. Quel Dialetto comune o confuſione di antichi Dialetti non è per altro la Lingua Omerica, ſiccome certi andaron penſando, contro dei quali con tutta ragione opina il Ch. Autore dell' *Ars metrica ſeu de Græcorum Proſodia Tractatus* = *Colle* 1782. = a pag. 107. *Num. III.*

(*c*) Si ſa che l' Attica e l' Ionia ebbero l' iſteſſa origine. *Atticorum & Ionum antiquitus eadem fuit ſermonis proprietas, & Attica Europeæ Ioniæ pars. Creſcente vero multitudine poſtca quam miſſæ in Aſiam Coloniæ, Ionum appellationem uſurpaſſent &c.* (pag. 3. *Jacobi Zuingeri.... Græcarum Dialectorum hypotypoſis*, in piè del Leſſico dello Scapula ſtampato in Amſterdam l' anno 1652.)

Cade il Secolo XVIII., ed è ancora miſtero l'interpretazione ſincera dell'Epigramma al Re *Tolomeo d'Eratoſtene da Cirene*, conſervatoci da *Eutocio d'Aſcalona* (*a*), laſciato ſenza verſione dai Traduttori (*b*), e comprendente il Voto (Α'ναθήμα) ſoſpeſo sù d'una Colonna in ringraziamento agli Dei per la ſoluzione del Problema Deliaco. *Anton Maria Salvini*, e *Vincenzo Viviani* mutuamente ajutandoſi, non furon valevoli a interpretarlo, come appariſce da un MS. originale, che conſervo tra le mie ſchede (*c*).

La parola Α'μφίσματα uſata da *Pappo* nella Prefazione al VII. Libro (*d*), che contiene non meno di tutta la Teorìa *Centrobarica* prodotta tanti anni dopo dal Geſuita *Paolo Guldino* (*e*), ſi cerca invano nei Leſſici *manuali* (*f*), contato ancor quello diligentiſſimo di *Beniamino Ederico* (*g*), e l'iſteſſo Teſoro d'*Enrico Stefano* (*h*). Conſultando *Suida* (*i*), ſi

---

(*a*) Nell' *Archimede* Grecolatino di Baſilea del 1544. vien riportato, ma ſenza traduzione, a pag. 21. del Teſto Greco. Manca in quello di Parigi del 1615. quantunque ancor eſſo Grecolatino, perchè non vi ſono i Commentarj d'Eutocio, non meno che in altre Edizioni. Non è compreſo nell' eccellente Raccolta ΣΤΕ'ΦΑΝΟΝ Ε'ΠΙΓΡΑΜΜΑ'ΤΩΝ o ſivvero nell' *Anthologia*. *Vieta* ne parla alle pag. 348. e 349. *Operum Mathematicorum &c.*, ma ſenza verſione. Incomincia il Teſto Greco dell' Epiſtola in fronte dell'Epigramma così Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ε'ρατοσθένης χαίρειν (a pag. 30. della 1ma. ediz. ecc.

(*b*) Commandino, Sturmio, Maurolico &c. &c. (Ediz. d' Archimede di Paolo Manuzio in Venezia del 1558. di Norimberga del 1667. e la poſteriore Palermitana del 1685. procurata da Alfonſo Borelli.

(*c*) Salvini doveva eſſere molto giovane, quando preſe a tradurre quell' Epigramma con avere al fianco il Viviani. Imperocchè la verſione incomincia *Supplementum Epiſtolæ Eutocii Aſcalonitæ Ammonio philoſopho inſcriptæ, ex interpretatione Cl. Adoleſc. Ant. Mariæ Salvini*. E' però vero che il Salvini ſi fece aſſai preſto diſtinguere per eccellente Greciſta avendo di ſoli 23 anni (e vale a dire nel 1669., perchè nacque del 1646.) ottenuta nello ſtudio Fiorentino la Cattedra di Lingua Greca.

(*d*) Nell' edizione del 1660. rammentata dalla *Nota* 30. ſi guardi alla pag. 252.

(*e*) *Nota* 57.

(*f*) *Cornelii Schrevelii Lexicon manuale Græco-Latinum & Latino-Græcum &c* = *Patavii*, 1709. = 2. *Joannis Scapulæ Lexicon Græcolatinum &c* = *Amſtelædami*, 16,2. = 3 *&c. &c* Nel primo ſi trovan le ſole voci Α'μφίσβαινα Α'μφίσμανα, che vogliono dire tutt' altro.

(*g*) *Beniamini Hederici Lexicon manuale Græcum* = *Lipſiæ*, 7..

(*h*) ΘΗΣΑΥΡΟΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΗΣ Tom. I. a pag. 406. e ſeg. della 2da. ediz. *quæ annum nullum gerit*. (*Mich. Maittaire Annales Typographici* Tom. III. pag 756. = *Hagæ Comitum*, 1725.)

(*i*) Tomo I. alla pag. 155. dell' Edizione Ingleſe ſopraccitata del *M. DCC. V. typis academicis*.

trova coll'autorità di *Ellanico* (*a*) interpretato per *Res controverſæ*. I Traduttori l'hanno laſciata ſino ad ora veſtita alla Greca (*b*), ſenza vedere che Ἀμφὶς ſtava per *contra* come per *circum*, d'onde naſceva Ἀμφισμα (*Res circum verſa, rotundum &c.*) non altrimenti che da Ἔρισ Ἔρισμα (*c*).

Che dirò io del precitato *Titolo* dell'antichiſſimo Libro Ὠκυτόβοος, ch'era una giunta, e promozione felice dell'Opera Archimedèa *De Circuli dimenſione* (*d*)? *Giovanni Wallis*, ſebbene foſſe tra i primi dei Matematici dell'età ſua, ſorpreſo da quella Greca parola la laſcia tal quale ella è, vantandola ineſplicabile (*e*) avvengachè amaſſe molto, e non ſempre a propoſito di grecizzare. *Ervagio*, *Viviani*, e *Gio-*

(*a*) Vi furono, ſecondo Fabricio due Ellanici, uno cioè *Hellanicus Lesbius hiſtoricus*, l'altro *Hellanicus Junior grammaticus* (vedaſi *Bibl. Græ.*) Il Barone de Sainte-Croix e l'Abate Barthelemy non ſo per quale ſviſta non ſiano d'accordo tra loro nelle *Tavole* cronologiche del Tomo VII. del *Voyage du Jeune Anacharſis en Grèce* in rapporto al tempo, nel quale viveſſe Ellanico Lesbio. Difatto nella *Table I.* (*Epoques*) e nella VII. a pag. 163. (ediz. de' Due-Ponti del 1750) Ellanico naſce dell'anno 495. avanti Criſto, e poi nella II. e III. (pp. 285. e 304) ſi fa fiorire nel VI. Secolo prima di Criſto, cioè quando Ellanico iſteſſo non era ancor nato.

(*b*) Nel luogo di Pappo indicato dalla Nota 82. ſi legge *Perfectorum utrorumque ordinum proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum &c. Imperfectorum autem proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum &c.* Viviani nelle poſtille marginali ſcritte in matita per illuſtrazione di varj de' più oſcuri paſſi del ſuo Pappo, paſſato pocanzi *ex Noſocomiö Florentino* nella Libreria pubblica Magliabechiana, indovinò colla guida del Salvini il vero ſenſo di Ἀμφίσμα. Ecco come egli ſcriſſe. *Amphiſma ſignificat fortaſſe omne quod circumfertur aut circum-rotatur, vel ſit linea vel ſit ſuperficies.*

(*c*) *Joannis Scapulæ Lexicon &c.* citato dalla 84ma. *Annotazione*.

(*d*) L'argomento era preciſamente l'iſteſſo di quello, che Giovanni Bernoulli il ſeniore eſpreſſe nella ſeguente maniera *Peripheriæ ad Radium ratio per numeros celeriter appropinquantes* (Num. CLXV. del Tomo IV. della Raccolta delle ſue Opere *Schediaſma Cyclometricum &c.* alle pag. 107. e 108.) (Si rilegga la *Nota* 24.)

(*e*) *Opera Mathematica &c.* Tom. III. alla pag 599. nella Nota. *Liquet hinc & ex ſequentibus Appollonium quendam (Pergæum credo) tractatum ſcripſiſſe (qui periit) de numeris quantumvis magnis inter ſe multiplicandis, unde hæc deſumpta ſunt collectanea. Quis fuerit ille liber aut quomodo appellatus, non conſtat, eoquod ſecundi hujus collectaneorum libri initium deſit, niſi forte (quod non eſt vero abſimile) ille fuerit, quem* Eutocius *(ſub finem commentariorum in Archimedis dimenſionem Circuli)* ὠκυτόβοον *vocat ab Apollonio Pergæo conſcriptum (ſed qui periit), cujus argumentum huic abſimile non fuiſſe inde conſtat* Ma Wallis a mio giudizio ha qui confuſo con queſt'opera d'Apollonio l'altra, ch'io penſo eſſere parimente di lui (ἐν τῷ Μάγνου Λογιστικῶν), della quale ho parlato nell'*Annotazione* 52., ed era di pura Aritmetica.

vanni Alberto Fabricio (ch' è quanto dire un valoroſo, ed instancabil Greciſta) la traducono, o piuttoſto l'annunziano per *Mocyntocium* (*a*), corrompendo il Teſto, e cavandone una voce vaga, ſenza neſſuno ſignificato. Almeno aveſſero ſcritto *Ocytocium* (Ω'κυτόκιον, che aveva ſenſo, ed appellava al *Cito-pariens*, colla quale ardita metafora ſecondo la teſtimonianza del Leſſicografo *Suida* s'intitolava l'antico Fraſario (*Promptuarium*) di *Telefo* (*b*). *Montucla* (*c*) cambia il vero vocabolo nell'altro Οκύτεβοος (come ſe permutando l'Ω'μέγα in O'μικρόν, e variando o traſcurando gli *accenti* e gli *ſpiriti* non ſi faceſſe torto alla Lingua, e quindi profeſſa altamente di non intenderlo. Io mi luſingo d'averlo col ſuffragio di molti Eruditi felicemente ſpiegato (*d*).

Cramer nella Diſſertazione accennata ſin da principio ha occaſione di nominare l'Opera di *Sporo Niceno* Κήρια A'ριστοτελικα (*e*), e sù di quella ſoggiunge. *Je laiſſe ce Titre en Grec, ne ſachant comment le rendre en François*. Κήριον *ſignifie un gateau de Cire, un Raion de miel. Mais quel raport de ce mot avec le Titre d'un Livre? Il eſt vrai que les Titres ſinguliers peuvent être bien anciens, puiſqu'ils ont leur origine dans la bizarrerie de l'Eſprit humain & dans l'envie de mettre de l'eſprit par tout*. Da queſto paſſo primieramente appariſce, come *Cramer* non aveſſe preſente il luogo

---

(*a*) Wallis l' aveva tradotta *Ocytoboum* (loc. cit. pag. 559.), e vale a dir non tradotta, ſebbene Hervagio prima di tutti corrompendola n' aveſſe fatto *Mocyntocium* (a pag 57. della ſua verſione ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΕΙΣ ΤΑ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΚΑΙ ΤΑ ΑΛΛΑ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΑ in fondo dell'ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ, ΤΑ ΜΕΧΡΙ ΝΥΝ ΣΩΖΟΜΕΝΑ, ΑΠΑΝΤΑ &c. del 1544.), ſeguitato in ciò dal Viviani (a pag. 57. Poſtilla marginale appoſta da lui ad un Codice tipografico, ch' era del Noſocomio di S. Maria Nuova, e adeſſo della Libreria Magliabechi, il quale comprende oltre la ſola verſione latina del Commentarj d' Eutocio diverſi Trattati di Peurbachio, Regiomontano &c.), e dal Fabricio, come appare dalla pag. 561. del III volume della *Bibliotheca Græca* dell' ediz. di già mentovata.

(*b*) Ovvero traducendolo letteralmente *Arte d' accelerare il parto*. (Note 57 e 98.)

(*c*) Sia conſultata la pag. 36. dell' *Hiſtoire &c.*, di cui parla la *Nota* 35., e 265. T. I. *Hiſtoires des Matematiques*.

(*d*) Nel mio comentario citato dall' *Annotazione* 468. a pag. 307. dell' *Exercitatio Mathematica* &c. pubblicata in queſt' anno.

(*e*) Vedaſi la Pag. 488. del l. accennato dalla *Nota* 14. Wallis l. c. alla pag. 547. (*Nota* 93.).

del I. Libro di *Plinio* ſeniore *Inſcriptionis apud Græcos mira felicitas &c.* o ſecondo *Giovanni Arduino* ſull'autorità d'*Aulo Gellio feſtivitas* (*a*), letto il quale ogni meraviglia ſvaniſce eſſendo in termini puntuali. Di più col paſſo di Plinio ſott' occhio averebbe veduto, che ſe i Codici portavano ſcritto Κήρια, non mai potevaſi queſto Titolo, ma Κηρία interpretare per *Favos* o *Mellificia* (Officine o Serbatoj di miele) come piacque tradurlo al Fabricio (*b*). Scritto adunque, come *Cramer* lo ſcrive Κῆρια, e come eſiſte nei Codici di maggior fede, inclino a credere che ſignificaſſe *Præcipua*, *Selecta* ecc. coſicchè il Libro di *Sporo* altro non foſſe che *Selecta ex Ariſtotele*, non diverſamente che ad uſo delle ſcuole, s' intitolano ancora oggigiorno *ex Cicerone*, *ex Plauto*, *ex Terentio Selecta*. E difatto quel Libro di *Sporo* vien riportato da *Eutocio* (*c*), che ſcrivendo all' Jonico-Attica o ſeguitando il Teſto originale doveva ſcrivere *Κήρια* in vece di Καίρια col cambiare, com'era l'uſo, il dittongo *αί* nella lettera *ή* (*d*), ma tener fermo nel ſuo poſto l'accento acuto, ed allora il vocabolo non derivava altrimenti *απὸ τȣ͂* Κηρȣ͂

(*a*) *Caii Plinii ſecundi Hiſtoriæ Naturalis Libri XXXVII.*, *quos interpretatione & notis illuſtravit Joannes Harduinus &c. Editio altera emendatior & auctior* **Tomus I.** = *Pariſiis*, 1723. = alle pag 4, e 5 Queſto bel paſſo Pliniano è una Satira fina della ridicolezza e pompoſita dei Titoli dati dai Greci ad alcune delle Opere loro. Egli ſcrive che quell' inſulſa moda terminaſſe preſſo dei Greci coll' *Hiſtoria Catholica* di Diodoro Siculo, che viſſe nel I. Secolo dell' Era Criſtiana = *Apud Græcos deſiit nugari* **Diodorus**, *& βιβλιοθήκην hiſtoriam ſuam inſcripſit*. (Comprendeva 40. Libri, dei quali ne ſon reſtati 15 ſoli, e pochi frammenti d'altri). Ma ſe queſto guſto depravato terminò nella Grecia, riprincipiò col riſorgere della Letteratura e delle Scienze in Italia, e quindi in altre parti d' Europa. Abbiamo ancor noi i noſtri Prati (λειμῶνας). non ci mancano le Πανδέκται, lo ſpecchio Κάτοπτρον, e perfino *Omnium horarum opſonia*) *Francofurti*, *curante Jo: Jacobo Porſio*, *A.* 1614.), con cento altri motti, che per molte ragioni giova di non rammentare. E difatto Platone ſcriveva ai ſuoi tempi (e vale a dire 4. ſecoli prima di Criſto) che Socrate foſſe dedito all' ironia, principalmente prendendoſela con Hippia il Sofiſta; e ſebbene il gran Xenofonte difendeſſe da queſt' attacco quell' immortale Filoſofo, contuttociò gli Ateniesi ſeguitarono ſempre la perſecuzione del loro onorevole Concittadino.

(*b*) *Nota* in piè della pag. 163. del Libro III. della *Bibliotheca Græca* &c.

(*c*) *Commentarii in Librum Archimedis de Circuli dimenſione* verſo la fine (a pag. 49. del Teſto Greco nell' ediz. del 1544.) Wallis, Fabricio &c nei luoghi altrove citati hanno letto *Porus* in vece di *Sporus*.

(*d*) Zuingero nella ſua *Hypotypoſis* &c. indicata dalla Nota 78. (*Baſileæ* 16. *Nov.* 1605.) al **Dialectus** *Attica*, e ma da Καίρος, Nè queſta mia conjettura s' indeboliſce, perchè le due voci *mortalia*, *præcipua* verrebbero in Greco rappreſentate dall' iſteſſa parola Κήρια, eſſendovi in quell' Idioma altri eſempj di ſimil ſorte, come λύγξ *Linx*, *Singultus*, e cent' altri conſimili.

Non finirei mai queſto ſaggio, ſe voleſſi tutte traſcrivere dalle mie Schede le oſſervazioni, che ho fatte ſopra dei Codici più autorevoli per illuſtrare lo ſtato antico delle Matematiche nella Grecia. Nè fidandomi del mio ſolo giudizio sì nella ſcelta dei Codici di miglior fede, sì nella interpretazione dei paſſi di maggiore impegno e difficoltà, ho chiamati a parte del mio lavoro i luminari più inſigni della Greca Letteratura, tra i quali è per me molto onorevole di nominare l' Abate *Gio: Criſtoforo Amaduzzi*, il Canonico *Angelo Bandini*, ed il Propoſto *Domenico Maria Becucci* amatiſſimo mio Cugino materno *ex Sorore* (*a*).

Di eccitamento ed impulſo più grande a perfezionar la mia Opera, ed anzi ad eſtenderla a molte verſioni di luoghi difficiliſſimi della Geografia di *Tolomeo* (*b*), e di *Strabo-*

ſegnatamente a pag. 5., dove eſiſte l' intitolazione marginale *D diphtongos quoque permutant Attici*, e di nuovo a pag. 48. nella *Dialectorum omnium synopſis*, ſtabiliſce la mutazione di *AI* in *H cum ïota ſubſcripto*, come da ἀινείαις ἀινείῃς, ed altresì *ubi ïota non ſubſcribitur* (*ex. gr.*) da ποιȣ́μεναι ποιȣ́μενη. Lancellotto, e chiunque che lo ha ſeguitato, non notarono queſto caſo. Non ſe ne fa nemmeno parola nell' altro Opuſcolo, ſtampato dopo di quello del Zuingero nel medeſimo Leſſico dello Scapula pag. 64. e ſegg. *De Græcæ Linguæ Dialectis ex ſcriptis Joannis Grammatici*. Quindi è che la voce Greca κηρὸς *cera* non ſia probabilmente la *radice* del derivato Κήρια, come lo ſarebbe di κηρία, e neppure ſia κὴρ *ſors*, *factum*, *mors*, ſebbene i due derivati καιρία *opportunitas*, *tempeſtivitas*, e καιρία *faſciæ ſepulcrales*, cambiaro o nò l' αι in η, di ſignificato tanto diverſo non riconoſcono differenza ſenſibile nè di compoſizione nè di pronunzia. Intanto abbiamo ſott' occhio altro eſempio della voce καιρία, la quale, avvengachè derivi da κὴρ, tuttavia ha ſofferta la mutazione di η in αι anche indipendentemente dalla diverſità dei Dialetti.

(*a*) Oltre di tante Opere inſigni, che la Repubblica Letteraria deve a queſti valoroſi Eruditi, baſti di nominare in rapporto al primo *Monumenta Matthæiana &c.*, in propoſito del ſecondo il ſuo famoſo *Catalogo* della Libreria Mediceo-Laurenziana, e riſpetto al terzo l' *Ars metrica* rammentata nella 77ma *Nota*.

(*b*) In apologia di Tolomèo (non già delle Carte Geografiche anneſſe alla ſua ſtimabiliſſima Opera, che ſono di Agathemer) merita d' eſſer letta e ben ponderata la *Memoire ſur la Géographie de Ptolemée; & particuliérement ſur ſa deſcription de l' intérieur de l' Afrique* = *Par M. Buache* = dalla pag. 119., ſino a 128. del Tomo degli *Atti* della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1787. ſtampato del 1789.

Fig. II.

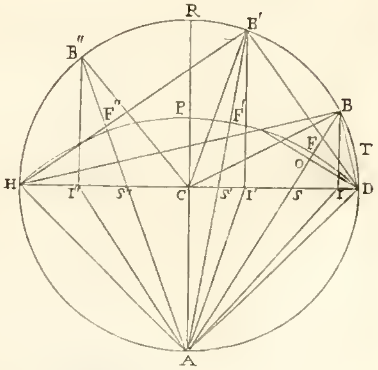

R
B'
B''
P
F''
F'
B
T
F
O
H
I''
S''
C
S'
I'
S
I
D
A

Fig. III.

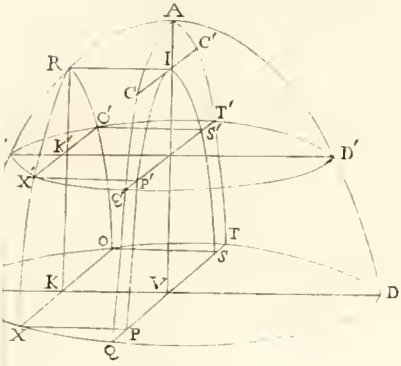

A
C'
I
R
C
T'
C'
K'
S'
D'
X'
P'
O'
T
O
S
K
V
D
X
P
Q

Fig. I.

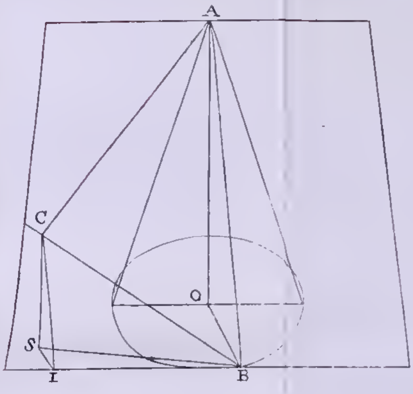


Fig. II.

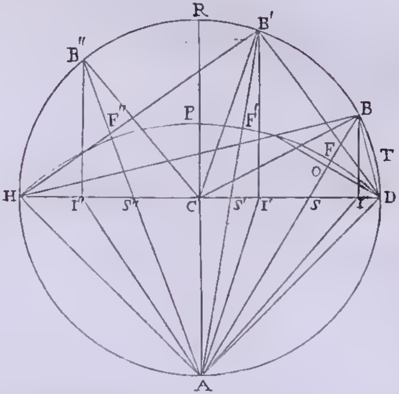
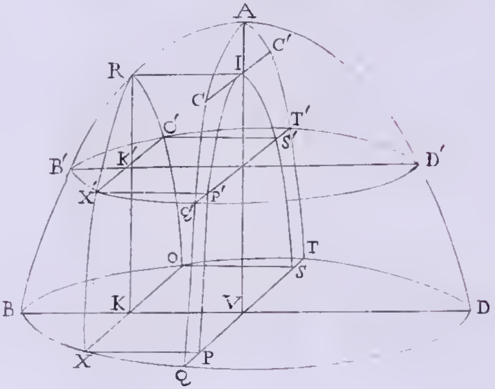

R
B′
B″
F″
P
F′
B
F
T
O
H
I″
S″
C
S′
I′
S
I
D
A

Fig. III.


A
C′
R
I
C
T′
C′
S′
B′
K′
D′
X′
P′
Q′
O
T
S
B
K
V
D
X
P
Q

ne (*a*), mi è ſtato il vedere, come abbiano ancora di freſco con delle interpretazioni infedeli alcuni Traduttori poco avveduti data naſcita e credito a dei moſtruoſi Romanzi di Fiſica, ed in particolar modo d' Idrometria, ſovvertendo l'ordine delle coſe ſul debole fondamento d'un paſſo d'antico Scrittore per lo più mal inteſo, e fabbricando ſull' ali della fantaſia non regolata dalla ragione Siſtemi arditi, e meno brillanti dell' immaginoſa Teoria della Terra e del Cielo del Conte *De Buffon*, e delle ſue Epoche della Natura (*b*).

Ma prima di render pubbliche l' altre mie rifleſſioni aſpetto con impazienza la Stampa d' *Oxford* di tutte le Opere d' *Archimede*, di nuovo interpretate e corrette dal sempre celebre *Giuſeppe Torelli* ſulla ſcorta ſpecialmente d' un rariſſimo Codice della Libreria Veneta di San Marco, come giova ſperare in virtù dell' annunzio datone dal Cav. *Pindemonte* alla Repubblica Letteraria (*c*). Forſe quel Geometra eruditiſſimo almeno in parte mi averà prevenuto; ed amo meglio che dalla ſua dotta penna, anzichè dalla mia, vengano ſparſi dei lumi intorno ad un argomento, che altri credano inutile, altri leggiero nell' età noſtra, in cui alcuni degli uomini addetti alle Scienze non ſolamente traſcurano la ſentenza del Venuſino: *Difficile eſt proprie communia dicere* (*d*), ma contano a lode ignorare le Lingue della Grecia e del Lazio, onde ſia che decadendo a poco a poco in Italia, ſembrino minacciar davvicino il ritorno di quell' epoca triſta così bene deſcritta da *Lord Malmesbury*. „ *Stupori & miraculo erat cæteris, qui Grammaticam noſſet* " (*e*).

Intanto ho l' onore di eſſere ecc. ecc.

(*a*) L' edizione di Amſterdam del 1707. aſſai più accurata di quelle dello Xylandro (Baſilèa 1571.), e del Caſaubono (1587.) è l' unica da me adoperata, non ſapendo ſe la recentiſſima d' Oxford ſia venuta ancora alla luce. Avvi di più tra l' edizioni moderne la verſione Tedeſca di M. Penzel in due Volumi, annunziata favorevolmente dalla R. Accademia di Berlino a pag. 55 dell' *Hiſtoire* letto il dì 21. Novembre nel Tomo degli *Atti* per l' anno 1776.

(*b*) *Les Epoques de la Nature*. Tomi 2. in 12. ediz. di Parigi del 1785.

(*c*) Parte I. del Tomo II. della Società Italiana ſtampato in Verona l'anno 1784.

(*d*) *Horatius De Arte Poëtica* al verſo 128. (*Patavii*, 1769.

(*e*) *Londres* T. III. alla pag. 48. ediz. di Neuchatel dell' anno 1771.

CALCOLO

DELLE VARIAZIONI FINITE NELLA TRIGONOMETRIA PIANA E SFERICA

Del Sig. Cavaliere Lorgna.

RUggero *Cotes* , ingegno ſingolare , è il primo che ſu le variazioni trigonometriche abbia verſato in un Opuſcolo che ha per titolo *Æſtimatio errorum in mixta matheſi* , *&c.* nel ſuo libro de *Harmonia Menſurarum*. Altri in appreſſo, diffondendone l'uſo, ne fecero più ampia trattazione, diſponendole in forma di proporzioni, onde preſero comunemente il titolo di Analogie differenziali. Ma queſte variazioni ſi ſuppongono da *Cotes*, e da tutti gli altri infinitamente piccole, e come tali ſi maneggiano nel ridurre e conformare le analogie. E per verità ſe ſi trattaſſe di ritorno da queſte analogie differenziali a grandezze finite, come dai differenziali ſi paſſa alle integrazioni, tutto il rigore geometrico potrebbe in queſto calcolo, come nell' infiniteſimale, aver luogo indubitatamente. Ma le grandezze finite che ſi determinano con queſte analogie differenziali provengono dall' attribuire ne' termini alle variazioni infinitamente piccole valori finiti; il che non può mai ſomminiſtrare valori eſatti, ſe non abbiaſi riguardo alle grandezze ſvanite nella prima ſuppoſizione. Con miglior conſiglio pertanto preſe a conſiderare prima di ogni altro queſte Variazioni nella loro condizione finita, vera e naturale, il dottiſſimo Sig. *Cagnoli*, e nè trattò metodicamente nella ſua eccellente e lodevoliſſima Opera di Trigonometria piana e sferica: del che ſe gli deve grandiſſima obbligazione. Ma ſiccome una ſteſſa proporzione involge talora nel primo membro la variazione incognita di una grandezza, e nel ſecondo lo ſtato variato di queſta medeſima grandezza, e talora vi compariſcono implicate, ſingolarmente nella Trigonometria sferica, tre diverſe variazioni, così avviene, che non ſia permeſſo con metodo ſemplice e rigoroſo di ſeparare, e definire le variazioni dimandate. Se ciò non accadeſſe ſarebbe queſto il miglior trattato che poſſa deſiderarſi in sì fatta importantiſſima materia. Pensò di rimediarvi il Sig. *Camerer* di Parigi, almeno nella Trigonometria Piana, s'era poſſibile, ed ha perciò propoſto due cangiamenti per queſte analogie differenziali finite (Giorn. Aſtronom. del Sig. *Bode* Berlino 1793) I.° Ha mutato in poſitivi li differenziali negativi implicati nella ſeconda ragione, affine di procedere ſenza errore alle traſformazioni analitiche, di cui parleremo or ora: ma come per queſti caſi il Sig. *Cagnoli* ha avvertito preciſamente (§. 282) come ſi poſſa operare con ſicurezza, cade l'accuſa del Sig. *Camerer* ſu queſto punto. II.° Ha ridotto in ſerie i valori totali d'ogni differenziale, liberando il ſecondo membro dell' equazione dal differenziale ignoto. Non ſi deve negar lode a queſto eſpediente; ma è vero altresì che per lo più riuſcendo complicato il calcolo delle funzioni aſſunte dal Sig. *Camerer*, la di lui approſſimazione col mezzo di queſte ſerie ſenza dubbio è più laborioſa che non è quella per via di falſe poſizioni additata dal Sig. *Cagnoli* al §. 281; ma non ſi deve ricorrere alle approſſimazioni in materia che ammette determinazioni eſatte. L'occaſione ch' ebbi di verſare intorno alle variazioni analitiche finite (Mem. della Soc. Italiana T. IV.) mi fece fin da quell' epoca entrare in opinione, che biſognava prendere ſott' altro aſpetto l'argomento, e trattarlo per altra via, onde avere tutte le variazioni ſeparate ed intere ſenza approſſimazioni. Così ho fatto; ed ecco il metodo che n' è riſultato certamente eſatto e rigoroſo, e faciliſſimo, ſe non erro, così nella piana, come nella sferica Trigonometria.

§. I.

Sei, come tutti ſanno, ſono le parti, di un triangolo. Date tre di queſte parti, delle quali una almeno ſia un lato del triangolo, ſi determinano le altre tre. Ma ſiccome ſi viene in cognizione di queſte tre ad una ad una ſeparatamente, così ciaſcheduna di eſſe è ſempre eſpreſſa da funzione delle tre parti date. La variazione dunque di ciaſcheduna di quelle tre parti non altro può eſſere fuorchè la variazione di queſta ſunzione delle tre parti date. Biſogna pertanto, che per l'eſtimazione di sì fatte variazioni ſi dia luogo a opportune relazioni contenenti le parti del Triangolo a quattro a quattro, ove una di eſſe qualunque poſſa riguardarſi e trattarſi come funzione dell'altre tre.

Ma dovendo altre di eſſe variar per sè, ed altre per variazione indotta, ed altre neceſſariamente reſtar invariate, ſi dicano *Varianti* le prime, *Variate* le ſeconde, e *Coſtanti* quelle che non variano nè per sè, nè per variazione derivativa.

Queſt' idea chiara della coſa fa ſubito comprendere,

I. Che le *Varianti* non debbono dipendere l'una dall'altra, nè indurſi variazione ſcambievolmente.

II. Che le *Variate* debbono entrare una ſola per volta nelle relazioni ſuddette, che diremo *Relazioni Appropriate*, non eſſendo luogo ad altre parti *Variate* ſubito che non è legata la mutazione dell' una con la mutazione dell' altra; e deve ciaſcheduna ſeparatamente derivare dalla ſola mutazione delle *Varianti*.

III. E che perciò ciaſcheduna delle *Variate* dovrà ſempre eſſere rappreſentata o da ſunzione di una *Variante* e due *Coſtanti*, o da ſunzione di due *Varianti* e una *Coſtante*, o da funzione di tre *Varianti* inſieme, ſecondo che o una ſola parte nel Triangolo varierà per sè, o vi dovranno variar due o tre parti ſimultaneamente.

§. II.

Eſpoſti i principj, ſia lecito di premettere all'applicazione che ne faremo alcune neceſſarie avvertenze.

I. Un angolo che abbia per ſeno la grandezza z ſi ſcriverà *ang. ſen.* z, così *ang. coſ.* z, *ang. tang.* z &c. ſarà un angolo che ha per coſeno, per tangente ecc. la grandeza z.

II. L' eſpreſſione *coſ. ang. ſen.* z ſignificherà il coſeno di un angolo che ha per ſeno la grandezza z. Così *tang. ang. ſen.* z ſarà la tangente di un angolo avente per ſeno la grandezza z, e così d' altre ſimili eſpreſſioni. E facile da vedere, che la prima equivale alla forma eſplicita $\sqrt{(1-z^2)}$, la ſeconda a queſta $\frac{z}{\sqrt{(1-z^2)}}$ &c. Ma eſſendo nelle Tavole de' ſeni a fianco del ſeno z il coſeno corriſpondente del medeſimo angolo, la tangente &c. può eſſere più comodo nella pratica il contraſſegnare così tali linee, che non è il calcolarle di fatto.

III. Con la lettera δ ſi eſprimeranno le variazioni di valore incognito, e con la lettera Δ le variazioni conoſciute.

IV. Lo ſtato variato di z ſi eſprimerà, com' è coſtume, col ſimbolo z', e ſarà z' lo ſteſſo che $z + \delta z$, oppure $z + \Delta z$, ſecondo che z ſarà una parte *Variata*, oppur *Variante* del Triangolo.

§. III.

TRIGONOMETRIA PIANA

Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.

I.

V*Ariabilità di un lato*. Sia *ABC* (fig. I.) il triangolo, *AC (F)* il lato *variante*, e *CD* o *CD'* la variazione di queſto lato. E' manifeſto, che due parti reſtano invariate o *coſtanti*, cioè il lato *AB (G)*, e l' angolo adjacente *BAC (A)*, e che variano le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo *ACB (C)* II. l' angolo *ABC (B)* III. il lato *BC (H)*.

I. Per trovare la mutazione indotta nell' angolo variato *ACB* la relazione *appropriata* (§. I.), in cui non entrino che la variante *AC (F)*, le coſtanti, e la parte variata *ACB (C)*, è la ſeguente ſomminiſtrata dalla Trigonometria $\text{tang.}\ C = \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{F - G\ \text{coſ.}\ A}$. Sarà per tanto $\text{ang.}\ C = \text{ang. tang.} \left(\frac{G\ \text{ſen.}\ A}{F - G\ \text{coſ.} A}\right)$. Per la qual coſa, variando ſtato da ambe le parti, ſi avrà $ang.\ C' = ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F'-G\ coſ.A}\right)$, cioè

$ang.\ C\mp\delta C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F\pm\Delta F-G\ coſ.A}\right)$, e però

$\mp\delta C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F\pm\Delta F-G\ coſ.\ A}\right) - ang.\ C$

II. E quanto all' angolo variato ABC, è coſa evidente, atteſa la permanenza dell' angolo BAC, che la ſua variazione è la ſteſſa dell' altro angolo variato ACB, ma in ſenſo contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato $BC(H)$, poichè ſi ha, come nell' artic. preced., $ang.\ C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F-G\ coſ.\ A}\right)$,e però $ſen.\ C = ſen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F-G\ coſ.\ A}\right)$ (§. II.), la relazione appropriata ſarà per le regole trigonometriche

$$H = \frac{G\ ſen.\ A}{ſen.\ C.} = \frac{G\ ſen.\ A}{ſen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F-G\ coſ.\ A}\right)}$$

Laonde, variando ſtato e traſponendo, ſi avrà

$$\pm\delta H = \frac{G\ ſen.\ A}{ſen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ ſen.\ A}{F\pm\Delta F-G\ coſ.\ A}\right)} - H;$$

che ſe ſi voglia il valore eſplicito di δH, ſi faccia $\frac{G\ ſen.\ A}{F'-G\ coſ\ A} = x$, ſarà per i principi di Trigonometria

$ſen.\ ang.\ tang\ x = x : \sqrt{(1+x^2)}$; e però, ſoſtituendo il valore di x, ſi troverà $\pm\delta H = \sqrt{\left(G^2+(F\pm\Delta F)^2-2G(F\pm\Delta F)\ coſ.\ A\right)}-H$

II.

Variabilità di un angolo. Sia nel medeſimo triangolo B l' angolo *variante*, e la ſua variazione ſia l' angolo CBD, o CBD'. E' certo, che per queſta variazione ſi mutano i lati I. $AC(F)$ II. $BC(H)$ III. l' angolo $BCA(C)$, reſtando *coſtanti* l' angolo $BAC(A)$, e il lato $AB(G)$.

I. Per trovare la variazione del lato *variato* AC, la relazione appropriata, in cui non entrano che le varianti (*ang.* B), le coſtanti, e il lato variato $AC(F)$, ſi definira in queſto modo.

Eſſendo $\text{ſen.}\,C : \text{ſen.}\,B = G : F$, e $\text{ſen.}\,C = \text{ſen.}\,(A+B)$, ſarà immediatamente $F = \frac{G\,\text{ſen.}\,B}{\text{ſen.}\,(A+B)}$. Pertanto variando ſtato, e traſponendo ſarà $\pm\,\delta F = \frac{G\,\text{ſen.}\,(B\pm\Delta B)}{\text{ſen.}\,(A+B\pm\Delta B)} - F$

II. Quanto alla mutazione dell' altro lato variato $BC(H)$, poichè la trigonometria ſomminiſtra

$\text{ſen.}\,C : \text{ſen.}\,A = G : H = \text{ſen.}\,(A+B) : \text{ſen.}\,A$, ſi avrà

$H = \frac{G\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,(A+B)}$. Dunque variando ſtato ſarà

$$\pm\,\delta H = \frac{G\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,(A+B+\Delta B)} - H$$

III. La variazione finalmente dell' angolo $BCA\,(C)$ è la ſteſſa dell' angolo $ABC\,(B)$, ma in ſenſo contrario, com' è manifeſto.

III.

Ma debbano eſſere per condizione *coſtanti un lato e l' angolo oppoſto*. Sia $BAC\,(A)$ l' angolo coſtante (fig. II.), il lato coſtante ſia l' oppoſto $BC\,(H)$, e ſia primamente

Variante un lato, come $AB\,(G)$. Le parti *variate* ſaranno I. il lato $AC\,(F)$ II. l' angolo $BCA\,(C)$ III. l' angolo $ABC\,(B)$.

I. Per la variazione del lato AC, eſſendo per i principj di Trigonometria

$\text{coſ.}\,A = \frac{G^2+F^2-H^2}{2GF}$, la relazione appropriata ſarà

$F = G\,\text{coſ.}\,A \pm \sqrt{(H^2 - G^2\,\text{ſen.}^2 A)}$.

Dunque variando ſtato ſarà ſubitamente

$$\delta F = (G+\Delta G)\,\text{coſ.}\,A \pm \sqrt{\left(H^2-(G+\Delta G)^2\,\text{ſen.}^2 A\right)} - F$$

Nello ſteſſo modo ſi troverà la variazione del lato G, ſe foſſe il lato F aſſunto come variante, di queſta forma

$$\delta G = (F+\Delta F)\,\text{coſ.}\,A \pm \sqrt{\left(H^2-(F+\Delta F)^2\,\text{ſen.}^2 A\right)} - G$$

II. E quanto alla variazione dell' angolo *BCA*, poichè $\text{ſen.}\; C = \frac{G\,\text{ſen.}\,A}{H}$, ſarà

$\text{ang.}\,C. = \text{ang.ſen.}\left(\frac{G\,\text{ſen.}\,A}{H}\right)$. Dunque variando ſtato ſi avrà

$$\delta C = \text{ang.ſen.}\left(\frac{(G+\Delta G)\,\text{ſen}A}{H}\right) - \text{ang.}\,C$$

III. La variazione poi dell' angolo *ABC* ſarà la ſteſſa che abbiamo trovato per l' angolo *ACB*, ma in ſenſo contrario.

Variante un angolo, come *ABC*. Le parti variate ſaranno I. il lato $AC\,(F)$ II. il lato $AB\,(G)$ III. l' angolo *ACB*.

I. Per la variazione del lato *AC*, eſſendo $F = \frac{H\,\text{ſen.}B}{\text{ſen.}\,A}$, ſi avrà col ſolito metodo $\delta F = \frac{H\,\text{ſen.}\,(B+\Delta B) - F\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,A}$,

II. E per la variazione del lato *AB*, eſſendo $G = \frac{H\,\text{ſen.}\,C}{\text{ſen.}\,A}$, e $\text{ſen.}\,C = \text{ſen.}\,(A+B)$, onde $G = \frac{H\,\text{ſen.}(A+B)}{\text{ſen.}\,A}$, ſara $\delta G = \frac{H\,\text{ſen.}\,(A+B+\Delta B) - G\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,A}$

III. Ed è poi evidente per la variazione dell' angolo *C*, che $\delta C = -\Delta B$.

IV.

Ma di nuovo debbano eſſere per condizione *coſtanti due lati del triangolo*, poſta variante un' altra parte qualunque. Sia pertanto *Variante l' angolo* $ABC\,(B)$ (fig. III.), e ſiano *coſtanti* i lati $AB\,(G)$, $BC\,(H)$ che lo comprendono. Le parti *variate* ſaranno I. il lato $AC\,(F)$ divenuto *AD* II. l' angolo $BAC\,(A)$ III. l' angolo $BCA\,(C)$.

I. Per la variazione del lato *AC*, eſſendo $\text{coſ.}\,B. = \frac{G^2+H^2-F^2}{2GH}$, la relazione appropriata ſarà

$$F = \pm\sqrt{(G^2+H^2-2GH\,\text{coſ.}\,B)}$$

Variando pertanto ſtato, e traſponendo, ſi avrà

$$\delta F = \pm\sqrt{\left(G^2+H^2-2GH\,\text{coſ.}(B\mp\Delta B)\right)} - F$$

II. Quanto all' angolo BAC, ſi conſideri, che

$\text{tang. } A = \dfrac{H\,\text{ſen. } B}{G-H\,\text{coſ. } B}$, e che però

$\text{ang. } A = \text{ang. tang.}\left(\dfrac{H\,\text{ſen. } B}{G-H\,\text{coſ. } B}\right)$. Dunque variando ſtato ſarà $\delta A = \text{ang. tang.}\left(\dfrac{H\,\text{ſen.}(B\mp\Delta B)}{G-H\,\text{coſ.}(B\mp\Delta B)}\right) - \text{ang. } A$

III. Similmente ſi troverà

$$\delta C = \text{ang. tang.}\left(\frac{G\,\text{ſen.}(B\mp\Delta B)}{H-G\,\text{coſ.}(B\mp\Delta B)}\right) - \text{ang. } C$$

Variante l' angolo BAC (A) adiacente a uno de' lati coſtanti AB. Le parti *variate* ſaranno I. il lato $AC\,(F)$ II. l' angolo $ABC\,(B)$ III. l' angolo $BCA\,(C)$.

I. Per la variazione del lato AC, giacchè $\text{coſ. } A = \dfrac{F^2+G^2-H^2}{2FG}$, la relazione appropriata ſarà

$F = G\,\text{coſ. } A \pm\sqrt{(H^2-G^2\,\text{ſen.}^2 A)}$, e però

$$\delta F = G\,\text{coſ.}(A\pm\Delta A)\pm\sqrt{\left(H^2-G^2\,\text{ſen.}^2(A\pm\Delta A)\right)} - F$$

II. E quanto all' angolo $ABC\,(B)$, eſſendo $\text{ſen. } A : \text{ſen. } C = H : G = \text{ſen. } A : \text{ſen.}(A+B)$, ſarà $\text{ſen.}(A+B) = \dfrac{G\,\text{ſen. } A}{H}$,

onde $\text{ang.}(A+B) = \text{ang. ſen.}\left(\dfrac{G\,\text{ſen. } A}{H}\right)$, Dunque

$\text{ang. } B = \text{ang. ſen.}\left(\dfrac{G\,\text{ſen. } A}{H}\right) - \text{ang. } A$, e però immediatamente

$$\delta B = \text{ang. ſen.}\left(\frac{G\,\text{ſen.}(A\pm\Delta A)}{H}\right) - \text{ang.}(A\pm\Delta A+B)$$

III. La variazione dell' angolo BCA ſi trarrà facilmente dall' eſſere $\text{ſen. } C : \text{ſen. } A = G : H$, onde $\text{ſen. } C = \dfrac{G\,\text{ſen. } A}{H}$,

e però $\text{ang. } C = \text{ang. ſen.}\left(\dfrac{G\,\text{ſen. } A}{H}\right)$, e

$$\delta C = \text{ang. ſen.}\left(\frac{G\,\text{ſen.}(A\pm\Delta A)}{H}\right) - \text{ang. } C$$

§. IV.

Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell' altre parti del Triangolo.

I.

Variabilità di due lati. Sia ABC (fig. IV.) il triangolo, $AB(G)$, $BC(H)$ i due lati *varianti*. Reſta invariato o *coſtante* il ſolo angolo $BAC(A)$, e le parti *variate* ſaranno. I. l' ang. $ABC\ (B)$ II. l' ang. $ACB(C)$ III. il lato $AC(F)$. Come pertanto le mutazioni inſorte in queſte parti variate derivano da tutte due inſieme le variazioni de' lati AB, BC, è coſa indubitata, che dette varianti non debbono ſepararſi nelle relazioni *appropriate*, e che perciò le parti variate debbono ad una ad una metterſi in relazione, non con una variante, ma con tutte inſieme (§. I.). Poſto ciò

I. Per trovare la variazione dell' *ang.* ABC; giacchè $\text{ſen.}\ C : \text{ſen.}\ A = G : H = \text{ſen.}\,(A+B) : \text{ſen.}\ A$, ſarà variando ſtato $G' : H' = \text{ſen.}\,(A+B') : \text{ſen.}\ A$, e però $\text{ſen.}\ (A+B')$

$$= \frac{G'\,\text{ſen.}\ A}{H'},\ \text{onde}\ \text{ang.}\,(A+B') = \text{ang.}\,\text{ſen.}\,\left(\frac{G'\,\text{ſen.}\ A}{H'}\right).$$

Per la qual coſa $\text{ang.}\ (B+\delta B) = \text{ang.}\,\text{ſen.}\ \left(\frac{G'\,\text{ſen.}\ A}{H'}\right) - \text{ang.}\,A$

e immediatamente

$$\delta B = \text{ang.}\,\text{ſen.}\,\left(\frac{(G+\Delta G)\,\text{ſen.}\ A}{H+\Delta H}\right) - \text{ang.}\,(A+B)$$

II. Atteſa la permanenza dell' *ang.* BAC, la variazione dell' *ang.* ACB è la medeſima manifeſtamente dell' *ang.* ABC, ma in ſenſo contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato $AC\,(F)$, eſſendo per la Trigonometria $\text{tang.}\ C = \dfrac{G\,\text{ſen.}\ A}{F - G\,\text{coſ.}\,A}$, e

$\text{ang.}\ C = \text{ang.}\,\text{tang.}\,\left(\dfrac{G\,\text{ſen.}\ A}{F - G\,\text{coſ.}\ A}\right)$, ed eſſendo pure

$\text{ſen. } C. = (\frac{G\,\text{ſen. } A}{H}$, onde $\text{ang. } C = \text{ang. ſen. } (\frac{G\,\text{ſen. } A}{H})$, ſarà $(\frac{G\,\text{ſen. } A}{F - G\,\text{coſ. } A}) = \text{tang. ang. ſen. } (\frac{G\,\text{ſen. } A}{H})$. Perciò la relazione appropriata ſarà

$$F = G\,\text{coſ. } A + \frac{G\,\text{ſen. } A}{\text{tang. ang. ſen. } (\frac{G\,\text{ſen. } A}{H})}$$

e la variazione dimandata

$$\delta F = G' \left(\text{coſ. } A + \frac{\text{ſen. } A}{\text{tang. ang. ſen. } (\frac{G'\,\text{ſen. } A}{H'})}\right) - F$$

Che ſe ſi voglia queſta variazione in termini eſpliciti è facile da vedere, che $\text{tang. ang. ſen. } \frac{G\,\text{ſen. } A}{H}$ $= \frac{G\,\text{ſen. } A}{\sqrt{(H^2 - G^2\,\text{ſen.}^2 A)}}$. Sarà pertanto

$$F = G\,\text{coſ. } A + \sqrt{(H^2 - G^2\text{ſen.}^2 A)},$$ e la ſua variazione

$$\delta F = (G + \Delta G)\,\text{coſ. } A + \sqrt{\left((H+\Delta H)^2 - (G+\Delta G)^2.\text{ſen.}^2 A\right)} - F$$

II.

Variabilità di due angoli. Sia *ABC* (fig. V.) il triangolo, *BAC* (*A*), *BCA* (*C*) gli angoli *varianti*. Reſta *coſtante* il ſolo lato *AC* (*F*), e le parti *variate* ſaranno I. il lato *AB* (*G*) II. il lato *BC* (*H*) III. L' angolo *ABC* (*B*).

I. La relazione *appropriata* per la variazione del lato *AB* (*G*) II. ſarà per le regole trigonometriche

$$G = \frac{F\,\text{ſen. } C}{\text{ſen. } B} = \frac{F\,\text{ſen. } C}{\text{ſen. } (A + C)}.$$

Per la qual coſa, variando ſtato, ſarà

$$G' = \frac{F\,\text{ſen. } C'}{\text{ſen. } (A' + C')}$$ e però

$$\delta G = \frac{F\,\text{ſen.}\,(C+\Delta C) - G\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}{\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

II. Nello ſteſſo modo, eſſendo $H = \frac{F\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen}\,(A+C)}$), ſi troverà

$$\delta H = \frac{F\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A) - H\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}{\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

III. E quanto alla variazione dell' Angolo *ABC* (*B*) è manifeſto, che deve eſſere $\delta B = -\Delta A - \Delta C$.

III.

Variabilità di un angolo e di un lato. Sieno nel medeſimo triangolo (Fig. V.) *l'ang. BCA* (*C*), e il lato *AC* (*F*) le parti *varianti*; reſterà *coſtante* il ſolo *ang.BAC* (*A*), e le parti *variate* ſaranno I. il lato *AB* (*G*) II. il lato *BC* (*H*) III. l' *ang. ABC* (*B*).

I. E quanto primamente alla variazione del lato *AB*, la relazione appropriata, in cui non entrino, che le varianti, la coſtante, e la parte variata, ſarà $G = \frac{F\,\text{ſen.}C}{\text{ſen.}\,B} = \frac{F\,\text{ſen.}C}{\text{ſen.}(A+C)}$. Perciò avremo variando ſtato

$$\delta G = \frac{(F+\Delta F)\,\text{ſen.}\,(C+\Delta C) - G\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}{\text{ſen.}\,(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

II. Nello ſteſſo modo troveremo la variazione del lato *BC* (*H*) di queſta forma

$$\delta H = \frac{(F+\Delta F)\,\text{ſen}\,A - H\,\text{ſen.}(A+C+\Delta C)}{\text{ſen.}(A+C+\Delta C)}$$

III. E la variazione poi dell' angolo *ABC* δB ſarà la ſteſſa ΔC data dell'angolo variante, com'è manifeſto, ma in ſenſo contrario.

§. V.

Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell' altre parti del Triangolo.

TRe eſſendo le *varianti* ſimultanee in queſta ſorta di variazioni, e dovendo le parti *variate* eſſer poſte in relazione ad una ad una con tutte inſieme le *varianti*, è certo, che in queſto caſo non è luogo ad alcuna parte invariata o *coſtante* nel triangolo.

I.

Variabilità di tre lati. Sia *ABC* (fig. VI.) il Triangolo, in cui ſono *varianti* tutti tre i lati *AB* (*G*), *BC*(*H*) *AC*(*F*), convertito perciò nel triangolo *CDE*. Varieranno pertanto gli angoli I. *BCA* (*C*) II. *ABC* (*B*) III. *BAC* (*A*).

I. E quanto primamente all' angolo *C*, la relazione appropriata ſarà

$$\text{coſ.}\ C = \frac{F^2+H^2-G^2}{2FH}\text{, onde riſulta}$$

$$\text{ang.}\ C = \text{ang. coſ.}\left(\frac{F^2+H^2-G^2}{2FH}\right)\text{, e la variazione}$$

$$\delta C = \text{ang. coſ.}\left(\frac{\overline{F+\Delta F}^2+\overline{H+\Delta H}^2-\overline{G+\Delta G}^2}{2(F+\Delta F)(H+\Delta H)}\right) - \text{ang.}\ C$$

II. nello ſteſſo modo ſi troverà per l' *angolo B*

$$\delta B = \text{ang. coſ.}\left(\frac{\overline{G+\Delta G}^2+\overline{H+\Delta H}^2-\overline{F+\Delta F}^2}{2(G+\Delta G)(H+\Delta H)}\right) - \text{ang.}\ B$$

III. E la variazione poi del terzo angolo *A* ſarà manifeſtamente

$$\delta A = -\Delta B - \Delta C$$

II.

Variabilità di un angolo, e di due lati. Siano nel me-

medeſimo Triangolo l'*ang.* BAC (A), il lato AB (G), e il lato BC (H) le parti *varianti*. Le parti *variate* ſaranno I. il lato AC (F) II. l'angolo ABC (B) III. l'angolo ACB (C)

I. Quanto al lato AC, eſſendo, come qui ſopra, $\text{coſ.}\ A = \frac{F^2+{}^2G^2-H^2}{2FG}$, la relazione appropriata ſarà
$$F=G\ \text{coſ.}\ A\pm\sqrt{(H^2-G^2\ \text{ſen.}^2 A)}$$
Dunque variando ſtato, avremo immediatamente
$$\delta F=(G+\Delta G)\text{coſ.}(A+\Delta A)\pm\sqrt{\big((H+\Delta H)^2 - (G+\Delta G)^2\text{ſen.}^2(A+\Delta A)\big)} - F$$
Che ſe in vece del lato BC foſſe ſtato *variante* il lato AC (F), con lo ſteſſo metodo ſi ſarebbe trovata la variazione del lato H di queſta forma
$$\delta H=\pm\sqrt{\big((G+\Delta G)^2+(F+\Delta F)^2-2(G+\Delta G)(F+\Delta F)\ \text{coſ}\cdot(A+\Delta A)\big)}-H$$

II. Per la variazione poi dell' Angolo ABC (B), eſſendo $\text{ſen.}\ C : \text{ſen.}\ A = G : H = \text{ſen.}\ (A+B) : \text{ſen.}\ A$, ſarà
$$\text{ſen.}(A+B)=\frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H},\ \text{e}\ \text{ang.}\ (A+B)=\text{ang.}\ \text{ſen.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H}$$
Perciò $\text{ang.}\ B = \text{ang}\ \text{ſen.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H} - \text{ang.}\ A$, e
$$\delta B=\text{ang.}\,\text{ſen.}\Big(\frac{(G+\Delta G)\text{ſen.}(A+\Delta A)}{H+\Delta H}\Big)-\text{ang.}\,(A+\Delta A+B)$$

III. E finalmente per la variazione dell'angolo ACB (C), poichè la relazione appropriata è
$$\text{ſen.}C=\frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H},\ \text{onde}\ \text{ang.}\ C = \text{ang.}\ \text{ſen.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H},\ \text{ſarà}$$
$$\delta C=\text{ang.}\,\text{ſen.}\Big(\frac{(G+\Delta G)\ \text{ſen.}\ (A+\Delta A)}{H+\Delta H}\Big)-\text{ang.}\,C$$

III.

Variabilità di due angoli e un lato. Sia il medeſimo triangolo (fig. VI.) in cui le parti *varianti* ſieno l'*angolo* BAC (A), l'*angolo* ABC (B), e il lato AC (F); e però le *variate* ſaranno I. il lato AB (G) II. il lato BC (H) III. l'*angolo* BCA (C).

I. Pertanto la relazione appropriata per la variazione del lato AB, ſtante l'analogia trigonometrica $\text{ſen.}\,C : \text{ſen.}\,B = G : F = \text{ſen.}\,(A+B) : \text{ſen.}\,B$, sarà $G = \frac{F\,\text{ſen.}\,(A+B)}{\text{ſen.}\,B}$. Dunque, variando ſtato, ſi avrà immediatamente

$$\delta G = \frac{(F+\Delta F)\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A+B+\Delta B) - G\,\text{ſen.}\,(B+\Delta B)}{\text{ſen.}\,(B+\Delta B)}$$

II. E con lo ſteſſo metodo, eſſendo $H = \frac{F\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,B}$; ſi troverà la variazione di H

$$\delta H = \frac{(F+\Delta F)\,\text{ſen.}\,(A+\Delta A) - H\,\text{ſen.}\,(B+\Delta B)}{\text{ſen.}\,(B+\Delta B)}$$

III. E quanto finalmente alla variazione dell' *angolo* ACB (C), eſſendo date le variazioni Δ *ang.* A, Δ *ang.* B, sarà manifeſtamente

$$\delta C = -(\Delta A + \Delta B)$$

§. VI.

Potrebbero moltiplicarſi i Problemi variando condizioni e dati a piacere. Ma è miglior conſiglio il ridur tutto a forme generali, come ho fatto nella ſeguente Tavola, a cui in ogni caſo può ricorrere il calcolatore, onde trattare le variazioni triangolari ſotto qualunque aſpetto. In fatto ſi cerchi, per modo di eſempio, la variazione del lato (H) (fig. I.), mentre ſia coſtante l'*angolo* A, e varianti i lati (G), (F). Nelle colonne a ſiniſtra ſi trovi la combinazione delle quattro lettere A F G H, ch'è la X^{ma}. La ſeconda equazione ſomminiſtrerà ſul fatto la relazione dimandata, in cui facendo variare ſtato alle lettere F, G, H, ſi otterrà

$$H' = \sqrt{(G'^2 + F'^2 - 2G'F'\,\text{coſ.}\,A)}$$

cioè, apponendo alla variazione di H il ſegno delle variazioni incognite, e quello delle cognite alle variazioni di F, G

$$\delta H = \sqrt{\big((G+\Delta G)^2 + (F+\Delta F)^2 - 2\,(G+\Delta G)\,(F+\Delta F)\,\text{coſ.}\,A\big)} - H$$

E chiedendo con le ſteſſe condizioni dell'*ang.* A coſtante, e di F, G varianti la variazione dell'*angolo* B, ſi cerchi la combinazione delle quattro lettere *BFGA*, ch' è la *I*^{ma}. Nella quarta equazione ſi avrà la relazione appropriata onde trovare col metodo uſato

$$\delta B = ang.\,tang.\,\frac{(F+\Delta F)\,ſen.\,A}{G+\Delta G-(F+\Delta F)\,coſ.\,A} - ang.\,B$$

Non credo, che ſia neceſſario il diffonderſi più oltre in queſta materia, ridotta, come mi ſembra, a tutta la poſſibile facilità.

T A V O L A

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciaſcheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.

I. A. B. F. G	$F = \frac{G\ \text{ſen.}\ B}{\text{ſen.}\ \overline{A+B}}$ $G = \frac{F\ \text{ſen.}\ \overline{A+B}}{\text{ſen.}\ B}$ $\text{ang.}\ A = \text{ang. ſen.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ B}{F} - \text{ang.}\ B$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. tang.}\ \frac{F\ \text{ſen.}\ A}{G - F\ \text{coſ.}\ A}$	V. B. C. F. H	$F = \frac{H\ \text{ſen.}\ B}{\text{ſen.}\ \overline{B+C}}$ $H = \frac{F\ \text{ſen.}\ \overline{B+C}}{\text{ſen.}\ B}$ $\text{ang.}\ C = \text{ang. ſen.}\ \frac{H\ \text{ſen}\ B}{F} - \text{ang.}\ B$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. tang.}\ \frac{F\ \text{ſen.}\ C}{H - F\ \text{coſ.}\ C}$
II. A. B. F. H	$F = \frac{H\ \text{ſen.}\ B}{\text{ſen.}\ A}$ $H = \frac{F\ \text{ſen.}\ A}{\text{ſen.}\ B}$ $\text{ang.}\ A = \text{ang. ſen.}\ \frac{H\ \text{ſen.}\ B}{F}$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. ſen.}\ \frac{F\ \text{ſen.}\ A}{H}$	VI. B. C. G H	$G = \frac{H\ \text{ſen.}\ C}{\text{ſen.}\ \overline{B+C}}$ $H = \frac{G\ \text{ſen.}\ \overline{B+C}}{\text{ſen.}\ C}$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. ſen.}\ \frac{H\ \text{ſen.}\ C}{G} - \text{ang.}\ C$ $\text{ang.}\ C = \text{ang. tang.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ B}{H - G\ \text{coſ.}\ B}$
III. A. B. G H	$H = \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{\text{ſen.}\ \overline{A+B}}$ $G = \frac{H\ \text{ſen.}\ \overline{A+B}}{\text{ſen.}\ A}$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. ſen}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{H} - \text{ang.}\ A$ $\text{ang.}\ A = \text{ang. tang.}\ \frac{H\ \text{ſen.}\ B}{G - H\ \text{coſ.}\ B}$	VII C. F. A. G	$G = \frac{F\ \text{ſen.}\ C}{\text{ſen.}\ \overline{A+C}}$ $F = \frac{G\ \text{ſen.}\ \overline{A+C}}{\text{ſen.}\ C}$ $\text{ang.}\ A = \text{ang. ſen.}\ \frac{F\ \text{ſen}\ C}{G} - \text{ang.}\ C$ $\text{ang.}\ C = \text{ang. tang.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ A}{F - G\ \text{coſ.}\ A}$
IV. B. C. F. G	$G = \frac{F\ \text{ſen.}\ C}{\text{ſen.}\ B}$ $F = \frac{G\ \text{ſen.}\ B}{\text{ſen.}\ C}$ $\text{ang.}\ C = \text{ang. ſen.}\ \frac{G\ \text{ſen.}\ B}{F}$ $\text{ang.}\ B = \text{ang. ſen.}\ \frac{F\ \text{ſen.}\ C}{G}$	VIII. C. F. A. H	$H = \frac{F\ \text{ſen.}\ A}{\text{ſen.}\ \overline{A+C}}$ $F = \frac{H\ \text{ſen.}\ \overline{A+C}}{\text{ſen.}\ A}$ $\text{ang.}\ C = \text{ang. ſen.}\ \frac{F\ \text{ſen.}\ A}{H} - \text{ang.}\ A$ $\text{ang.}\ A = \text{ang. tang.}\ \frac{H\ \text{ſen.}\ C}{F - H\ \text{coſ.}\ C}$

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciaſcheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.

IX. C. F. G. H	$\text{ang. C} = \text{ang. coſ.}\,\frac{E^2+H^2-G^2}{2FH}$ $G = \sqrt{(F^2+H^2-2FH\,\text{coſ.}\,C)}$ $H = F\,\text{coſ.}\,C \pm \sqrt{(G^2-F^2\,\text{ſen}^2\,C)}$ $F = H\,\text{coſ.}\,C \pm \sqrt{(G^2-H^2\,\text{ſen.}^2\,C)}$	XI. F. G. H. B	$\text{ang. B} = \text{ang. coſ.}\,\frac{G^2+H^2-F^2}{2GH}$ $F = \sqrt{(G^2+H^2-2GH\,\text{coſ.}\,B)}$ $G = H\,\text{coſ.}\,B \pm \sqrt{(F^2-H^2\,\text{ſen.}^2\,B)}$ $H = G\,\text{coſ.}\,B \pm \sqrt{(F^2-G^2\,\text{ſen.}^2\,B)}$
X. A. F. G. H	$\text{ang. A} = \text{ang. coſ.}\,\frac{G^2+F^2-H^2}{2FG}$ $H = \sqrt{(G^2+F^2-2GF\,\text{coſ.}\,A)}$ $F = G\,\text{coſ.}\,A \pm \sqrt{(H^2-G^2\,\text{ſen.}^2\,A)}$ $G = F\,\text{coſ.}\,A \pm \sqrt{(H^2-F^2\,\text{ſen}^2\,A)}$	XII. A. C. G. H	$G = \frac{H\,\text{ſen.}\,C}{\text{ſen.}\,A}$ $H = \frac{G\,\text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,C}$ $\text{ang. C} = \text{ang. ſen.}\,\frac{G\,\text{ſen.}\,A}{H}$ $\text{ang. A} = \text{ang. ſen.}\,\frac{G\,\text{ſen.}\,C}{G}$

§ VII.

TRIGONOMETRIA SFERICA.

E' bene, che nella Trigonometria piana ſi ſieno percorſe le variazioni a parte a parte, perchè il metodo di trattarle non incontri difficoltà in verun caſo, e ſia nel tempo ſteſſo fatta ſtrada al maneggio facile ed uinforme di quelle che alla Sferica appartengono. Poſti i medeſimi principj ſarebbe agevole il prendere per mano anche in queſta Trigonometria le variazioni indotte dalla variabilità di una parte (§. III.), di due (§. IV.), di tre (§. V.) nell' altre parti del Triangolo sferico; ma ben inteſo l'uſo delle Tavole che abbiamo eſibito pe' triangoli rettilinei, ſon certo, che ſi troverà utile e compendioſo il valerſi di un ſimile ajuto per maneggiare tutte le variazioni de' triangoli sferici. Pertanto la Tavola quì anneſſa riferita al triangolo sferico *ABC* (fig. VII.), e calcolata con tutta la diligenza, ſupplirà a tutti i caſi comodamente. Vi ſi ſono contraſſegnati coll' aſteriſco i caſi dubbj in ogni particolare riſoluzione tanto per parte de' lati quanto per conto degli angoli; e ſopra queſti caſi potrà ſempre conſultarſi la Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli* per accertarſi del valore dimandato preciſamente ſecondo le circoſtanze.. E perchè ſe n'abbia una qualche applicazione per norma, daremo un' eſempio per ciaſchedun caſo di variabilità di una parte, di due, e di tre del Triangolo Sferico fondamentale.

§. VIII.

Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.

Variabilità di un lato.. Sia *ABC* (ſig. VII.) il triangolo, e ſieno *AC* (*F*) il lato *variante*, coſtanti il lato *AB*

(*G*) e l'angolo adiacente *A*, e *Variate* le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo *B* II. l'angolo *C* III. il lato *BC* (*H*). Si cerchi la mutazione indotta nell'angolo variato *B*. Si vede ſubitamente, che la relazione appropriata (§. I.) in cui non entri che la *variante F*, le coſtanti *G*, *A*, e la parte *variata B* appartiene alla combinazione delle quattro lettere *A*. *B*. *F*. *G*, e che la quarta equazione

$$\text{ang. } B = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. } A}{\text{ſen. } G \text{ cot. } F - \text{coſ. } G \text{ coſ. } A}$$

è quella che la ſomminiſtra. Pertanto, variando ſtato da ambe le parti, ſi avrà

$$\text{ang. } B' = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. } A}{\text{ſen. } G \text{ cot. } F' - \text{coſ. } G \text{ coſ. } A} \text{ ; e}$$

perciò immediatamente

$$\delta B = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. } A}{\text{ſen. } G \text{ cot. } (F + \Delta F) - \text{coſ. } G \text{ coſ. } A} - \text{ang. } B$$

Nella X. combinazione *C*. *F*. *A*. *G* ſi troverà la relazione appropriata per la variazione di *C*, e nella XIV. *A*. *F*. *G*. *H* la relazione per la variazione del lato *BC* (*H*). Si veggano le analogie finite dal §. 541 al §. 564 della Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli*.

§. IX.

Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell' altre parti del Triangolo sferico.

V*Ariabilità di due lati*. Sia *ABC* (fig. VIII.) il triangolo, *AB* (*G*), *BC* (*H*) i due lati *varianti*, coſtante l'angolo *BAC* (*A*), e *variati* I. l'angolo *ABC* (*B*) II. l'angolo *ACB* (*C*) III. il lato *AC* (*F*).

Si cerchi la mutazione indotta nell' angolo *ABC* (*B*). Si comprende facilmente, che la relazione appropriata deve appartenere alla combinazione delle quattro lettere *A*. *B*. *G*. *H*, e che la terza equazione ce la ſomminiſtra prontamente. Variando pertanto ſtato, e traſponendo ſi avrà

$$\delta B^* = \text{ang. cot. } (\text{coſ. } G' \text{ tang. } A) \pm \text{ang. coſ. } (\text{coſ. ang.}$$

$$\text{cot.}\ (\ \text{coſ.}\ G'\ \text{tang.}\ A\ )\ \frac{\text{tang.}\ G'}{\text{tang.}\ H'}\ )\ -\ \text{ang.}\ B^*$$

Nella XII. combinazione poi ſi troverà la relazione appropriata per determinare la variazione dell' angolo *C*; e nella XIV. la relazione per la variazione del lato *AC* (*F*).

§. X.

Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell' altre parti del Triangolo.

Variabilità di tre lati. Sia *ABC* (fig. VII.) il triangolo, in cui ſono *varianti* i tre lati *AB* (*G*), *AC* (*F*), *BC* (*H*). Saranno *variati* tutti e tre gli angoli I. *BAC* (*A*) II. *ABC* (*B*) III. *ACB* (*C*). Se pertanto ſi cerchi la variazione dell' *ang. A*, la relazione appropriata dovrà appartenere alla combinazione delle quattro lettere *A*. *F*. *G*. *H*, e ſarà ella eſpreſſa dalla prima equazione

$$\text{ang.}\ A = \text{ang.}\ \text{coſ.}\left(\frac{\text{coſ.}\ H - \text{coſ.}\ F\ \text{coſ.}\ G}{\text{ſen.}\ F\ \text{ſen.}\ G}\right)$$

Per la qual coſa, variando ſtato e traſponendo, ſarà

$$\delta A = \text{ang.}\ \text{coſ.}\left(\frac{\text{coſ.}\ H' - \text{coſ.}\ F'\ \text{coſ.}\ G'}{\text{ſen.}\ F'\ \text{ſen.}\ G'}\right) - \text{ang.}\ A$$

Similmente nella XV. combinazione ſi troverà la relazione appropriata per la variazione dell' *ang. B*, e nella XIII. la relazione per la variazione dell' *ang. C*.

§. XI.

Non giova, che più oltre ci eſtendiamo ſu queſto argomento. Le Tavole che eſibiamo, mentre contengono epilogate tutte le riſoluzioni de' Triangoli così rettilinei, come sferici, ſomminiſtrano nel tempo ſteſſo il modo di maneggiare e determinare eſattamente e agevolmente tutte le variazioni finite che nella piana e sferica Trigonometria poſſono proporſi da inveſtigare.

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciaſcheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

I. A. B. C. G	$\text{arc. G} = \text{arc. coſ.}\ \frac{\text{coſ. C} + \text{coſ. A coſ. B}}{\text{ſen. A ſen. B}}$ $\text{ang. C} = \text{ang. coſ}\ (\text{coſ. G ſen. A ſen. B} - \text{coſ. A coſ. B})$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. G tang. B}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. G tang. B}) \times \frac{\text{coſ. C}}{\text{coſ. B}}\right)$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot}\,(\text{coſ. G tang A}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. G tang. A}) \times \frac{\text{coſ. C}}{\text{coſ. A}}\right)$
II. A. B. C. F	$\text{arc. F} = \text{arc. coſ.}\ \frac{\text{coſ. B} + \text{coſ A coſ. C}}{\text{ſen. A ſen. C}}$ $\text{ang. B} = \text{ang. coſ.}\ (\text{coſ. F ſen. A ſen. C} - \text{coſ. A coſ. C})$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. F tang. C}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. F tang. C}) \times \frac{\text{coſ. B}}{\text{coſ. C}}\right)$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. F tang. A}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. F tang A}) \times \frac{\text{coſ. B}}{\text{coſ. A}}\right)$
III. A. B. C. H	$\text{arc. H} = \text{arc. cos.}\ \frac{\text{coſ. A} + \text{coſ. B coſ. C}}{\text{ſen. B ſen. C}}$ $\text{ang. A} = \text{ang. coſ.}\ (\text{coſ. H ſen. B ſen. C} - \text{coſ. B coſ. C})$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. H tang. C}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. H tang. C}) \times \frac{\text{coſ. A}}{\text{coſ. C}}\right)$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. H tang. B}) \pm \text{ang. ſen.}\left(\text{ſen. ang. cot.}\,(\text{coſ. H tang. B}) \times \frac{\text{coſ. A}}{\text{coſ. B}}\right)$
IV. A. B. F. G	$\text{arc. F} = \text{arc. tang.}\ \frac{\text{ſen. G}}{\text{ſen. A cot. B} + \text{coſ. G}}$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang.}\,(\text{tang. F coſ. A}) \pm \text{arc. ſen.}\left(\text{ſen. arc. tang.}\,(\text{tang F coſ. A}) \times \frac{\text{tang. A}}{\text{tang. B}}\right)$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot.}\,(\text{coſ. G tang. B}) \pm \text{ang. coſ.}\left(\text{coſ. ang. cot.}\,(\text{coſ. G tang. B}) \times \frac{\text{tang. G}}{\text{tang. F}}\right)$ $\text{ang. B} = \text{ang. cot.}\ \frac{\text{ſen. G} - \text{tang. F coſ. A coſ. G}}{\text{tang. F ſen. A}} = \text{ang. tang.}\ \frac{\text{ſen. A}}{\text{ſen. G. cot. F} - \text{coſ. G coſ. A}}$
V. A. B. F. H	$\text{arc. F}^* = \text{arc. ſen.}\ \frac{\text{ſen. B. ſen. H}}{\text{ſen. A}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. ſen.}\ \frac{\text{ſen. F. ſen. A}}{\text{ſen. B}}$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. ſen.}\ \frac{\text{ſen. B ſen. H}}{\text{ſen. F}}$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. ſen.}\ \frac{\text{ſen. F ſen. A}}{\text{ſen. H}}$

T A V O L A

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciaſcheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

VI. A. B. G. H	$\text{arc. H} = \text{arc. tang. } \frac{\text{ſen. G}}{\text{ſen. B cot. A} + \text{coſ. B coſ. G}}$ $\text{arc. G}^{*} = \text{arc. tang. (tang. H coſ. B)} \pm \text{arc. ſen.} \left(\text{ſen. arc. tang. (tang. H coſ. B)} \times \frac{\text{tang. B}}{\text{tang. A}} \right)$ $\text{ang. B}^{*} = \text{ang cot. (coſ. G tang. A)} \pm \text{ang. coſ.} \left(\text{coſ. ang. cot. (coſ. G tang. A)} \times \frac{\text{tang. G}}{\text{tang. H}} \right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot. } \frac{\text{ſen. G} - \text{tang. H coſ. B coſ. G}}{\text{tang. H ſen. B}} = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. B}}{\text{ſen. G. cot. F} - \text{coſ. G coſ. B}}$
VII. B. C. F. G	$\text{arc. G}^{*} = \text{arc. ſen. } \frac{\text{ſen. F ſen. C}}{\text{ſen. B}}$ $\text{arc. F}^{*} = \text{arc. ſen. } \frac{\text{ſen. G ſen. B}}{\text{ſen. C}}$ $\text{ang. B}^{*} = \text{ang. ſen. } \frac{\text{ſen. C ſen. F}}{\text{ſen. G}}$ $\text{ang. C}^{*} = \text{ang. ſen. } \frac{\text{ſen. G ſen. B}}{\text{ſen. F}}$
VIII. B. C. F. H	$\text{arc. F} = \text{arc. tang. } \frac{\text{ſen. H}}{\text{ſen. C cot. B} + \text{coſ. C coſ. H}}$ $\text{arc. H}^{*} = \text{arc. tang. (tang. F coſ. C)} \pm \text{arc. ſen.} \left(\text{ſen. arc. tang. (tang. F coſ. C)} \times \frac{\text{tang. C}}{\text{tang. B}} \right)$ $\text{ang. C}^{*} = \text{ang. cot. (coſ. H tang. B)} \pm \text{ang. coſ.} \left(\text{coſ. ang. cot. (coſ. H tang. B)} \times \frac{\text{tang. H}}{\text{tang. F}} \right)$ $\text{ang. B} = \text{ang. cot. } \frac{\text{ſen. H} - \text{tang. F coſ. C coſ. H}}{\text{tang. F ſen. C}} = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. C}}{\text{ſen. H coſ. F} - \text{coſ. H coſ. C}}$
IX. B. C. G. H	$\text{arc. G} = \text{arc. tang. } \frac{\text{ſen. H}}{\text{ſen. B cot. C} + \text{coſ. B coſ. H}}$ $\text{arc. H}^{*} = \text{arc. tang. (tang. G coſ. B)} \pm \text{arc. ſen.} \left(\text{ſen. arc. tang. (tang. G coſ. B)} \times \frac{\text{tang.. B}}{\text{tang. C}} \right)$ $\text{ang. B}^{*} = \text{ang. cot. (coſ. H tang. C)} \pm \text{ang. coſ.} \left(\text{coſ. ang. cot. (coſ. H tang. C)} \times \frac{\text{tang. H}}{\text{tang. G}} \right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot. } \frac{\text{ſen. H} - \text{tang. G coſ. B coſ. H}}{\text{tang. G ſen. B}} = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. B}}{\text{ſen. H cot. G} - \text{coſ. H coſ. B}}$
X. C. F. A. G	$\text{arc. G} = \text{arc. tang. } \frac{\text{ſen. F}}{\text{ſen. A cot. C} + \text{coſ. B coſ. H}}$ $\text{arc. F} = \text{arc. tang. (tang. G coſ. A)} \pm \text{arc. ſen.} \left(\text{ſen. arc. tang. (tang. G coſ. A)} \times \frac{\text{tang. A}}{\text{tang. C}} \right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot. (coſ. F tang B)} \pm \text{ang. coſ.} \left(\text{coſ. ang. cot. (coſ. F tang. B)} \times \frac{\text{tang F}}{\text{tang. G}} \right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot. } \frac{\text{ſen. F} - \text{tang. G coſ A coſ. F}}{\text{tang G ſen. A}} = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. A}}{\text{ſen. F cot. G} - \text{coſ. F coſ A}}$

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciaſcheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

XI. C. F. A. H	$\text{arc. } H = \text{arc. tang. } \frac{\text{ſen. } F}{\text{ſen. } C \text{ cot. } A + \text{coſ. } C \text{ coſ. } F}$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. ſen. } \left(\text{ſen. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \times \frac{\text{tang. } C}{\text{tang. } A}\right)$ $\text{ang. } A = \text{ang. cot. } \frac{\text{ſen. } F - \text{tang. } H \text{ coſ. } C \text{ coſ. } F}{\text{tang. } H \text{ ſen. } A} = \text{ang. tang. } \frac{\text{ſen. } C}{\text{ſen. } F\text{. cor. } H - \text{coſ. } F \text{ coſ. } C}$ $\text{ang. } C^* = \text{ang. cot. } (\text{coſ. } F \text{ tang. } A) \pm \text{ang. coſ. } \left(\text{coſ. ang. cot. } (\text{coſ. } F \text{ tang. } A) \times \frac{\text{tang. } F}{\text{tang. } H}\right)$
XII. G. H. A. C	$\text{arc. } G^* = \text{arc. ſen. } \frac{\text{ſen. } H \text{ ſen. } C}{\text{ſen. } A}$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. ſen. } \frac{\text{ſen. } A \text{ ſen. } G}{\text{ſen. } C}$ $\text{ang. } A^* = \text{ang. ſen. } \frac{\text{ſen. } H \text{ ſen. } C}{\text{ſen. } G}$ $\text{ang. } C^* = \text{ang. ſen. } \frac{\text{ſen. } A \text{ ſen. } G}{\text{ſen. } H}$
XIII. C. F. G. H	$\text{ang. } C = \text{ang. coſ. } \frac{\text{coſ. } G - \text{coſ. } F \text{ coſ. } H}{\text{ſen. } F \text{ ſen. } H}$ $\text{arc. } G = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } C \text{ ſen. } F \text{ ſen. } H + \text{coſ. } F \text{ coſ. } H)$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \times \frac{\text{coſ. } G}{\text{coſ. } H}\right)$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } C) \times \frac{\text{coſ. } G}{\text{coſ. } F}\right)$
XIV. A. F. G. H	$\text{ang. } A = \text{ang. coſ. } \frac{\text{coſ. } H - \text{coſ. } F \text{ coſ. } G}{\text{ſen. } F \text{ ſen. } G}$ $\text{arc. } H = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } A \text{ ſen. } F \text{ ſen. } G + \text{coſ. } F \text{ coſ. } G)$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } A) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } A) \times \frac{\text{coſ. } H}{\text{coſ. } G}\right)$ $\text{arc. } G^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } A) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } A) \times \frac{\text{coſ. } H}{\text{coſ. } F}\right)$
XV. F. G. H. B	$\text{ang. } B = \text{ang. coſ. } \frac{\text{coſ. } F - \text{coſ. } G \text{ coſ. } H}{\text{ſen. } G \text{ ſen. } H}$ $\text{arc. } F = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } B \text{ ſen. } G \text{ ſen. } H + \text{coſ. } G \text{ coſ. } H)$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } B) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } B) \times \frac{\text{coſ. } F}{\text{coſ. } G}\right)$ $\text{arc. } G^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } B) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } B) \times \frac{\text{coſ. } F}{\text{coſ. } H}\right)$

FIG. II

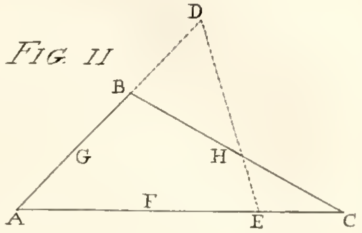


FIG. IV

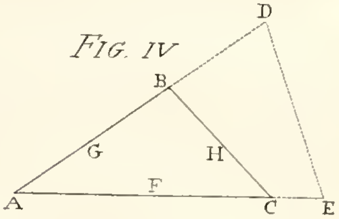
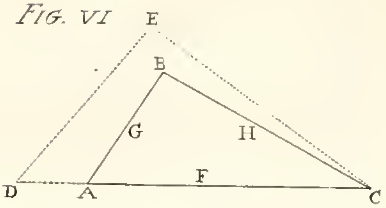
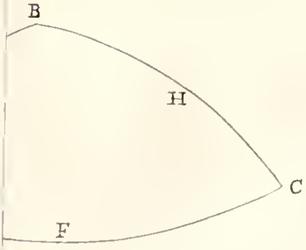


FIG. VI





Soc. Ital. T. VII. pag. 308

FIG. I

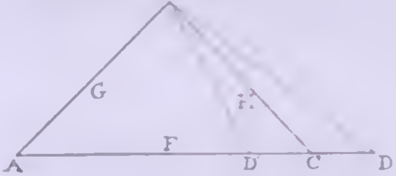


FIG. II

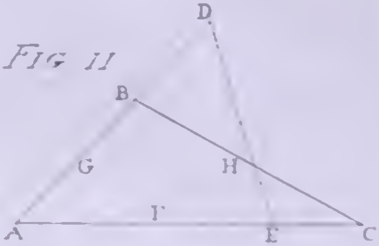


FIG. III

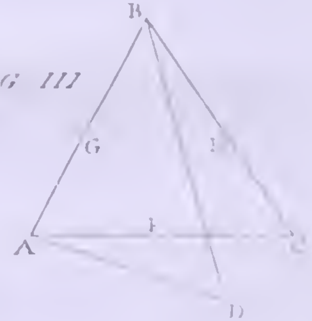


FIG. IV

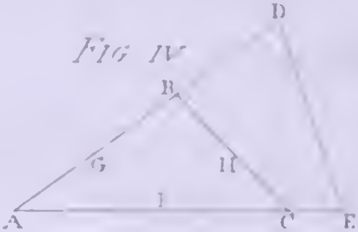


FIG. V

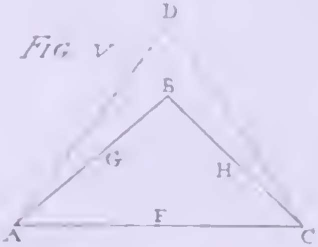


FIG. VI

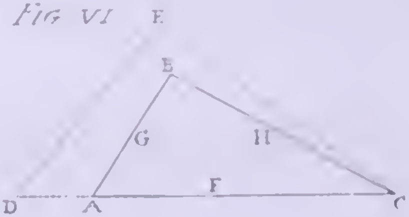
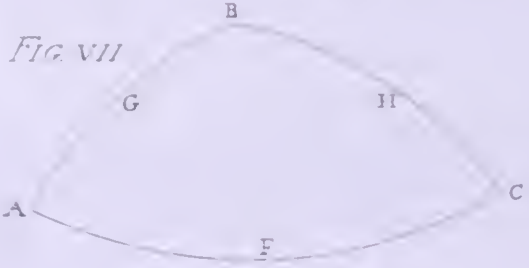


FIG. VII



ISTORIA

Di ciò che è ſtato penſato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla ſcoperta del doppio ſeſſo fino a queſto tempo.

COLL' AGGIUNTA DI NUOVE SPERIENZE.

Del Sig. Pietro Rossi.

> *Non vulgaris ſpes affulget, fore ut in poſterum generatio animalis explicetur per Vegetabilem, dummodo experimenta accuratius inſtituantur.*
>
> Ludwig. Diſſ. de Sexu
> Plant. §. 32.

L'Ingegno umano ſi è affaticato in ogni tempo con molta coſtanza, ed anſietà per iſtrappar di mano alla natura il ſegreto non ancora ſvelato della Generazione. Chi voleſſe tentar di teſſere minutamente l' iſtoria di tutti i penſamenti degli Uomini fino a qui comparſi alla Luce ſu queſto argomento, intraprenderebbe coſa di grand' affare, e di non facile ſucceſſo.

Nei tempi a noi più vicini il Seſſualiſmo delle Piante, luminoſo ramo d' analogia viepiù ſcoperto, e riconoſciuto tra il Regno Animale, e il Vegetabile ha aperte alle ricerche dei Fiſici nuove ſtrade non mai battute per giungere all' intelligenza di queſto miſtero, ma gli sforzi finora fatti, quantunque ſieno ſtati cagione di molte utili verità, non ci hanno però portato tant' oltre da luſingarci di ſquarciarne così per fretta il denſo velo, che tuttor lo ricuopre.

Frattanto volendo per quanto da me ſi può contribuire a facilitare i mezzi agli altri d' avanzare in queſta intereſſante ricerca, prima di paſſare ad eſporre le mie oſſervazioni, e riſultati avuti dai molti tentativi iſtituiti ſu tal materia, mi ſono propoſto di dare qui in breve raccolto il Proſpetto Iſtorico di tutto ciò, che è ſtato finora penſato intorno al doppio ſeſſo delle Piante relativamente alla fecondazione, coll'andar nominando gli Autori ſecondo quell' ordine di tempo, col quale gli ſcritti Loro appartenenti a queſto ſoggetto per la prima volta comparvero alla pubblica luce.

E in queſta veduta ci riſaremo ſubitamente dall'accennare, che a *Neemia Grew* Ingleſe deveſi la gloria d'avere additate le prime prove di così luminoſa ſcoperta (*a*). Fino a lui tutti gli altri (*b*), e l'iſteſſo vivente *Tournefort* gran Riſtauratore della Botanica erano ſtati ben lontani dall' immaginarſi la nobiltà della polvere degli ſtami, poichè riguardavaſi allora come un eſcremento inutile della pianta.

Egli fu dunque il primo a moſtrarne la vera natura nell' anno 1676 deſcrivendo le Antere per il ſeſſo maſculino, e moſtrando ch' eſſe erano tante caſſettine ora d'una, ora di due cavità piene di minuta polvere ſpeſſo sferica, ma talvolta ovale, o cubica, o echinata, e d'altre figure, l'importante uſo della quale era quello di ſervire alla generazione.

Contemporaneamente però l'illuſtre noſtro Italiano *Malpighi* lavorando ſull'iſteſſo ſoggetto con propria induſtria appariſce aver date non minori prove del ſuo grandiſſimo ingegno intorno all' anatomia delle Piante. E ciò è tanto vero, che il *Grew*, il quale preſentato aveva alla Società Reale il ſuo Libro nel 1671; nel quale anno però è ben noto aver la detta Società ricevuta anco l' Opera del *Malpighi*, in occaſione della riſtampa fattaſi poi nel 1682. preſe motivo di cautamente aſſicurarſi nella Prefazione, dal ti-

---

(*a*) *Tommaſo Millington* Cavaliere Ingleſe ſembra eſſere ſtato quello, che ſervì di ſcorta alle ſcoperte del *Grew*.

(*b*) Gli antichi quantunque diſtingueſſero le Palme in maſchie, ed in femminine, come ſi ha da *Teofraſto*, facevano conſiſtere queſta loro differenza non negli organi del ſeſſo, ma la ſtabilivano ſul vigore, e ſulla grandezza degli Alberi: *Plinio* dice e Il *Tonſton* pare che lo ſegua, Plin. Lib. XIII *omnibus herbis ſexum eſſe, Palmis etiam evidentiſſimum: mas in Palmite floret, fœmina florem germinat ſpicæ modo* C. 4. ma fino al Ceſalpino neſſuno ſi eſpreſſe, che la fecondazione dei Frutti dependeſſe dalla polvere degli ſtami.

more, che le *Malpighiane* ſcoperte non ſembraſſero più antiche delle ſue; il che ſia detto unicamente col fine di ſervire anco in queſta parte alla verità della ſtoria.

Dopo le Oſſervazioni del *Grew* ſoli furono a riconoſcere, ed in qualche modo atteſtare il ſeſſo nelle Piante *Gio: Muller*, *Antonio Leuwenhoeck*, e *Giuſeppe Duverney*, non trovandoſi, che verun' altro dei molti Botanici eſiſtiti alla riſerva del *Rayo*, e di *Filippo Bonanni*, che nella ſua micrografia dimoſtrò la figura d' alcune polveri col microſcopio oſſervate, ne faceſſe parola fino a *Ridolfo Jacopo Camerario* Profeſſore di Tubingen, il quale nell' anno 1694 pubblicò una Lettera latina *De ſexu Plantarum*. In eſſa Egli molto ſi raggira a parlare degli Apici, che non ignora eſſere per lo più formati da due cellulette. Quindi riportando fra le altre coſe, che le Piante Apetale ſono diſtinte di ſeſſo, e che i fiori doppi rieſcono ſterili per diſetto di ſtami, paſſa ad indicare quelle piante, che non divengono di fiore doppio, fra le quali annovera le pomifere, le baccifere, le cruciate, e le papilionacee, non però come dovrebbeſi. Nei fiori del *Ricino*, e del *Mayz* varj ſperimenti intrapreſe, e trovò, che ad eſſi recidendo gli ſtami divenivano ſterili i ſemi, onde ne concluſe conſiſtere interamente nell' antere il ſeſſo maſculino, ed in fine fiſsò, quali foſſero le Piante maſchie, quali le femmine, e quali le androgyne, che ſono le più numeroſe.

Al *Camerario* ſucceſſe nella ricerca di sì fatte coſe, ſingolarmente diſtinguendoſi *Franceſco Stefano Geoffroy*, di cui eſiſte una memoria inſerita negli Atti dell' Accademia delle Scienze dell' anno 1711. E di queſta ſembra non dover diſpiacere al Lettore il vederne qui riportato il contenuto con qualche maggiore eſtenſione (*a*).

Egli dunque oltre al confermare in eſſa, che gli Apici degli ſtami ſono tante caſſettine, le quali giunte ad un certo punto di maturità vengono ad aprirſi, ed a ſpargere una polvere di differente figura ſecondo le varie ſpecie delle piante, ed oltre la diverſa ſtruttura, che in eſſe oſſervò, (indi-

---

(*a*) Prima però del *Geoffroy* anco Enrico *Burchard* nel 1702. *Guglielmo Waldſchmid* nel 1705. *Aleſſandro Gakenholtz* nel 1706. avevano riconoſciuto il ſeſſo nelle Piante ecc.

candone non meno di venti forme differenti), vidde il modo d'aprirſi delle caſſulette, il color vario delle polveri, fra le quali notò anco il color roſſo nella Pianta detta *Geum* sfuggito alle ricerche del *Grew*. Paſſato quindi ad eſaminare la natura di queſte polveri, trovò che tutte contenevano un' olio eſſenziale più, o meno liquido, ed in alcune così abbondante, come nel Giglio da unger non poco la carta, in cui la polvere di eſſo foſſe ſtata rinchiuſa

Dall'odore poi, e dal vedere, che ſoffiate eſſendo attraverſo un' acceſa candela s' infiammavano a guiſa di reſina, concluſe, che tutte poſſedevano una materia ſulfurea maggiore d' ogni altra parte del fiore, e con variati ſperimenti ſi perſuaſe, che i globettini, o grani di dette polveri erano inſolubili coll' ajuto pure del fuoco non ſolo nell' acqua, nell' olio d'oliva, e di trementina, ma anco nello ſpirito di vino, conſervando ſempre la ſteſſa figura.

Gli eſami inſtituiti da Eſſo ſopra dell' organo femminino, cioè del Piſtillo, gli dimoſtrarono, che la teſta, o Stimma del medeſimo era ſeminata di piccole veſcichette, o papille piene d'un glutinoſo umore, e che alla diviſione dei corni, o lobi di detti piſtilli corriſpondeva per lo più il numero dei frutti o delle cellule contenenti i ſemi.

Oſſervò, che in tutti i piſtilli, e ſpecialmente in quelli del Giglio, del Narciſo, e del fior di Zucca ſi rendono viſibili aſſai alcune piccole aperture, o tubi, che dallo ſtimma continuano ſino all' ovario, ed ebbe luogo d' aſſicurarſene con immergere un' eſtremità di eſſi nell' acqua, e ſucciar dall' altra, venendo così l'acqua a ſalire come in un cannellino.

Per poco, che vogliamo darci la pena (dic' Egli) d' aprire i piſtilli in diverſi tempi, ſi riconoſcerà aſſai diſtintamente, che entro di eſſi rinchiudonſi gli embrioni dei grani o ſia che queſti grani ſieno ſparſi in tutta la lunghezza del piſtillo, o ſia, che nella baſe ſoltanto riſedano, eſſo è ſempre aperto alla teſta, e più, o meno ſenſibilmente forato fino alla baſe. Sovente tal cavità ſi cancella a proporzione dell' aumento del frutto, talora ſi perde anco una parte del detto piſtillo, che cade, o ſi ſecca; ma però in molti frutti la cavità, che contiene il piſtillo, non laſcia di conſervarſi, e di renderſi anco ſenſibile, come può ben vederſi nelle Pere, e nelle Mele ſpecialmente in quelle dette Calvelle.

Tali ſue oſſervazioni non ſi riſtringono ai ſoli fiori Ermafroditi, ma abbracciano le Piante ancora, che i ſeſſi hanno diſtinti, o ſeparati ſopra diverſi individui, eſſendo infinite quelle, i cui fiori ha ſottopoſti ad eſame; fra i quali quel della Zucca, detta *Gotiron*, è dei più rimarcabili per l'apparenza dei tubi, che il diviſo piſtillo laſcia vedere corriſpondenti al numero dei lobi, o diviſioni dello ſtimma, e delle cellule, alle quali pervengono.

Nè qui ebbero fine le ſue ingegnoſe ricerche, poichè dirette eſſendo a provar l'uſo e il deſtino di queſte parti del fiore, come organi immediati della generazione, paſsò quindi a dimoſtrare la coſtante eſiſtenza del pulviſcolo in tutte le piante, ſcorrendo con occhio ſagace anco le più difficili d'occulte nozze, non bene allora conoſciute.

Oſſervò il ſito, la proporzione, e convenienza reciproca degli ſtami, e dei piſtilli, e l'abortire dei frutti, allorchè ſieno privati del pulviſcolo fecondatore, o per cauſa dell'intemperie della ſtagione, o perchè ad arte ſieno ſtati reciſi gli ſtami, con aver di più portato l'occhio fino entro agli Embrioni, ed eſſer giunto a fiſſare, che non vi ſi vede giammai alcun corpo, o germe, finchè la polvere degli ſtami non è caduta.

E per ſempre più convalidare le ſue ſcoperte allega le antiche oſſervazioni di *Teofraſto*, e di *Proſpero Alpino* del non renderſi la Palma apportatrice di Frutti fecondi (a) ſenza la vicinanza della Pianta maſchia, e l'autorità di *Tournefort* ſulla pratica confermatagli dall' Ambaſciator Tripolino di apporre dei rami di fiori a ſtami ſull' individuo femmina all' effetto d'ottenerne i Datteri maturi (*b*).

(a) Il Padre *Labat* nei ſuoi viaggi d'America racconta d'aver veduta alla Martinica una Palma, che produceva i frutti benchè iſolata, e lontaniſſima da tutte le altre della ſua ſpecie, ſoggiungendo però, che i Noccioli non naſcevano, e che i frutti non erano così buoni come quei del Levante. Io pure ho avuto luogo in Piſa di vedere diverſe Palme; una di queſte, che era la *Phœnix Dactilifera*, quantunque portaſſe ogn' anno alla natural groſſezza i ſuoi frutti, non gli maturava mai; ed un altra, cioè la *Camerops humilis*, fu al Giardino Botanico di Piſa oſſervata ſempre ſterile, finchè ſull' eſempio di quella di Berlino non intrapreſi nell' anno 1784 di fecondarla col pulviſcolo fatto venir da Firenze: maturò eſſa per quell' anno i ſuoi frutti, e ſucceſſivamente ricadde nella ſua prima ſterilità.

Altri ſuoi ſperimenti ſul *Mayz* a cui tagliò gli ſtami, e ſulla mercorella a frutto tenuta lontana da quella a ſtami, quantunque riuſciti imperfettamente gli danno luogo di riconoſcere ſempre più la neceſſità delle polveri, e l'idoneità dell' aria, e del vento a ſervir di veicolo a quelle, onde poter eſſere fecondate le piante anco a molta diſtanza, come accadde alla famoſa Palma d'*Otranto*, che rimaſe feconda (ſecondo il *Pontano*) ſol quando inalzataſi, giunſe a poter vedere il ſuo marito vegetante a Brindiſi lontan da eſſa non men di quindici leghe.

Volendo poi inoltrarſi a ſcuoprire, in che maniera il pulviſcolo contribuiſca alla fecondazione delle piante, comincia dall' eſporre le due congetture, che formarſi poſſono ſu queſta ricerca; cioè o che gli Embrioni contengano in miniatura la giovine pianta, a cui non manchi, che un ſugo proprio a farla creſcere, e che le polveri (già oſſervate contenere una materia penetrante, e ſulſurea) cadendo ſullo ſtimma ſi riſolvano, talchè la parte più ſottile penetrata fino al germe v' ecciti una qualche fermentazione, e così vengaſi ad operare lo ſviluppo, e la fecondazione della pianta novella: o ſivvero, che le polveri dei fiori contengano eſſe i primi germi, onde per iſvilupparſi non abbiano biſogno che del ſugo degli Embrioni. E queſta è quella, che da Eſſo viene abbracciata per la migliore, perchè non s'arriva anco coi più eccellenti Microſcopj a ſcuoprir mai alcuna apparenza di germe nell'Embrione avanti la caduta delle polveri, e neppur nei granelli anco avanzati, ſe non ſieno ſtati prima renduti fecondi. Infatti (dic' egli) ſe ſi eſamini il piſtillo delle piante leguminoſe, che diventa poi il guſcio, avanti che il fiore ſia affatto diſchiuſo, ſi vedranno facilmente nell' ordine loro naturale delle

---

(*b*) Queſta pratica era in uſo fino ai tempi d' *Erodoto*, e tra gli Autori meno moderni. L' accenna anco *Atanaſio Kirchero* nell' Opera *De Arte Magnetica*, il quale deſcrive pure alquanto bene la Caprificazione ultimamente ad eccellenza ſpiegata dal chiariſſimo Signor *Cavolini* Napoletano.

veſcichette verdi, e traſparenti, che in progreſſo devono divenire i grani, nei quali a riſerva dell' inviluppo proprio, null' altro ſi arriva a diſtinguere; e continuando ad oſſervare per più giorni di ſeguito in altri fiori a miſura che avanzano, ſi vedono queſte veſcichette farſi maggiori, e riempirſi d' un liquore chiaro, nel quale allorchè ſia caduto il pulviſcolo ſi comincia a ſcorgere un piccol punto, o globicino verdaſtro, che liberamente vi ondeggia, e quantunque null' ancora ci ſi veda d' organizzato, col tempo a miſura che creſce, ſi diſtinguono a poco, a poco due piccole foglie, ed in appreſſo conſumandoſi inſenſibilmente, il detto liquore ingroſſa il granello, diviene opaco, ed aperto, ritrovaſi nella ſua cavità la piccola pianta in miniatura compoſta del germe, o della plumula, cioè della radichetta, e dei lobi. Se al contrario ſi rivolga la noſtra attenzione ai fiori della Peonia doppia, che privi ſono e di ſtami, e di apici, ſi troverà, che i loro grani non contengono che una membrana ſenz' alcuna apparenza di germe. Seguendo tal congettura non è difficile determinare in qual maniera il germe entri nelle veſcichette, perchè oltre la nota cavità del piſtillo continuata ſino all' Embrione s' oſſerva di più, che queſte hanno una piccola apertura preſſo il luogo, ove ſono attaccate, che corriſponde all' eſtremità del Piſtillo, di maniera che il globicino della polvere può per mezzo di eſſa naturalmente cadere nella cavità delle veſcichette, che formano l' Embrione del granello. Queſta ſpecie poi d' apertura, o di fineſtrina reſta aſſai ſenſibilmente viſibile anco ſenza ſoccorſo di lenti nella maggior parte dei granelli, o ſemi, come nei Piſelli, Fagiuoli ecc., e la radichetta del piccol germe rimanendo proſſima a queſta per eſſa ſen' eſce, allorchè il granello trovaſi in iſtato di germogliare.

Così terminano le oſſervazioni del *Geoffroy* detto il giovine a diſtinzione dell' altro, che chiamavaſi *Giuſeppe*, e dal quale alcuni anni avanti erano ſtate in parte annunziate.

Quaſi nell' iſteſſo tempo anco *Samuel Morland* confermò, che la polvere dell' Antere era lo ſperma maſculino, cioè un compleſſo di germi, o vermicelli ſpermatici, e il piſtillo una ſpecie di tuba, per cui penetrava al frutto, mediante la viſcoſa, e vellutata teſſitura dello ſtimma atta a ritenerlo, aſſerendo, che nelle Fave manifeſtamente appariva un' apertura, o fineſtrina deſtinata all' introduzione di eſſo.

Nell' anno 1706. uſcì alla luce in Roma un nuovo ſiſtema d' *Angelo Papi* intorno alla generazione delle piante ch' eſiſte nel ſuo libro intitolato = *Critica Sacra*, e nel 1712. *Claudio Jeaugeon* pubblicò uno ſcritto negl' Atti dell' Accademia delle Scienze ſulla neceſſità del pulviſcolo per la fecondazione dei Datteri.

Noi non faremo che accennar di volo quegli Autori, che non ſi diſtinſero nelle loro ricerche coll' aumento di nuove cognizioni, per non renderci ſoverchiamente ſazievoli, e perchè il noſtro ſcopo primario è di moſtrar ſolo i progreſſi fatti dallo ſpirito umano ſul ſoggetto, che ci occupa.

Frattanto *Riccardo Bradley* (*a*), che profeſsò la ſcienza Erbaria a Cambridge è uno di quegli ſcrittori, che per le tante Opere d' argomento botanico da lui compoſte, merita quivi, che ne ſia fatto gran conto. Quella, che più c' intereſſa, comparve per la prima volta ſtampata in Londra nell' anno 1717 (*b*). Ed in queſta oltre al darci un' eſatta anatomia delle piante, ne eſamina la loro vita, il ſeſſo, la fecondazione, e la vegetazione, deſcrive alcune ſpecie di piante Ibride, o ſpurie derivate dal pulviſcolo di diverſa ſpecie, ed in fine dimoſtra, che il Corylo, o nocciuolo, a cui ſieno ſtati reciſi gli ſtami, quando non ſia fecondato d' altronde, diviene ſterile, come accade ai Tulipani, che nel ſuppoſto caſo non danno ſeme.

In ſimil genere di ricerche circa lo ſteſſo tempo occupò anco l' ingegno *Sebaſtiano Vaillant* ſommo Botanico, e felice illuſtratore di piante difficiliſſime, quali ſono i muſchi, i licheni, ed i funghi. Ma non dovendo noi qui dare altro conto di eſſo, che quanto concerne al propoſito noſtro, ricorderemo

---

(*a*) Preſſo *Bradley philoſof. account*, eſiſte una Diſſertazione d' *Antonio de Juſſieu* Scolare e ſucceſſore del *Tournefort* = *de tribus ſexubus plantarum & de fœcundante polline ſtaminum*. =

(*b*) *In miſcel. Acad. nat. Curioſ.*, *Sigiſm. Schmieder. De pluvia pollinis Pini obſ. 80. Ann. 1715.*

corderemo ſoltanto il ſuo diſcorſo ſulla ſtruttura dei fiori ecc. ove dopo aver rigettate alcune delle Claſſi *Tourneforziane*, con molt' accuratezza deſcrive l'eſploſione della polvere degli ſtami, e particolarmente della Parietaria, ſtimando, che nelle tube del piſtillo penetri ſolo l' aura ſpiritoſa di detta polvere, e perchè non vi ſi vede alcun orifizio patente, e perchè quando il pulviſcolo è colorato, non ſi oſſerva, che i ſemi aſcoſi nel frutto vengano a tingerſi.

Può riporſi nell'iſteſſa claſſe, e nello ſteſſo anno, o poco dopo, *Gio: Jacopo Dillenio* altro inſigne Botanico di *Gieſſen*, che fu profeſſore nella celebre Univerſità di Oxford, e di cui varie Opere abbiamo piene di molta dottrina, appartenendo a noi ſpecialmente una Diſſertazione, che trovaſi fra le Miſcellanee dell' Accademia de' Curioſi della natura, nella quale molto parla dell' uſo dei petali, e degli ſtami, riſchiara, e conferma il ſeſſo delle piante, tratta del pulviſcolo, e della figura conica, che ha nell' Orchide rotonda, nell' Ofride, e dimoſtra in fine doverſi repeter da eſſo, che i ſemi non rieſcano vani.

In mezzo però alle fatiche d' Uomini così grandi, che ſi ſtudiavano di portar luce in queſta oſcura parte della Fiſica vegetabile, *Giulio Pontedera* Piſano, pubblico Profeſſore di Botanica in Padova osò levarſi contro le altrui ſcoperte, dando fuori nel 1720. l' Antologia, o ſia un Trattato ſulla natura del fiore, coll' aggiunta di XII Diſſertazioni. Quantunque uomo di molto ſapere, e di non dubbia fama in varie coſe, s' oppoſe apertamente alla già conoſciuta eſiſtenza del ſeſſo nelle Piante, e riguardando il piſtillo come la parte principale del fiore, vuole, che l'aria penetri per mezzo di eſſo al frutto, e ſi riſvegli un moto interno cagione dell' ingrandimento. Sull'appoggio poi d'oſſervazioni, che provano appunto il contrario, e che il tempo ha dimoſtrate falſe, crede, che gli ſtami non contribuiſcano in alcun modo alla fecondazione, ma che ſervano a traſmettere un ſugo particolare derivante dall' antere, che inſieme con quello preparato dall'altre parti del fiore diſcendendo agli Embrioni nutriſca il nuovo frutto. Così penſa anco diverſamente dagli altri riſpetto al fecondar delle Palme, ed alla Caprificazione.

Merita ora degno luogo fra quei, che in queſto anno medeſimo eſaminarono con ſottile avvedimento la generazione delle Piante, *Patrizio Blair* Anatomico Ingleſe, che ſtampò in Londra varj ſaggi Botanici raccolti inſieme, nei quali parla del doppio ſeſſo, e della maniera, con cui la fecondazione ſuccede, come pure dei diverſi generi di fruttificazione. Soſtiene la neceſſità del pulviſcolo degli ſtami, perchè maturino le ſemenze, ma contro il ſentimento del *Morland* non ammette, che eſſo ſia un compleſſo di germi, o di vermicelli ſpermatici. Nelle tranſazioni Filoſofiche, trattando della generazione delle piante porta uno ſperimento di *Filippo Miller* ſul ſeme dello Spinacio, a cui non comparve il cuoricino vitale, o ſia il germe, perchè privato della fecondazione, e vi uniſce alcune proprie oſſervazioni ſu i Tulipani divenuti fecondi con tutto che foſſero ſtati loro reciſi gli ſtami ſolo per opera dell' Api, che vi avevano arrecato il pulviſcolo.

Ma procedendo all' anno 1724 (*a*) non va paſſato ſotto ſilenzio, che in queſto *Benedetto Stehelin* Tedeſco diſcepolo caro al *Vaillant*, ed emulo di eſſo nella ſagacità d' indagare le diverſe ſpecie dei muſchi, e dei funghi diede alla luce uno ſcritto intorno ai globettini della polvere degli ſtami, eſſendo anco ſtato il primo ad oſſervare col microſcopio i moti relativi delle particelle ſpermatiche dell' *Eguiſeto*, ſimili a quelli nella Parietaria oſſervati già dal *Vaillant*.

Ricorderemo poi con piacere qual produzione, che all' anno 1727. appartiene la Statica vegetabile di *Stefano Hales*, Opera eccellente, che ha poche ſimili, e ripiena d' infinite ſperimentali verità intorno alla Fiſiologia delle piante. Di queſta il Cap. 7mo. contiene alcune coſe, che hanno rapporto al ſoggetto noſtro; cioè ſtabiliſce, che la polvere degli ſtami per eſſere di natura ſulfurea attragga a ſe l' aria elaſtica, e che intimamente unendoſi colle particelle mobili di eſſa ſulla ſera, venga ad eſſer dal piſtillo aſſorbita per indi inſinuarſi fino al germe.

(*a*) *In act Ernd. J. Melchior Verdries, Pulviſculi ſtaminum delineatio*

Giorgio Wallin a Upſal nel 1729. pubblicò *le nozze degli Alberi*: e nel 1732. *Adriano Royen* Botanico del Giardino di Leida deſcriſſe in verſi *gli amori, e i maritaggi delle piante*.

Nell' anno 1737. *Criſtiano Gottlieb Ludwig* Profeſſore di Lipſia ritornato dai ſuoi viaggi nell' Africa confermò il doppio ſeſſo nelle piante, e l' artificiale fecondazione delle Palme per mezzo del pulviſcolo maſculino da lui oſſervata in quelle contrade; e nello ſteſſo anno comparvero dai ghiacci della Narva nuove opinioni contro il ſeſſo, e la fecondazione delle piante ſuſcitate da *Giorgio Siegesbeck* Prefetto dell'Orto di Pietroburgo in un ſuo Libro, che porta lo ſpecioſo titolo di *Botanoſophiæ verioris brevis Sciagraphia*. Quivi oltre a farſi difenſore del ſiſtema *Riviniano* ſoſtiene, che moltiſſime piante provengano ſenza ſeme, e che gli alberi femmine diano il frutto ſenza biſogno dei maſchi, potendoſi i vegetabili, ſecondo ne penſa, propagare ottimamente per mezzo delle radici, ed in altro modo. Tenta anco gettar a terra i fondamenti del metodo ſeſſuale del *Linneo*, pretendendo, che le Claſſi derivanti dallo ſtimma, e dall' antere s' oppongano all' ordine naturale. *Gottlieb Gleditſch* ſi preſe la pena di ſaggiamente confutarlo, ma egli riſpondendo tornò a confermare i primi errori con altro ſcritto nel 1741. nel qual anno *Erneſto Stieff* Tedeſco diede fuori una dotta collezione di fatti relativi alla vita, e alle nozze delle piante, riferendo d' aver veduti gli ſtami del Giglio Narciſo d'un ſol fiore applicarſi allo ſtimma per fecondarlo.

Due anni innanzi però, cioè nel 1739. *Bernardo Juſſien*. Botanico inſigne Franceſe, ma per troppa modeſtia parco Scrittore, avea renduta pubblica nelle memorie dell' Accademia l' Iſtoria della Pilularia, *Calamiſtrum Linn*; ove può vederſi aver Egli ſcoperto in oſſervando col Microſcopio le polveri di varie piante, come quelle delle Valeriane, delle Fumarie, dell'Opunzia, della Senapa, e di molte altre, che allora quando l' acqua le tocca, per una piccola lacerazione, che ſi fa ad un punto della loro capſula, eſce un getto di liquore, o materia oleoſa ſimile alla gomma ſciolta, che reſta nell' acqua ſenza meſcolarſi in piccole sferette d'un eſtrema finezza.

Apparterrebbe all' anno 1736. *Jacopo Logban* in quanto che trovaſi nelle Tranſazioni Filoſofiche di quel tempo un ſuo ſperimento ſulla ſterilità dei granelli del *Mayz*, a cui erano ſtate amputate le ſpighe maſculine; ma ſiccome l' Opera ſua più importante intorno alla generazione delle piante comparve molto dopo, così gli abbiamo aſſegnato queſto luogo per dire, che eſſo pure confermò il doppio ſeſſo, e fu del ſentimento del *Morland*, e del *Geoffroy* nell' ammettere, che il pulviſcolo penetri fino al germe per il piſtillo, ſoſtenendo, che nel fiore ſi trovino ſviluppate tutte le interne parti della pianta, così che il calice venga formato dalla corteccia eſterna, la corolla dall' interna, gli ſtami dall' Alburno, il pericarpio dalla ſoſtanza legnoſa, ed i ſemi dalla midolla dell' Albero.

Ci ſiamo poi riſerbati a parlare del ſommo Legislatore in Botanica *Carlo Linneo* (a) all' anno 1746. perchè quantunque appariſca aver Egli anco prima di queſto tempo occupato l' ingegno in coſe relative al ſoggetto noſtro, fu in queſto ſolo, che diede fuori la Diſſertazione intitolata = *Sponſalia Plantarum*, = nella quale raccogliendo, e ponendo in luce maggiore tutto il già detto dagli altri ſulla fecondazione delle piante, dimoſtra appoggiato a ſicure oſſervazioni la convenienza degli organi, e dei mezzi della natura appropriati a queſt' importante fine. Noi andiamo a darne un più preciſo ragguaglio, luſingandoci, che non diſpiacerà veder qui riportate le principali ſue ragioni coſtituenti il doppio ſeſſo in rapporto alla riproduzione degli Eſſeri vegetabili.

(a) Anno 1745. *Tranſ. Philoſop.* N. 490. Oſſervazione di *Beniamino Cook* Ingleſe intorno la varietà d' un Pomo derivata dal pulviſcolo d' un altro, ch' era in vicinanza.

Similmente N. 477. *Badcok*. Oſſervazione intorno alle polveri della Granadilla, e della Malva Arborea, i globettini delle quali ſpargono per una ſpecie d' aculeo l' umore da eſſi contenuto.

(b) Quantunque la ſcoperta del ſeſſo nelle piante ſia dovuta ai Greci, e ſia forſe anteriore a *Teofraſto* ancora, da cui la ſenghiamo, e quantunque ſtata citata da *Plinio*; e riconoſciuta nel 1591. dal *Zaluziaski*; nel 1550. da *Gio: Baubino*; provata nel 1676. dal *Grew*, e dal *Malpighi*; dal *Rajo* nel 1681; dal *Camerario* nel 1694. dal *Waldſchmid* nel 1705. dal *Gabenboltz* nel 1706, dal *Vaillant* nel 1717. E quantunque l' idea d' un metodo fondato ſul ſeſſo delle Piante ſia dovuto a *Burkard*, come appariſce dalla ſua Lettera del 1702. a *Leibnitz*. *Hic differere conſtitui an ex partibus iſtis, quas ab officio genitales dicturus ſum, Plantarum comparationes inſtitui poſſint*. Nulladimeno l' eſecuzione di queſto metodo è nuova, e dovuta al *Linneo* ecc. Adanſ. nella Prefazione pag. 11.

(c) Anno 1745. *Mich. Mattia Ludolf.* Accademico di Berlino — Metodo nuovo, in cui rigetta gli ſtami ecc.

Che le antere ſieno i genitali maſculini ſi dimoſtra: Dal vedere ch' eſſe, e il pulviſcolo precedono ſempre il frutto, e che ſubito dopo lanciato detto pulviſcolo, vivente anco il fiore inflaccidiſcono, e cadono come inutili; Dalla poſizione o ſito di eſſe adattato a toccare l' organo femminino, o ſia il piſtillo nella maſſima parte delle piante, oſſervandoſi ſempre proporzione, e convenienza reciproca nei detti due organi diverſi; Dalla corriſpondenza dei tempi nell' apparire, ed eſſere in pieno vigore dell' antere, e dello ſtimma anco nelle piante, che godono di talami diſtinti; Dall' artificioſa, e mirabile ſtruttura dell' Antere eguale a quella dei Pericarpi ſteſſi, oſſervandoſi uniloculari nella Mercorella, biloculari nell' Elleboro, triloculari nell' Orchidi ecc.; Dall' abortire i frutti (generalmente parlando) allorchè ſi recidano l' Antere a quelle piante, che hanno un ſol fiore; Dalla figura ſteſſa del pulviſcolo, che moſtra di non eſſer formato a caſo, e che ſe ſi oſſervi in un' Antera non anco bene matura ſi vede ſituato in due cavità ſpeſſo, e talvolta in quattro diviſe da un ſetto intermedio, ove i piccoli globettini in ordine diſpoſti ſono ricevuti ecc.

Che lo Stimma, il quale in tutti i fiori ſi trova anneſſo al germe, ſia l' organo genitale femminino, ſi dimoſtra: Dall' eſſer collocato ſempre in maniera, che le Antere poſſono toccarlo a ſegno, che in alcune (come nelle piante della Syngeneſia rare volte ſterili) lo ſtimma giunge fino a perforare le Antere. Inoltre lo ſtimma è nel ſuo pieno vigore, quando lo ſono anco le Antere. Lo ſtimma quando ha fatto il ſuo uffizio, cade in molte piante, come ſegue anco all' Antere, il che prova non contribuire alla maturità del frutto, ma ſoltanto alla generazione. Se ſi recida lo ſtimma avanti d' aver ricevuto il pulviſcolo periſce il frutto, rimanendo la pianta mutilata per parte della femmina. Da tutto ciò rilevaſi, che la generazione delle piante ſi fa per

---

(d) Anno 1746. *Enrico Michele Doebel* Tedeſco ſaggio ſcrittore d' Agricoltura, ma non abbaſtanza Botanico rigettò il ſeſſo delle Piante.

mezzo della caduta del pulviſcolo fecondante ſopra il nudo ſtimma col romperſi, e tramandarvi l'aura ſeminale, che è aſſorbita dall' umore del detto ſtimma. Viene conſermato ciò dagli ſteſſi noſtri occhi, che ci moſtrano a prima ſronte queſto pulviſcolo volante, che va a poſarſi ſullo ſtimma, che di puro, e nitido che era, ſcorgeſi dopo la diſſipazione non poco imbrattato. Nel fiore della Viola di tre colori dopo la projezione del pulviſcolo, tutto lo ſtimma ſi vede aſperſo da eſſo, e prima di ciò premendolo diſtilla un liquore mielato, che ritiene, e forſe attrae la farina fecondatrice. Nella Graziola avanti la fecondazione oſſervaſi lo ſtimma aperto, dopo di eſſa ſi vede chiuſo. Nelle piante della Syngeneſia lo ſtimma s' inalza dimezzo all' Antere, e quando ciò accade, è ſempre indizio di germe fecondato, il che rare volte in queſte falliſce. Il *Juſſieu* vidde la polvere dell' Acero romperſi, e tramandare un umore. Gli ſtami, ed i piſtilli conſervano per lo più l' iſteſſa altezza, onde più facilmente il pulviſcolo poſſa attaccarſi allo ſtimma; quando non è così, come nel *Geranium Inquinans Calycibus monophillis florentibus erectis* ecc. *H. Eliff.* il cui piſtillo è minor degli ſtammi, ed i fiori ſtanno penduli avanti la fioritura, s' oſſerva, che s' inalzano, perchè il pulviſcolo giunga orizzontalmente allo ſtimma, compita la fecondazione ritornano penduli, e di nuovo s' inalzano, quando i ſemi ſono maturi per poter più facilmente eſſer diſperſi dai venti.

Nella Claytonia Sibirica ſegue l' iſteſſo. Nel Diantho i piſtilli ſi torcono a guiſa delle Corna d' Ariete verſo le Antere. Nella Nigella Arvenſe, che ha cinque piſtilli molto più alti degli ſtami ſi oſſerva, che nel tempo deſtinato queſti ſi piegano verſo le Antere, e faziati del pulviſcolo ſi rialzano: così nel Tamarindo, nella Paſſiflora, e nelle Caſſie ec. Per lo più gli ſtami circondano i piſtilli, perchè in qualunque modo il pulviſcolo facilmente giunga ad eſſi, e nelle piante della Didynamia, che ha i fiori poſti ad angolo acuto diſtanti dal Caule, gli ſtami, ed i piſtilli ſi piegano verſo il labbro ſuperiore, ove lo ſtimma viene ad eſſer coperto in qualche modo dalla pioggia. Segue l' iſteſſo preſſo a poco in quelle della Diadelphia. Nelle piante della Monoecia i fiori a ſtami per lo più riſedono ſopra i fiori a piſtillo, cioè vengono più in alto, perchè il pulviſcolo poſſa così più facilmente cadervi. Nel Pino, e nell' Abete le Antere abbondano talmente di pulviſcolo, che ſi vede volar per aria a guiſa di denſa nube. Il Veratro ha veramente i fiori maſchi ſituati a baſſo, ma forſe è così, perchè tutti quei, che ſtanno in alto eſſendo ermafroditi, non han biſogno di loro. Reca ammirazione ciò, che s'oſſerva accadere nell' Iatrofa, e nella Muſa. L' Iatrofa produce un corimbo, nella cui prima diviſione, o giro i fiori, che ſono femmine per lo più precedono d' uno, o due giorni i fiori maſchi. Le altre diviſioni, che portano fiori maſchi, non ſono in grado di fecondarle per eſſere a quell' ora già sfiorite, onde ſogliono abortire, ſe non accade, che poſſano ricevere il pulviſcolo dai fiori maſchi d' un' altro corimbo. La Muſa anch' eſſa a motivo di queſta irregolare fioritura ſi rimarrebbe coi frutti privi di ſeme eſſendo ſola, o iſolata; ma eſſendo più inſieme unite, che nell' iſteſſo tempo fioriſcono, allora i frutti ottengono ſemi fecondi, e maturi, perchè le femmine del primo connubio deſtitute dai propri mariti rimangono dai maſchi altrui fecondate. Dovunque poi i fiori maſchi ſono o diviſi di talamo dalle femmine, o non poſti perpendicolarmente ſu quelle, ivi ſuole la fioritura anticipare lo ſpuntar delle foglie, perchè i piſtilli non ſieno, ſopraggiungendo eſſe, occultati a danno della fecondazione, come oſſervanſi nella Quercia, nel Faggio, e ſimili. Inoltre vediamo, che ai raggi del Sole ſi aprono i fiori, e nella notte poi, allorchè umida è l' aria, ſi chiudono. Forſe è così, perchè l' acqua non bagni le antere, e ne coaguli il loro pulviſcolo, che ſi renderebbe inetto a poter volare ſu i piſtilli, giacchè, quando fecondato è lo Stimma, nè l' acqua più, nè la notte forza hanno di coſtringere il fiore a contrarſi. E quei della Didynamia, e della Diadelfia, che hanno le Antere in certo modo coperte, nella notte mai non ſi chiudono. Se la Segale, che porta le Antere come ſedenti ſulli Stami, eſſendo in fiore, riceva la pioggia, per l' inzuppamento del pulviſcolo, ne predice toſto l' Agricoltore la careſtia, e con ragione, perchè la maggior parte dei ſuoi fioretti abortiſce, e va a male. Così per l' iſteſſo motivo contraria è la pioggia al Ciliegio, ed al Pero, ſe ſieno in fiori, ma più pel Ciliegio, che tutt' in un tratto fioriſce, e lancia le polveri, lo che non accade nel Pero. Nota è per l' autorità di *Teofraſto*, e di *Plinio*, che è ſtata poi confermata dall' *Alpino*, dal *Tournefort*, e dal *Kemfero* la pratica d' apporre ſullo Spadice delle Palme femmine i fiori tolti alle maſchie per l' oggetto d' averne i Datteri maturi, e fecondi. In *Sicilia* i ruſtici colgono dall' albero del Piſtacchio maſchio dei rami di fiori, e dopo avergli un poco all' ombra ſeccati gli legano a quei della femmina, perchè il vento ne arrechi la polvere fecondante ai piſtilli; ed altri tengono in ſacchetti i fiori maſchi a ſeccarſi, e poi con eſſi vanno ſpargendo la detta polvere ſu i fiori femmine per averne frutti, che ſieno buoni, e in abbondanza. Oſſervaſi nei fiori ſoliti ſtar ſotto l' acqua, che al tempo della fioritura s' inalzano ſopra di eſſa come fa la Ninfea, il Potamogelo, il Miriofillo, la Valliſneria ec.. I fiori ancora della Linnide, e della *Saponaria porrigens*, per tacer di molti altri, benchè poſino ſopra un caule giacente, ſollevanſi preſſo al fiorire per meglio eſporſi a ricevere il pulviſcolo agitato dai venti. Il Narciſo, il Galantho, la Viola, la Valanzia cruciata portano i fiori diritti ſul caule avanti d' eſſer in fiore, e dopo s' oſſervano rivoltati verſo la terra. Le Piante a ſpiga, e quelle ad ombella ſomminiſtrano altri conſimili eſempj; e riguardo ai Poponi, Cocomeri, e Zucche, che hanno fiori a ſtami, e fiori a piſtilli ſon ſoliti gli Ortolani di conſigliare, che per non togliere il vigore, e il ſugo alla pianta ſi ſvelgano gli ſterili, cioè quelli a ſoli ſtami, quando al contrario dovrebbero piuttoſto con eſſi aſpergerne lo ſtimma alle femmine, o apporvene altri per il maggior bene. Certo è, che nelle Regioni più fredde uno dei motivi, per cui cadono facilmente i fiori alle piante, che della ſtufa han biſogno, è la mancanza della fecondazione, non già del nutrimento, come penſa il volgo, e l' inavvertenza del Giardiniere vi coopera col non aprire le fineſtre, impedendo così la ventilazione, e in conſeguenza anco il traſporto della polvere fecondante. E' ſtato pure oſſervato, che alla Canapa, ſe ſi ſvelgano i fiori a ſtami pria, che ſviluppati ſieno i fiori femmine, neſſuna, o piccoliſſima copia di ſemi s' ottiene. Accade alle volte però, che la Canapa feminifera produca

duca qualche fiore a' ſtami (*a*), che rende ſeconde alcune ſemmine, come ſucceſſe al *Camerario*, che dopo eſſerne rimaſto illuſo ſe n' accorſe. Il Luppolo pianta della Diecia ha un calice, che anco non eſſendo ſtato fecondato s' allunga, e ſi diſtende in una ſpecie di cono, onde è, che da queſta apparenza ingannato il *Tournefort* non ſeppe riconoſcere le parti, che il ſeſſo determinan delle piante. L' iſteſſa coſa ſegue nel Moro, e nel Blito, le cui bacche non ſono nè pericarpi, nè ovaje, ma ſoltanto calici abbondanti di ſugo. Un giocondo ſperimento preſentano i Tulipani a coloro, che ſono amanti di vaghi fiori. Trovandoſi ad averne ſolo dei roſſi ſi recidano loro tutti gli ſtami avanti che maturi il pulviſcolo, poi coll' antere d'un Tulipano di fiore bianco ſe n' aſperga lo ſtimma d' un roſſo, ed i ſemi, che da eſſo ſi avranno, gettati in diſtinta areola daranno fiori e roſſi, e bianchi, e di vario colore. La Braſſica, o Cavolo reſta fecondato con facilità dalle polveri di ſpecie diverſa, onde ſe alcuno ne abbia dei buoni, non ſoffra, che altri inferiori vegetino in vicinanza di quelli per non deteriorare il ſuo ſeme. Se ciò foſſe avvertito dai noſtri Ortolani, non ſarebbero ogn' anno coſtretti a far con ſpeſa non indifferente venir da Malta il ſeme della Braſſica Cauliflora, volgarmente chiamata Cavolfiore. Il *Rajo* a queſto propoſito racconta un fatto degno d' eſſer riportato, accaduto con grave danno d' un' Ortolano di *Bradfort*, il quale per aver venduta molta quantità di ſeme di Cavolfiore, che produſſe Cavolo a foglie lunghe, come fraudolento chiamato in Giudizio, fu condannato non ſolo a reſtituirne il prezzo, ma anco a compenſare il danno del tempo, e del terreno perduto. Queſto delitto non doveaſi aſcrivere a lui, ma alla adulterata fecondazione del ſuo ſeme, che quantunque di buona ſpecie per il ſopraddetto naturale accidente divenne cattivo. Nell' Orto Cliforziano fu per molti anni oſſervato, che il Ginepro femmina non diede mai frutti per eſſer privo del maſchio, e nell' Orto d' Upſal la Rodiola roſea ſi mantenne

---

(*a*) Il Duhamel dice d' aver oſſervato ciò anco in una ſpecie di Lentiſco, e nella Gledifia.

ſterile dall'anno *1696.* in cui il *Rudbekio* la traſportò dall' Alpi Lapponiche fino al 1750., che produſſe i ſemi per eſſervi ſtato trasferito anco il maſchio. La Cluzia parimente era ſterile in quaſi tutti gli Orti Belgici, ma dall' aver il *Linneo* veduti in *Leida* i ſemi ſecondi congetturò, che doveſſe eſſervi anco il maſchio, e vi fu realmente trovato. Queſti, e molti altri ſperimenti, eſempi, e fatti, che potrebbero addurſi, ſembrano baſtanti (ſecondo l' Autore) a dimoſtrare, che la generazione delle Piante ſi compiſce in grazia del pulviſcolo dell'antere traſportato al nudo ſtimma dell'Organo ſemminino, che col proprio umore, e lo ritiene, e lo rompe, onde il contenuto nei globicini di eſſo penetrar poſſa per mezzo dello ſtilo aſſorbente fino ai ſemi nell'Ovarjo rinchiuſi.

Oſſerveremo ſoltanto, che queſto pulviſcolo non penetra veramente, come hanno creduto il *Morilland*, il *Geoffroy* e 'l *Loghano* fino al germe per lo ſtilo, o tuba del piſtillo, ma ſolo come ſi dimoſtra dall' eſperimento del *Vaillant* ſul papavero iſtituito, la parte più ſottile, cioè una ſpecie d'alito, o effluvio elaſtico a ſomiglianza di quel che accade negli Animali, nel cui ovario non entra il prolifico umore, nè tampoco in molti nell' utero, ma l'aura ſoltanto di eſſa, che è ſufficiente a ſecondarne le uova.

Tutte poi le femmine degli animali gettano nel congreſſo Venereo un liquore genitale neceſſario ad unirſi col prolifico, che lanciano i maſchi, e lo ſteſſo ſegue nelle piante, delle quali lo ſtimma ſuole abbondare d' un conſimile viſcido umore notato dal *Malpighi* ancora col nome di *Terebintina*.

Dopo tutto ciò, che riferito abbiamo contenerſi nel diſcorſo accademico di ſopra indicato, tralle tante moltiplici Opere tutte di Botanica ſcienza da lui pubblicate, altre pur ve ne ſono, che in qualche maniera o poco, o aſſai ci riguardano; tra le quali ricorderemo, (oltre la Filoſofia Botanica, e la Metamorſoſi delle Piante, in cui paragona lo ſviluppo della piantina, e del frutto alla trasformazione della Farſalla naſcoſta ſotto le ſpoglie del bruco) anco quella aſſai più notabile, che tratta delle piante Ibride, ove dimoſtra, che di continuo accreſconſi ſpecie novelle per il traſporto del pulviſcolo alieno, adducendone gli eſempi di quelle nate fra la Veronica, e la Verbena, e del Glaucio violetto dalla Chelidonia, e dalla Reade, tra le quali annovera per Ibrida anco la Muſa, ſoſtenendo poi con molta verità, che tali piante ſpurie ſono ſterili, e difficiliſſime a propagarſi. Fu parimente una ſua opinione in varj luoghi da lui eſaminata, che nelle piante come negli Animali le parti eſterne, e corticali provengono al Feto dal Padre, e che ſomminiſtri la Madre le interne, e midollari; qual ſentimento ſembra, che nel Mulo derivato dalla Cavalla, e dall' Aſino ſoffra non lieve eccezione, poichè la cute, ed i peli di eſſo s' aſſomigliano a quei della Madre. Reſta finalmente a dirſi, che ſi meritò il premio dall' Accademia di *Pietroburgo* aſſegnato per averne con nuovi ſperimenti ſempre più ſtabilito il già conoſciuto ſeſſo delle piante.

Ma paſſando ora a dar conto delle ſcoperte fatte col Microſcopio da *Turberville Needham* ſulla polvere fecondante, che in *Leida* tradotte comparvero un' anno dopo la ſopraddetta *Linneiana* Diſſertazione, per eſſerſi anch' egli molto di propoſito nella ricerca di tai coſe internato, ne preſenteremo qui al Lettore l' eſtratto colla maggiore eſattezza.

Dall' oſſervazioni dei vaſi lattiferi del *Calamajo*, nei quali ſeppe trovare nuovi motivi d' analogia tra il Regno animale, e il Vegetabile, volendo Egli dunque procedere a ſpiegare più preciſamente di quei, che l' avevano preceduto la Natura, e l' uſo del pulviſcolo delle piante, comincia la ſua memoria dal porre per dimoſtrato ſull' autorità del *Morillando*, e del *Geoffroy*, che il detto pulviſcolo ſia la materia fecondante, il grano, o frutto rinchiuſo nel piſtillo. Conferma poi ciò colle ſolite forti ragioni, quali ſono; di trovarſi queſta polvere in tutti i fiori rinchiuſa in Caſſulette alla ſommità degli ſtammi per lo più intorno al piſtillo, e d' eſſere ſempre nelle piante (d'una ſteſſa ſpecie) di figura uniforme, rilevando quelle, che derivano, e dalla ſituazione di dette Caſſule, e dalla pioggia oſſervata ſempre nociva alle piante in fiore; dall' amputazione dello ſtimma, che l' eſperienze hanno moſtrato ſempre impedire la fecondazione, come anco quell' altre, che dependono da una ſpecie di proporzione da Lui aſſerita trovarſi tra i globuli del pulviſcolo, e l' aperture di diverſi ordini di papille, o piccoli tubi, dei quali lo ſtimma è fornito, ſoſtenendo di più, che vi ſi oſſervano nei piſtilli alcuni condotti, o trombe adattatiſſime a dar paſſaggio alla parte ſecondatrice per giugnere fino all' Ovaja, e finalmente le Oſſervazioni Microſcopiche fatte avanti, e dopo ſull' Embrione del frutto tendenti a dimoſtrare colla maſſima evidenza l' ammirabile uniformità dei mezzi, che la Natura impiega per arrivare ad un medeſimo fine. Premeſſo ciò, Egli viene alle ſue ſperienze, ſcegliendo per principale oggetto il Giglio comune, cioè il fiore di eſſo, le cui parti deſcrive con molta eſattezza, dandone anco le reſpettive figure. Oſſerva, che la teſta del piſtillo è compoſta di tre lobi, che internamente ſi uniſcono in un centro comune affatto chiuſo, e che lo ſtimma, o labbra di detti lobi ſono guarnite fino ad una certa profondità tanto al di fuori, che al di dentro di piccoli fori, o papille, che in ſeguito diventano tanti condotti, o tubi longitudinali, venendoci così a dar l' idea d' un' imbuto molto allungato, la cui bocca o apertura corriſponde alla teſta del piſtillo, e la punta all' Ovaja. Da queſta ſtruttura ſembrali poter inferire, che la polvere degli ſtammi penetri per mezzo di queſti fori nella cavità del piſtillo per quanto è poſſibile, e che arreſtata poi lanci una ſoſtanza ſecondatrice, la quale per via dei deſcritti tubi può facilmente giugnere ai grani nell' Ovaja contenuti; riguardando come un errore l' opinione di coloro, che credono dall' apertura dello ſtimma ſcorrere lungo il piſtillo un continuato condotto deſtinato dalla natura a queſt' ufficio. S' induce poi a credere, che umettata eſſendo la teſta del piſtillo con acqua, queſta poſſa ſervire di meſtruo, e di veicolo per far sì, che queſti globettini s' introducano in maggior quantità. E ritrae la ragione di queſto ſuo ſoſpetto dall' aver veduto nello ſpazio d' una notte riempierſi d' un abbondante umor giallo quei piſtilli, che erano ſtati aſperſi da lui d' un pulviſcolo non proprio, ma di ſpecie ſoltanto diverſa, quando quelli, che non avevano ſofferta una ſimile applicazione, eranſi mantenuti perfettamente ſecchi, onde ne conclude, che il pulviſcolo caduto ſullo ſtimma, ſi diſciolga entro le papille, e che ſolamente la parte più ſottile di eſſo penetri nelle tube.

Nè creder ſi dee, che queſto ſuo penſamento ſia coſa affatto nuova, ma da gran tempo congetturata dal *Geoffroy* ſteſſo, il quale ſe inſieme con tutti gli altri Naturaliſti non ha fatto altro, che ſoſpettarlo, ciò è ſtato in conſeguenza di non eſſergli noti i cangiamenti, che ſoffre il pulviſcolo bagnato dall' acqua; lo che non è da maravigliarſi, perchè l' azione di eſſo comincia, e finiſce nel celere ſpazio di quattro o cinque ſecondi. E ad oggetto di poter bene oſſervare queſto movimento ſi propone dal Traduttore, che ha fatte anco le note al ſuo diſcorſo di ſituare la polvere in un vetro concavo obiettivo, ſul bordo del quale ſia ſtata meſſa una goccia d' acqua, che lentamente vada a diſcendere ſul pulviſcolo, avendoſi così tutto il tempo di poter applicar l' occhio al Microſcopio.

Paſſa poi l' Autore a darci un' idea del modo, col quale per la prima volta ſi fece a lui manifeſto un tal fenomeno, e rende così ragione del perchè poſſa eſſere sfuggito anco alle ricerche degli altri; rappreſentandoci intanto queſta eſploſione dei grani del pulviſcolo, come uno ſtraſcico, o razzo di piccoliſſimi globettini involti in una ſoſtanza membranoſa agitantiſi con direzioni diverſe a guiſa di Eolipila, il cui moto non dura che uno, o due ſecondi. In ſeguito ci aſſicura d' averne oſſervato ciò in più, e diverſe polveri, tra le quali dà la preferenza a quella dei fiori delle Cucurbite, o Zucche per eſſere compoſta di globettini più grandi, e perchè vi ſi vedono alcune macchie traſparenti, che mutanſi di luogo nel tempo dell' ejaculazione. Riduce poi i riſultati delle ſue ſperienze a queſti capi. 1°. Che quantunque abbia ragione di credere, che tutte le diverſe polveri agiſcano, e ſecondino i loro reſpettivi grani nella ſteſſa maniera, nondimeno ſi rende più facile l' oſſervazione ſulle polveri opache, perchè nelle traſparenti non ſi ſcorge, che un leggero vapore, e che ſe in alcune piccoliſſime non ſi giunge a veder nulla, come nelle polveri del Melagrano, degli ſparagi, o ſimili, ciò debba ripeterſi dalla troppa finezza, dalla traſparenza, e dal reſtare queſti globettini ſuori dell' acqua. 2°. Che pochi ſono i globuli, che agiſcono, ſe la polvere non è recente, e che quando è tale, non tutti agiſcono, perchè non ſono ugualmente maturi, e pronti all' azione. 3°. Che alcune ſpecie di polveri agiſcono con tanta forza da ſar sì, che un globicino riſpinga l' altro contiguo ad eſſo alla diſtanza di ſei, o ſette volte il ſuo diametro. 4°. Che in alcune polveri oſſervanſi ſempre alcuni globettini crepati, e mezzi aperti, benchè ſia difficile l' accorgerſene per eſſer l'apertura quaſi impercettibile. 5°. Che il ſeme, o ſieno i grani non contengono avanti la fecondazione la pianta in miniatura, come è ſtato creduto, ma che è la polvere del fiore, che rinchiude il primo germe, o bottone della nuova pianta, e che queſto germe per iſvilupparſi, e creſcere non ha biſogno, che d' un ſugo, quale è quello, che trova di già preparato entro l'ovaja. Queſto ſentimento è appoggiato (dic' Egli) all' oſſervazioni fatte da altri Naturaliſti, che non hanno potuto ſcuoprire nel grano, o ſeme della pianta veruna coſa, finchè gli ſtami non ſi ſono ſcaricati del pulviſcolo, trovandoſi ſempre vuoti col ſolo inviluppo eſterno prima di tal tempo, ed al contrario ſempre con un vero germe , o macchia verdaſtra, che nuota in un limpido liquore dopo eſſere accaduta la fecondazione, onde ne conclude dalla ſomiglianza , che trova tra queſta macchia verdaſtra, e i globuletti lanciati dal Pulviſcolo, eſſer veriſimiliſſimo, che ciaſcun globulo ſia un germe, e di più non impoſſibile, che un ſolo globettino di primo ordine baſti a fecondare tutti i grani contenuti nell' Ovaja. 6°. Che la vera ragione , per cui la pioggia ſi rende nociva alle piante in fiore, non deve rifonderſi dal portar via il Pulviſcolo , ma dal produrre l' eſploſione dei globettini ſugli ſtami, prima, che ſieno giunti al piſtillo. 7°. Che la ſoſtanza fecondante è lanciata nei condotti terminanti all' Ovario in virtù ſolo della forza dell' eſploſione dei detti globettini , e che queſti condotti ſi poſſono oſſervare nei piſtilli di varie piante, e ſpecialmente in quelli del Cedrato , i quali ſe ſi eſaminano in qualche porzione tagliata a traverſo , appariſcono rigati come il Cedrato ſteſſo diſtinguendoſi beniſſimo i condotti, che finiſcono alle Cellulette contenenti i grani. In quanto alle papille conviene , che non ſi trovano ſempre in ogni piſtillo, come pure i condotti, ma che in quella vece la Natura ſuppliſce con altre parti, e che la fecondazione in generale s' opera ſempre nello ſteſſo modo in tutte, citando l'autorità del *Loghano*, e l'eſempio del *Mayz*, o *Granturco*, che invece di condotti ha dei filamenti eſattamente corriſpondenti al numero dei grani, al quale oſſervò, che tagliando una parte di detti filamenti, la fecondazione ſi fa in corriſpondenza minore, e viene a mancare d'un numero uguale di grani, quanti ſono i fili tagliati. 8°. Che quantunque l' acqua produca ſempre l'effetto dell'eſploſione dei globettini, contuttociò il liquore eſpreſſo dall'Ovaja ſembra eſſere a tale effetto aſſai più efficace. Finalmente crede, che il modo, col quale s' effettua dall' acqua la mentovata eſploſione reſterà ſempre un ſegreto, e che molti liquori acidi ſono ſtati da Eſſo ſperimentati inabili a produrla. Dopo tutto ciò paſſa il noſtro Autore a proporre varie queſtioni in parte aliene dal noſtro ſoggetto, che indirizza a quegli, i quali pretendono, che i vermicelli ſpermatici ſieno veri animaletti, e non piccole macchine ſimili ai vaſi lattiferi del Calamajo, penſando, (dic' Egli) coſtoro di diſtruggere così l' Analogia, che le precedenti ſue ſcoperte ſtabiliſcono fra i due Regni animale, e Vegetabile. Invita dunque a riſpondere alle qui appreſſo queſtioni. 1°. Perchè ſe i vermicelli ſpermatici ſono animali ſimili a quegli, che abitano nell'acqua, vivon eglino in un elemento per la ſua viſcoſità così improprio, e che ha biſogno d'eſſer fino annacquato, perchè non manchi loro il moto? 2°. Si guadagna Egli qualche coſa col ſoſtenere, che tali animaletti contribuiſcono in qualche maniera alla generazione, poichè ſi può ſempre domandare, come ſi producono, quando che non ſi voglia eſtendere il loro numero all' infinito? 3°. Senza derogare in nulla alla Sapienza del Creatore non ſiamo noi autorizzàti ugualmente a poter dire, che il feto trae la ſua origine da un punto di materia ſenza vita, come da un animaletto? Perchè tali animaletti nei ſoggetti troppo giovini reſtano mai ſempre imperfetti? e per molti anni non compariſcono (ſecondo il *Leeurrenhoek*) che come punti, o globuli ſenza vita? 4°. Da una ſimile oſſervazione non potrebbeſi dedurre, che vi è in ciò qualche coſa d'analogo colla graduata formazione dei vaſi lattiferi del Calamajo, piuttoſto che concluderne eſſere un' animale, il principio della Generazione? Termina poi il ſuo diſcorſo con dire, che per provare la realità di queſti Vermicelli, il moto loro non baſta; e che è equivoco ſubito, che ſe n'oſſerva un ſimile nei ſoliti vaſi Lattiferi, che ſono pure macchine, nulla facendo la maggior durata di queſto moto per accreſcer forza alle prove in favore della loro eſiſtenza. Reſtano ora ſolo ad aggiugnerſi a queſt' Eſtratto, che è piuttoſto una Traduzione, che altro, le riſpoſte, che il ſuo Traduttore pone in piè di pagina, le quali ſono.

1°. I Vermicelli ſe compariſcono qualche volta inviluppati nei luoghi, ove il liquore reſta un poco più denſo, non ſiamo per queſto ſicuri, che ſia così nei ſerbatoj d' onde eſcono, e non ſono fatti per oſſervarſi al Microſcopio. 2°. Non ſi tratta qui del loro uſo, ma della loro realità, e per l' Ente Supremo tanto è creare dieci che un milione. 3°. Conſultando la potenza del Creatore tanto può ſtare l' una coſa, che l'altra. Ma ſe ſi tratta qui di ciò, che ha fatto, non di quel, che poteva fare; ſe gli Animaletti eſiſtono di fatto, e ſono il principio del feto, ſarebbe un derogare alla ſua ſapienza il dire, che la moltiplicazione delle ſpecie s' operaſſe per un altro mezzo, avendo ſcelto queſto, perchè il migliore. Dall' altra parte ſiamo noi ſicuri, che non ſarebbe un derogare a queſta ſteſſa ſapienza il dire, che Dio è obbligato a creare nuove Anime per tutti gli Animali, che naſcono? Conſeguenza che è forſe da ſuperarſi ſubito che non s'ammetta l'eſiſtenza degli Animaletti. 4°. Se gli Animaletti non danno ſegni di vita in un' età immatura, forſe deriva ciò, perchè non trovano un Elemento, che loro convenga, e reſtano in uno ſtato di Ninfa, finchè tale Elemento non acquiſta quella perfezione, che loro è neceſſaria. 5°. Ci è qualche differenza tra il moto degli Animaletti, e quello dei vaſi Lattiferi (*a*).

(*a*) Dopo le diviſate ſcoperte del *Needham* crediamo di non errare dicendo, che neſſun altro appariſce aver illuſtrato tal materia fino all' anno 1749. in cui abbiamo dell' Illuſtre *Giorgio Gmelin* di Tubinga un diſcorſo = *De novorum Vegetabilium poſt creationem diviſorum exortu*. = In queſto oltre la deſcrizione de' ſuoi Viaggi conferma il doppio ſeſſo delle Piante, moſtra l' analogia che paſſa tra le piante, ed i Polipi, atteſta l' eſiſtenza delle piante Ibride particolarmente tra i Delfini, ma non ammette però gli eſempli portati dal *Linneo*, perchè le ſpecie da lui credute ſpurie naſcono in paeſi, ove manca il ſuppoſto ſoſtituito Padre.

Sia poi con lode della ſempre benemerita delle Lettere Italia, il potere inoltrandoci all' anno 1750. nominare tra gli Scrittori di coſe noſtre anco una Donna. Queſta fu *Maria Schiera*, che pubblicò colle Stampe di *Milano* due Diſſertazioni Latine di Botanico argomento, trattando nella prima di eſſe della ſecondazione, e del doppio ſeſſo delle piante, che procurò di conſermare con i proprj ſuoi ſperimenti.

E nello ſteſſo anno *Enrico Ottone Boſſek* Tedeſco, deſcriſſe la diverſa figura di moltiſſime Antere, eſaminandone la natura, ed il ſito, e rilevando, che la ſecondazione nelle piante ſi opera in grazia dei vaſi eſalanti del piſtillo, che per il ringorgamento del ſugo vengono ad oſtruirſi.

Va però innanzi a queſti ſe non per ragion di tempo, almeno per dottrina incomparabilmente maggiore *Vitaliano Donati*, di cui abbiamo un ſaggio della *Storia Naturale Marina dell' Adriatico*, Opera egregia, che riguarda ſpecialmente i Zoofiti intereſſanti per l' unione, che compongono tra i due Regni Vegetabile, ed Animale; dove parla ancora dell' Alghe, e dei Fuchi, che ſon vere piante, e che da lui dividonſi in varj generi aſſegnando a ciaſcun di loro il carattere proprio, con indicarne quali ſieno i fiori maſchi, quali le femmine, ed oſſervando a propoſito della *Viſſoide*, che la ſaggia Natura, la quale ha modellato nelle piante terreſtri il principio ſecondante in polveri regolari, gli ha dato nelle Marine la forma d' un fluido mucilaginoſo, che ha qualche ſorta di traſparenza, e che rinchiude un' infinità di corpicciuoli di diverſa figura, ma ordinariamente quaſi rotondi, e giallaſtri, o d' un verde pallido, ed involti in un glutine come convenivaſi, dovendo agire nell' acqua. Così per tutto veggiamo appropriati i mezzi al ſuo fine.

Di *Giovanni Hill* celebre per la Cenſura fatta alle Tranſazioni della Società Reale di *Londra*, e per tant' altre Opere Botaniche da lui date alla luce, non daremo qui altro conto che quanto concerne al 1752. mentre ci occorrerà di ragionarne più ſotto. In queſto anno dunque uſcirono i ſuoi *Saggi di Storia Naturale* ripieni di Microſcopiche Oſſervazioni ſulle piante della *Erittogamia*, e ſulle marine, nei quali ſi contiene anco qualche eſame intorno ai globuli della farina dell'antere, e al modo, con cui ſuccede la fecondazione (*a*).

Carlo Alſton Profeſſore d'*Edimburgo* attaccato ai principj del *Tournefort*, che aſſai bene ſviluppò, ed eſteſe, diede ſuori nel ſeguente anno il ſuo *Tirocinio Botanico*, ed in eſſo paragonando i due ſiſtemi, e moſtrandoſi in molte coſe contrario a quello del *Linneo* per eſſer più intricato, e non naturale, paſſa a negare anco il ſeſſo nelle piante, paragona gli Embrioni dei fiori ai bottoni, ed ai Calici, e ſoſtiene aver lo ſpinacio ſemmina prodotto il frutto ſenza che vi foſſero maſchi in vicinanza.

Si hanno poſcia, venendo all'anno dopo, due ſcrittori, cioè *Carlo Gianella*, che trattò della Vegetazione, e fecondazione delle Piante nelle ſue *Muſe Fiſiche*, e *Tiberio Lambergen*, che nell'occaſione d'un Diſcorſo inaugurale da lui recitato, e ſtampato a *Groninga*, ſtabilì eſſer rariſſime le Piante nate per l'adulterio di polveri di diverſo genere. Nè, perchè ſovente andiamo ricordando Opere poco note, ſarà chi ci riprenda, che oltre d'eſſere noi tenuti a ciò fare per integrità di queſti Commentarj, giova alle volte anco la nuda cognizione dell'idee corſe per mente (*b*).

Frattanto non va laſciato di dire, che appartiene all'anno 1756. il *Regno Vegetabile* ec. di *Xaverio Manetti* Illuſtre Prefetto dell'Orto Fiorentino per eſſere Opera utiliſſima, che facilita la cognizione del ſiſtema *Linneiano* in tutte le ſue parti, e che ampiamente tratta del doppio ſeſſo, e delle Piante Ibride, le quali ammette aſſerendo in oltre, che

---

(*a*) Contemporaneamente però, e forſe anco prima comparſa era un'Opera di *Jacopo Parſons* Medico Ingleſe col titolo di *Filoſofiche Oſſervazioni ſull'Analogia fra la propagazione degli Animali, e dei Vegetabili*, nella quale aſſomigliando i Polipi alle piante, benchè contrario al ſiſtema dello ſviluppo, pretende, che il nuovo germe prodotto rimanga naſcoſto da principio nel germe della nuova pianta, coſicchè la generazione non ſia altro, che una vera ſucceſſione, e quantunque non ammetta, che la pianta novella derivi dal pulviſcolo maſculino, ma, che ſia celata nel ſeme, vuole però, che eſſo ſerva a fecondarla. Chiama poi germi ſubordinati quegli che ſono nell'ali delle foglie, e nei Polipi. *Jacopo Schilling* nel ſuo Saggio di Fitologia, *Duisburgo* 1752. conferma eſaminando la fabbrica delle Piante, e la natura del ſucchio che crede eſſer la terra più ſottile ſciolta dall'acqua, anco il doppio ſeſſo ec.

(*b*) Nel Tomo II. delle Memorie *des Savans Etrang.* del 1755. Il Cav. *Gio. de Riville* deſcrive anch'eſſo la Caprificazione, che ſi pratica dai Malteſi, dimoſtrando, che la maturità dei frutti viene prodotta ſolo dalle bucature della Moſca. (*Cynips Pſenes Lin*).

quantunque accada, che alcuni frutti maturino ſenza l'azione del pulviſcolo, eſſer poi certo, che queſti non ſono altro, che meri ricettacoli (*a*).

Sul merito del qual libro ci eſtenderemmo di vantaggio, ſe la brevità propoſtaci non ci richiamaſſe al 1758 (*b*), per eſporre ciò, che ſi contiene di relativo al ſoggetto noſtro nella Fiſica degli Alberi di *Lodovico Du Hamel Du Monceau*, produzione tanto ſingolare, e nota agli amatori di queſti Studj, che non ha d'uopo eſſer lodata da noi. Tralaſciando dunque le altre infinite coſe, che magiſtralmente tratta, e riſchiara intorno ai metodi dei Botanici, ed alla non bene definita differenza, che paſſa dalla ſpecie alla varietà, e tutto ciò ancora, che da ſommo Fiſico ſciente di coſe agrarie c' inſegna intorno all' Anatomìa degli Alberi con unir per tutto all'altrui le proprie ſue Oſſervazioni, venendo al libro terzo, ove prende a parlare degli Organi della Fruttificazione comincia il ſuo eſame dai bottoni, d'onde ſpuntano i fiori, nei quali giunge a ſcorgere non ſolamente i fiori in compleſſo, ma le particelle tutte, che li compongono, cioè i petali, gli ſtami, ed i piſtilli, nella cui baſe arriva a vedere anco i granelli, o ſemi, e ſtabiliſce, che i ſemi appariſcono prima degli ſtami. S'avanza quindi a rintracciare gli uſi delle parti componenti i fiori, e le mutazioni a cui ſono ſoggetti dal momento, che diſtinguer ſi poſſono nei bottoni fino alla loro caduta, dopo la quale non rimane, che l'Embrione, o il frutto novello. E qui ci ſorprende col darci la più fina Anatomia di due Frutte, uno dei quali è la Pera, l'altro la Mandorla. Conclude poſcia, che gli ſtami, ed i piſtilli ſono ſpecialmente neceſſarj alla formazione dei ſemi, ammettendo l'eſiſtenza dei due Seſſi, e la neceſſità, che ambedue vi concorrano. Ma prima di decidere alcuna coſa ſull' ufizio, che preſtano tali organi, paſſa a preſentarci il proſpetto delle ſcoperte fatte intorno a

---

(*a*) *Frid. Haſſelquiot*. Nell'Opera poſtuma riguardante i viaggi da lui fatti in Smirne, e nell' Egitto ec. comparſa nel 1757. deſcrive la fecondazione delle Palme col ſolito mezzo del pulviſcolo maſculino ec.

(*b*) *Pietro Loesling*. Viaggi fatti in Spagna, e nell' America *Stokolm* 1758. dice, che nella Baniſteria ſpecie di Elematitide il pulviſcolo non può fecondare il frutto ſe non penetra pel ricettacolo.

tal materia, in che facendo ci vince d'aſſai per la diſcuſſione, che intraprende con molta dottrina, e criterio dell'opinioni inſorte riſpetto alla fecondazione sì degli animali, che dei Vegetabili, ſeguendo paſſo paſſo l'analogia, che per tutto accompagna queſto inacceſſibil miſtero. Siccome poi, ammeſſa, che ſia una volta la differenza dei Seſſi, è perſuaſo doverne naſcer naturalmente alcune meſcolanze producitrici di nuove ſpecie, o varietà nelle piante dello ſteſſo genere, non laſcia perciò d'additarcene le cauſe, e di ſuggerircene il metodo per facilmente ottenerle. Avverte in oltre, che confondere non ſi devono con queſte varietà certi moſtri, che ſono piuttoſto difformità delle parti dependenti da cattiva diſpoſizione, le quali anco talora perpetuar ſi poſſono nelle piante. In fine ſi poſſono aggiungere a tali oſſervazioni l'eſperienza della fecondazione ſul Terebinto Femmina eſiſtente nel Giardino di Monſieur *de la Serre* ottenuta, com' è noto, coll'approſſimazione d'un Piſtacchio maſchio; e le ricerche ſul pulviſcolo dell' Equiſeto, della Lingua Cervina, e d'altre piante, delle quali non bene ſi conoſcevano gli organi della generazione.

Fu poi in queſto ſuddetto anno, che ſeguitò ad illuſtrare *Gio. Hill* la generazione dei Vegetabili dandoci l' Anatomia della pianta chiamata *Amarillide*, e dall' eſaminarne la ſtruttura ſpecialmente delle radici, rilevò, che le fibre di eſſe continuano fino all'eſtremità dell' antere, che quelle della corteccia vanno a terminare nei petali, e quelle dell' alburno nel ricettacolo del frutto: oſſerva di più, che la tuba, o piſtillo viene formato dalla midolla, e che in ciaſcuno dei globicini del pulviſcolo vi abita un vermicello, che dichiara eſſere il vero germe della pianta, e che ci aſſicura penetrare nell'interne parti dell'Embrione, e della ſiliqua, innanzi a ciò vuota, e compoſta dei ſoli inviluppi, per mezzo d'alcuni imbutini, i quali ſi ſcorgono chiaramente aperti intorno al detto piſtillo.

Ci occorre ora di nuovo interrompere l' iſtoria dell'altrui utili ricerche per preſentare le opinioni di *Giorgio Federigo Moeller* Svedeſe contrarie al già dimoſtrato ſeſſo delle piante, che inſerite ſi vedono nei Tomj 2do. 3zo., e 7mo. del *Magazzino d' Amburgo* intorno a queſto tempo. In eſſi adunque trattando del pulviſcolo dell' antere non ha difficoltà d' affermare, che con tutta l' amputazione degli ſtami, alcune piante hanno prodotto frutti maturi, ed oltre al non accordargli la forza di fecondare, ſi dichiara contro il ſiſtema dello ſviluppamento, e porta l' eſempio del Colchico, il cui frutto pretende, che ſia naſcoſto ſotto terra, quando la pianta trovaſi in fiore nell' Autunno. Dubita, ſe tra le Palme vi ſia differenza dal Maſchio alla Femmina, e riguardando il pulviſcolo, come un eſcremento, ci atteſta d' aver il noce perfezionati i ſemi ſenza il miniſtero della polvere maſculina. Nega anco l' eſiſtenza delle Piante Ibride, o almeno vuole, che ſieno aſſai rare, e così termina di darci ben ſicure riprove di quanto abbia cercato allontanarſi da quelle idee, che ſono oramai le più ricevute (*a*).

Giuſeppe Gottlieb Kſelrueter due anni dopo, cioè nel 1761. occupato eſſendoſi particolarmente nello ſperimentare gli effetti del pulviſcolo da eſſo in varj, e replicati modi ſparſo ſull' organo femminino di molte piante, oltre ad aver ſempre più dimoſtrata poſſibile l' artificiale fecondazione, venne a metter in chiaro, che tra le Piante Ibride, o nate da due ſorti di pulviſcolo alieno, la ſomiglianza della ſpecie, o piuttoſto della varietà ſta in ragione della maggior copia del detto pulviſcolo, di maniera che proſeguendo a rinnovarne l' adulterio, s' oſſerva, che queſte variano aſpetto, e ſeguitano le ſembianze ſecondo la provenienza, accordando però una qualche maggior prerogativa alla Madre. Quindi dopo aver eſaminata anco l' elaſticità, che hanno alcuni ſtami, e la natura oleoſa della farina fecondante, come pure del liquore, che inveſte lo ſtimma, c' informa, che ſe venga queſto traſportato ſul piſtillo d' un' altra ſpecie, non deriva alcuna coſa per non eſſer un ſugo prolifico, ma ſoltanto oleoſo, e deſtinato a ſervir di veicolo al vero ſperma maſculino delle piante.

Ed eccoci in tanto pervenuti a dover riferire il ſenti-

(*a*) *Jacopo Reinhard* in alcuni ſuoi Trattati d' Economia Rurale Stampati a *Durlac* nel 1750. loda molto il *Mayz*, e col mezzo d' un ſuo Sperimento moſtra, che ſparge in diſtanza per ogni parte il pulviſcolo.

mento d'un Botanico del primo ordine, cioè di *Michele Adanſon*, a cui la naturale Filoſofia è debitrice di molto non ſolo per la *Storia del Senegal*, ma più anco per le *Famiglie delle Piante* da lui pubblicate nell'anno 1763. In queſta Opera eccellente, che contiene una Prefazione ſtorica ſullo ſtato antico, e attuale della Botanica, ed una teoría di detta Scienza, fra le tante coſe di vario genere, delle quali tratta, eſamina anco la ſecondazione delle Piante, e la ripete dal pulviſcolo caduto ſullo ſtimma in tutte quelle, che avendo ſtami e piſtilli ſi riproducono per mezzo della ſemenza. Le prove, che egli riporta ſono le già conoſciute, che ſi deducono dall' amputazione degli ſtami, o dello ſtimma; dalla meſcolanza delle polveri d'altra ſpecie; dalle pioggie diſſolventi il pulviſcolo, o il glutinoſo umor dello ſtimma; dal freddo, che impediſce all'antere l'aprirſi; dall' inalzarſi le piante acquatiche, allorchè ſono in fiore, ſopra la ſuperficie dell'acque, come ſi oſſerva nel Nenufar, nel Nelumbo, nella Valliſneria, nel Potamogeton, e ſimili, quantunque molte non lo facciano, tra le quali nomina la Zannichellia, il Cheratofillon, la Chara ec., forſe perchè in eſſe il liquor dello ſtimma, e la polvere dei loro ſtami è tale da non eſſere alterata dall'acqua; o è d' una natura analoga al vapore dei corpi Elettrici; dalla Caprificazione, che più ampiamente di chiunque deſcrive, e ſpiega ſecondo la pratica dell' Iſole dell' Arcipelago, dell'Italia, e di Malta, apportandone con preciſione i fatti, dai quali conclude eſſer un' effetto della neceſſità, che hanno quelle piccole Moſche (*a*), perchè dal ſecondarne i grani ſi producano Mandorle mature, e proprie a nutrire i loro piccoli vermi deſtinati a perpetuarne la razza. Volendo poi indicarci in qual maniera s' operi la ſecondazione in generale nelle piante, ove ha luogo, quantunque convenga, che alcune di eſſe, ed in iſpecie le Liliacee ſieno perforate da un capo all'altro, cioè dallo ſtimma fino all' Ovaja, contuttociò è d'opinione, che in molte più i piſtilli ſieno affatto chiuſi, e pieni, onde crede, che ſi avrebbe ſufficiente ragione di provare, che non di-

---

(*a*) *Cynips Pſeneſ.* del Linneo. *Ficarium inſectum* del *Pontedera*.

pende dalla polvere degli ſtami, ſe le oſſervazioni microſcopiche non aveſſero dimoſtrato trovarſi nei grani non fecondati l' Embrione già preformato in quella maniera, che ſecondo gli ſperimenti del *Malpighi*, e dell' *Haller* preeſiſtono i feti ranini, e il Pulcino nell' Uova. In conſeguenza di tali principj pare indotto a penſare, che tanto nei Vegetabili, quanto negli Animali eſſa s' operi per mezzo d' un vapore o ſpirito volatile, al quale ſerva ſemplicemente di veicolo la materia prolifica. Ed a queſto ſpirito poi, che ſi eſala dalla materia oleoſa contenuta nei globicini della polvere, allorchè viene umettata dal liquor dello ſtimma, attribuiſce una ſottigliezza pronta, e animata, non diverſa da quella propria del vapore, che inveſte i Corpi Elettrici in modo, che facilmente potendo inſinuarſi per le trachee poſte alla ſuperficie dello ſtimma, da quelle oltrepaſſi fino all' ovaja, ed ai grani, e così imprima in eſſi quel primo moto, che chiamaſi Vita vegetabile. Spiegato ciò paſſa ad accennare i varj mezzi, dei quali ſi ſerve la natura per procurare la fecondazione nelle piante relativi al luogo, al tempo, alla ſituazione, e proporzione delle parti, le quali coſe appreſſo a poco abbiamo già veduto eſſere ſtate rilevate ancora da altri, e maſſime dal *Linneo*.

In queſt' anno *Giuſeppe Quéér* diede fuori la *Storïa delle Piante*, che naſcono nella Spagna frutto dei ſuoi viaggi. Oltre ad opporſi in molte coſe al *Linneo*, pretende, che la differenza del ſeſſo nelle piante ſia incerta, e che le Palme maturino ſenza biſogno di fecondazione; al contrario di ciò, che pubblicato trovaſi quaſi nello ſteſſo tempo da *Antonio Cap. de Vila* Erudito Profeſſore Spagnuolo anch' eſſo in una ſua Deſcrizione della Cultura della Palma Dattilifera, nella quale ci aſſicura, che ſe non è fecondata dal pulviſcolo non matura i frutti, che ſuol produrre intorno al decimo anno (*a*).

(*a*) Dalla ſomiglianza che paſſa tra il regno Vegetabile, ed il regno Animale Venez. 1763. Del Conte *Federigo de Altban* de Servarolo. L' Autore tien dietro all' analogia, che accompagna la vita, la morte, il ſonno, la Venere nei Vegetabili, come negli animali.

Filippo Federigo Von Gleichen di Norimberga nel 1764. (*a*) trattando della fabbrica delle piante, e della ſtruttura delle parti, che il fiore compongono, da lui eſaminate col Microſcopio, intraprende a parlare anco della polvere degli ſtami, alla quale accorda la proprietà di fecondare, e conviene, che dai globettini di eſſa ne vengano lanciati altri più piccoli, che reputa eſſer veri germi, e vuole, che s' introducano per l' inviſibili aperture della tuba eccitati dal proprio moto, e da una forza attraente dei ſemi, nei quali pervenuti eſſendo, comincino dopo a ſvilupparſi, e creſcere. Ma ſe così foſſe, la Madre influirebbe ſulle parti eſterne, il Padre ſull' interne del Vegetabile, e dell' Animale.

Quantunque poi appariſca aver *Martino Frobenio Lederelluller* anco prima del 1765. fatto un ottimo uſo del Microſcopio nella ricerca di varie coſe relative ai due Regni Vegetabile, ed Animale; fu però in queſt' anno, che particolarmente ſi dichiarò contro la Generazione equivoca nelle Piante, e dopo aver riconoſciuta nei bottoni, o gemme la perfetta eſiſtenza dei fiori ornati di ſtami, e di piſtilli parlò anco per proprio eſame dell' eſploſione dei globettini del pulviſcolo fecondante (*b*).

Daremo adeſſo preciſo conto della memoria di *Gottlieb Gleditſch* Profeſſore di Botanica a Berlino inſerita negli Atti di quell' Accademia del 1767. (*c*) ſulla fecondazione da lui ottenuta nella Palma, che il *Linneo* chiama Chamærops. Dopo una breve digreſſione ſulle diverſe ſpecie delle Palme, e ſulla nota pratica, che ſi uſa in tutte le regioni calde Orientali, e Meridionali per avere i Datteri maturi dalla Palma comune affermando poterſi la fecondazione conſeguire

---

(*a*) In queſt' anno *Gio: Battiſta del Covolo* pubblicò in Firenze un Diſcorſo ſull' irritabilità d' alcuni fiori nuovamente ſcoperta che da Eſſo dimoſtraſi riſedere nei ſoli ſtami.

(*b*) Abbiamo di *Federigo Deluis* Profeſſore di *Erlang* intorno a queſto tempo un' oſſervaz. fatta ſul Formentone, o Granturco, in cui trovò dei fiori femminini in una ſpiga a fiori maſchi, ed altre relative alla fecondazione artificiale ottenuta col pulviſcolo ſul nocciolo.

(*c*) *Lorenzo Dutens* Celebre Scrittore d' un Libro intitolato = *Ricerche ſull' origine delle ſcoperte attribuite ai Moderni Par. 1766.* = Vorrebbe ſulle ſolite ragioni d' aver gli antichi, e *Ariſtotile* uſata la voce *Seſſo* riſpetto alle Palme, e diſtinti gli Alberi maſchi dalle femmine accordar loro anco la ſcoperta del ſiſtema ſeſſuale, ma ognun ſa, qual ſignificato Eſſi annetteſſero ad un ſimil vocabolo.

anco per opera degl' inſetti, e dell' aria, e del vento, che ne apportino il pulviſcolo, paſſa il dotto Autore ad avvertirci, che la Chamerops è pianta femmina Ermafrodita, ma che ha gli organi maſculini inſufficienti, onde per fecondare ha ſempre biſogno dell' altro individuo a fiori maſchi, ed in fatti quella, ſulla quale intrapreſe le ſue ſperienze, ci racconta, ch' era ſtata infeconda fino dai tempi del Re *Federigo I.* Quantunque i frutti anco maturi della Chamerops in qualunque luogo ſieno prodotti, non abbiano un guſto mielato per poterſene nutrire, poſſono con tutto ciò eſſere impiegati come la terra del Giappone detta *Catechu* contro la Diſſenteria, ed i mali di ſtomaco ecc. L' odore di eſſi ſi aſſomiglia a quello del burro vecchio, ed hanno un guſto aſpro, e amaro, che può paragonarſi al frutto non maturo della *Siliqua dulcis*. Da queſta dunque Egli n' ebbe per tre volte una completa fecondazione con averne ottenuti i ſemi, che nacquero, e produſſero piccole Palme. E' da notarſi, che il pulviſcolo maſculino gli fu mandato avvolto in carta la prima volta da venti miglia lontano, ed altre volte da *Carslruhe*, ottanta miglia diſtante, e riflette a queſto propoſito, che gli Orientali vanno a cercare ſpeſſo nel fondo dei Deſerti i fiori maſchj delle Palme ſalvatiche per farne dei mazzetti, che pongono nella ſpata accanto ai fiori femmine delle loro Palme, avendo notizie ſicure, che impiegano quindeci giorni, e tre ſettimane per viaggio, prima di potergli deſtinare a tal uſo. Queſte ſue ſperienze ſulla Camerops furono intrapreſe dopo aver fecondato il Lentiſco, ed il Terebinto, dal quale ottenne ſemi maturi, e fecondi. L' abile Naturaliſta *Koehlreuter*, già da noi mentovato ſu quello, che mandò al *Glediſſch* il pulviſcolo della Chamerops maſchia, avendone unito al nuovo anco del vecchio d' un' anno. Ecco frattanto il metodo da eſſo tenuto ne' ſuoi ſperimenti. Da undici mazzetti di fiori preparati, che tramandavano un odor penetrante, gratiſſimo, riſtaurante, e vinoſo, che profumava tutta la ſtufa, e dei quali le Antere erano vuote della materia ricercata per la fecondazione, e non traſpiranti odore, e le parti femminine aperte, ed aſperſe della loro ordinaria umidità oleoſa, ſcelti tre mazzetti fecondò il primo, che era il più piccolo colla polvere d' un anno ricuoprendone i fiori, ma ſenz' effetto, quantunque però non riguardi per vano interamente queſto tentativo. Gli altri due furono fecondati colla polvere freſca, ed in ſeguito oſſervò, che i petali dei detti fiori inſieme coll' Antere erano caduti, e che i piccoli Ovarj s' erano ammolliti, ed avevano preſo un poco d' aumento, variato eſſendo il loro colore, e divenuti più brillanti. Per applicare il Pulviſcolo ſi ſervì d' un pennellino toccando leggermente i fiori: tutti i non toccati non crebbero più d' un piſello: al contrario il mazzetto fecondato produſſe ſulla fine del ſettimo meſe dei Datteri maturi, e perfetti colla differenza, che quelli dei primi fiori vennero più groſſi. La figura dei Datteri perfetti s' aſſomiglia a quella dell' olive: il colore è d' un bruno di noce, e nei più belli il colore di marrone: la ſcorza eſterna è mencia brillante, quella del mezzo denſa, e filamentoſa: ſotto ſi trova l' inviluppo carnoſo, e molle del nocciolo, che ha il colore del fiore di Macis: l' odore è ingrato di burro vecchio. Le conſeguenze, che trae da ſuoi ſperimenti ſi laſciano, dovendoſi vedere originalmente. L' appaſſire, e cadere dei fiori fecondati deve ſuccedere dopo ſette ore, e queſta è una prova della riuſcita fecondazione, cioè, che ſuſſiſte il frutto novello, e continua a creſcere. I Globettini del Pulviſcolo conſiſtono in veſcichette di varie figure formate d' una doppia pellicola ſcaglioſa in forma di rete, dov' è rinchiuſa una vera midolla cellulare, friabile. Queſta midolla è una propagazione delle più ſottili della midolla, che è ſparſa in tutta la pianta, cominciando dalle fibre più inviſibili delle radici, d' onde ella s' avanza per il corpo della pianta giungendo ſino ai fiori, ed alle loro Antere, ed entra finalmente nelle veſcichette del pulviſcolo, ivi rinchiudendo un' umidità ſeparata dalle ſue cellule, e preparata per l' effetto della ſecondazione. Queſt' umidità, che avanti d' uſcire dalle veſcichette della polvere non è anco fluida, eſce a diverſe ripreſe ſenza la minima violenza attraverſo i piccoli pori, e ciò viene procurato da una dolce e alternativa contrazione di queſte parti viventi, e ſovranamente irritabili. Può eſſerſi convinti di ciò (dic' Egli) dall' oſſervare, che l' umido dell' acqua agiſce ſu i globuli della polvere in maniera da far uſcire rapidamente la loro materia ancora cruda. Al contrario quando queſta materia è perfetta, ed in grado d'uſcire naturalmente, non eſce che a poco a poco ſenza che le veſcichette crepino per queſt' effetto, e ſi diſtende ſopra l'acqua come un'Olio delicatiſſimo. Queſta materia oleoſa ſi manifeſta diſtintamente, quando ſi prende per modo d'eſempio la polvere dei fiori freſchi di Pino, e che ſi laſcia per lungo tempo in un mortajo di vetro inſieme con una porzione di Mercurio, ovvero ſe ſi vada tritando ſpeſſo unitamente, finchè il detto Mercurio ſi ſia diſtribuito in modo, che non ſi conoſca più ſe non dal peſo. La maſſa intera cangia allora colore, ſta inſieme, e rappreſenta una ſoſtanza ſimile alla Cera, e che ſi può maneggiare, e diſtendere colle dita. Avvolgendola in fogli fini Ella gli penetra del ſuo olio in maniera, che ſembrano imbevuti d'olio di Papavero, onde s'induce a credere, che queſto ſaggio potrebbe condurre a coſe più intereſſanti meſcolandola con calci metalliche, e colle limature dei metalli ſteſſi. In appreſſo paſſa ad eſaminare la poſizione, che prende il piſtillo per renderſi atto a ricevere il pulviſcolo, la ſtruttura di eſſo fiſtuloſa, e l'umidità analoga a quella del detto Pulviſcolo, ſimile a ciò, che accade negli Animali, e porta per riprova d' aver oſſervato, che la fecondazione non ſi dà, ſe prima non ſi è aperto lo ſtimma. Pretende in oltre, che queſti due Liquidi meſcolati inſieme, e confuſi ne producano un terzo, che partecipa dei due primi. Queſto per via di ſuzione portato nell' Ovario, entra nei guſci della ſemenza appena formati, e non iſviluppati, ove in poco tempo vi cagiona per la forza, che gli è propria, un cangiamento tale, che eſtende incredibilmente il punto midolloſo, che vi ſi trova, gli dà il primo alimento, e produce lo ſviluppo ulteriore del germe della pianta novellamente formato. Per mezzo poi d'un moto interno, che ſuppone, e dell'evaporazione, e della filtrazione cerca ſpiegare, in che maniera la maſſa fecondata entri in un legame più ſtretto, e così s'avvicinino le parti l' une all' altre, ſecondo un'ordine determinato in virtù della loro particolar natura.

Meritevole di ricordo s' offre nell' anno ſeguente (a) un Libro del Marcheſe di *S. Simon* intorno all' Anatomia, riproduzione, e cultura dei Giacinti, nel quale dopo aver ben rilevata ſpecialmente la fabbrica dei bulbi, e ſcorte le parti tutte del fiore ivi rinchiuſe, ci rappreſenta la tuba, o piſtillo dei medeſimi coſtrutto a guiſa di ſavo, i cui fori, o pertugi diſchiudonſi con apparente apertura per il ricevimento dell' Aura ſeminale, e vuole, che i globettini del pulviſcolo contengano un umore viſcido fecondatore, che ſi trova eſiſtere anco nell' Ovaja, e negli ſteſſi ſemi derivante dalla terra nel bulbo, e che s' inſinua poi fino all' Antere. Ripete tutte le varietà dei colori dagl' Inſetti, che traſportano le diverſe polveri, e fa conſiſtere la ſede della vita di tali piante nella baſe dei filamenti, che dal fiore vanno all' Antere.

(a) In queſt'anno *Natale Giuſeppe de Necker* Botanico dell' Elettor Palatino diede alla luce l'Opera detta = *Deliciæ Gallo-Belgicæ Sylveſtres* = Secondo i principj

Ma procedendo ora all' anno 1774. fa d' uopo quivi collocare tra gl' Illuſtratori più riguardevoli di tal materia *Carlo Bonnet*, i cui penſamenti riferiti in una celebre Memoria, che ſi trova nel Giornale di Fiſica dell' Abate *Rozier*, preſſo a poco ſon queſti.

Comincia l' Illuſtre Contemplatore della Natura prima di paſſare a comunicarci le ſue ingegnoſe idee ſulla fecondazione delle Piante, dal darci in breve l' iſtoria dell' intereſſante ſcoperta del ſeſſo nelle medeſime, e dal additarci i primi Autori di eſſa. Il *Grew*, il *Ray*, il *Morlant*, il *Camerario*, ed il *Geoffroy* ſono quei primi Naturaliſti, ai quali ne attribuiſce la gloria, non ſapendo dire, perchè ſi ſia dimenticato il tanto benemerito noſtro *Malpighi*, che accanto al primo Ingleſe giuſto era di veder rammentato. La polvere degli ſtami riguardata fin allora da tutti, e dal *Tournefort* iſteſſo come un eſcremento della pianta, fu dall' Accademico Franceſe, che più attentamente degli altri ſeppe conſiderarla, innalzata a più nobile uſo, ed importante. Ei ne ſpiegò la vera natura moſtrando eſſere un' ammaſſo di corpicciuoli di diverſa figura nelle diverſe ſpecie, ma coſtante, ed

---

del *Linneo*; nella quale conferma il doppio ſeſſo, e parimente, circa lo ſteſſo tempo, o poco dopo comparve *l' Anno campeſtre di Gio. Paolo Romè* d' Ardenne Franceſe, Prete dell' Oratorio, Autore di varj trattati d' Agricoltura, ove parlando delle varietà, che ripete dalla meſcolanza del pulviſcolo, annovera le Lattughe per iſpecialmente ſoggette a variare.

uniforme in ciaſcuna di eſſe, coſicchè alcune apparivano eſſere in forma sferica, altre ellittiche, o cilindriche, o priſmatiche ecc.

Il *Geoffroy* ammettendo, che queſta polvere è la materia fecondante, ſi credè vedere, che lo ſtimma o teſta del piſtillo era traforata da una moltitudine di fori proporzionati ai globettini di detta polvere, onde per via di piccoli canali, o tubi paralleli all'aſſe del piſtillo ſpiegò, come penetrar poteſſero fino agli Embrioni. Molti anni dopo il dotto *Needham* eſaminando anch' eſſo queſto ſoggetto ſcoperſe, che la polvere degli ſtami era d' una compoſizione aſſai più fina, e con oſſervazioni ben fatte provò, che ogni granellino di queſta polvere era egli pure una piccoliſſima caſſettina contenente un vapore, o liquore prodigioſamente ſottile, entro il quale ondeggiano infiniti altri granellini d' un' eſtrema piccolezza, quali riguarda come i veri agenti della fecondazione non convenendo però il noſtro Autore ſulla maniera, colla quale crede Egli, che ſi produca, dimoſtrata falſa nelle ſue conſiderazioni ſu i corpi organizzati. In oltre con eſperienze dirette, e ripetute anco da altri provò, che ogni granello è organizzato in modo, che, ſe s' inumidiſca coll' acqua, s' apre per via di moto quaſi ſpontaneo, e lancia i granellini contenuti in una ſpecie di vapore, o d' aura fecondante. Portata quindi la ſua attenzione all' interno del piſtillo oſſervò, che i piccoli tubi, o condotti diminuiſcono di diametro a miſura, che s' accoſtano all' Ovario a guiſa appunto d' un' imbuto, la cui bocca più larga corriſponde alla teſta del piſtillo, e la più ſtretta all' Ovaje. Notò poi anco, che queſti tubi ſono internamente aſperſi d' un umore glutinoſo più, o meno abbondante, deſtinato a procurare la rottura dei granelli, e l' eſploſione dei più piccoli in eſſi contenuti. Dopo queſto breve ragguaglio Iſtorico paſſa il Filoſofo di Ginevra a ſviluppare le ſue belliſſime idee, e ne prende il motivo dalla ragionevole congettura del *Duhamel*; Che ogni Grano contenente poſſa eſſer originalmente attaccato per un cortiſſimo peduncolo all' interno degli Apici. Tal congettura ſembrava a lui più che probabile per eſſer queſti piccoli Corpi organizzati, quali dovendo creſcere, devono nutrirſi, ed in conſeguenza eſſere per qualche vaſo attaccati alla parte deſtinata a tal effetto. Con queſto principio andando più lungi ne inferiſce neceſſariamente, che anco i granellini contenuti ſieno per un gambetto proporzionato alla loro piccolezza in egual modo impiantati nei grani contenenti, e così procedendo ad altre diviſioni d'un ordine ſempre decreſcente, pare inclinato a ſupporre, che la ſerie di queſte poſſa eſtenderſi molto più là del terz' ordine con contenere ciaſcuna di eſſe anco un vapore d'una ſottigliezza adattata alla loro piccolezza, e funzioni. Crede poi, che non gli ſarà domandato, perch' Ei precipiti così l'immaginazione nell' Abiſſo dell' iſinito da quei che avendo letta la ſua Memoria ſu i germi, dall' Ipoteſi dell' *Emboitement* avranno inteſi i fondamenti di tal ſua congettura ſulla polvere degli ſtami. Ed avendo provato altrove, che il liquor fecondante è un fluido, che al tempo ſteſſo ſtimola, e nutriſce, ne ſegue, che varie eſſendo le proporzioni delle parti, che deve ſviluppare, e nutrire, alcune delle quali ſono d'un' eſtrema delicatezza, neceſſario ſi rende anco, che le molecole fecondanti ſieno d'un diverſo calibro. Io concepiſco, (dic' Egli,) che nella polvere degli ſtami vi ſieno dunque differenti ordini di fluidi ſtimolanti, e nutritivi rinchiuſi in diverſi globetti incaſſati gli uni negli altri, e congetturo, che alcuni forſe di queſti fluidi abbiano unicamente per fine lo ſviluppo dei più piccoli bottoni, o gemme degli Alberi, poichè eſſe appariſcono ſvilupparſi ſenza fecondazione apparente, e ſpunterebbero dall' albero ancora, che coſtantemente ſi procuraſſe di reciderne tutti i fiori. Ora prego di rappreſentarſi, ſe poſſibile è, la ſtupenda piccolezza, che aver devono nell' Embrione, o germe i bottoni, che un Olmo ſarà per gettare giunto all' età di cento, o dugento anni; ed allora non recherà più ſorpreſa l' ecceſſiva degradazione da me ſuppoſta nei liquori, che contengono i diverſi granelli della polvere degli ſtami, ma anco ſenza penetrare nella ſerie dei germi, quante ſono le parti infinitamente piccole in un tutto organizzato chiamate a ſvilupparſi le prime nel momento della fecondazione! Qual mai prodigioſa ſottigliezza particelle sì fatte ſuppongono nel fluido deſtinato a procurarne lo ſvolgimento! E qual mai finalmente non deve eſſere per eſempio la piccolezza degli organi deſtinati a ſeparare, e perfezionare nel fiore il principio ſecondante! Sembra poi convenire ſul ſondamento degli altrui riſultati, che il fluido rinchiuſo nella polvere degli ſtami ſia di natura oleoſa, infiammabile, e tale, che non s'uniſce coll'acqua, nè ſi ſcioglie nello ſpirito di Vino, riportando a queſto propoſito le ſperienze di *Gleditſcb* relative all'aver meſcolate queſte polveri a varie Calci metalliche, ed a diverſi metalli ridotti in finiſſima limatura, e concludendo averſene una riprova indubitata di tal qualità inſiammabile dalla cera bruta, che ſappiamo bene non eſſer altro, che la polvere degli ſtami raccolta, e preparata dall' Api. Da queſt' indole ſulſurea delle polveri deduce anco l' attività grande, e l'energía, che è propria di loro, e penſa che dall' unirſi il ſuoco negli organi della generazione della pianta ad altri Elementi, e maſſime all'aria, ne riſulti quindi una maggior efficacia. Partendoſi poi dall'oſſervazioni del *Newton*, dell' *Hales*, e del *Baumé* paſſa a dimoſtrarci, come i Vegetabili combinino gli Elementi a forza dell' iſolargli per mezzo dei vaſi innumerabili, che ſi dividono, e ſuddividono, e che avvolgendoſi in diverſa maniera, ora accelerando, or ritardando il corſo degli umori vengono a ſeparare da un fondo molto eterogeneo i diverſi compoſti, che negli organi della generazione abbiamo tutto il luogo di credere, che ſieno della maſſima importanza, perchè lì è dove ſcopriamo una ſtruttura più ricercata, e filtri aſſai più fini, e più delicati. Frattanto dopo aver riguardati i diverſi granelli, o globettini della polvere degli ſtami, come tanti piccoliſſimi organi deſtinati a ſeparare, e laborare, e ſpargere il fluido prezioſo, a cui l'immortalità della ſpecie è ſtata attaccata, s' inoltra a conſiderare eſiſtenti nell'Embrione le parti tutte del germe, che ſi figura concentrate, e piegate ſopra ſe ſteſſe con molto artifizio, e giudicando di ciò dall' ammirabile ſtruttura, che ha oſſervata nei bottoni a fiori, dietro la ſcorta dell'*Haller*, e delle ſue ſteſſe prove accennate nel Libro *della contemplazione della Natura*, ſi perſuade, che la fecondazione non ſia, che il principio d'uno ſviluppo, il quale raddrizzando le forme ce le rende ſenſibili, talmente che crede, ch'Ella non formi nulla, ma che ſolo procuri lo ſviluppo di ciò, che era preformato fin dalla ſua origine. E ſiccome queſto ſvolgimento ſuppone manifeſtamente l'intervento d'una forza eſpanſiva, che ſuperi colla ſua energía la reſiſtenza dei ſolidi, e che ſpiegando, ed aprendo le maglie del germe le diſponga a ricevere il nutrimento, così rileva, che ſubito, ch' è provato contenerſi nella polvere degli ſtami una materia infiammabile, reſta del pari dimoſtrato, ch'eſſa contiene un principio pieno d'attività, cioè quella forza d'eſpanſione, che ſi richiede, e che non s'ignora poſſedere il fuoco al più alto grado. Tuttociò lo porta ſagacemente a riflettere, che l'irritabilità della fibra coſtituendo nell'animale quel, che può chiamarſi potenza vitale, ſe mai i Vegetabili ne foſſero dotati, (del che non ha baſtanti dimoſtrazioni) ne ſeguirebbe, che il fluido ſottile della polvere degli ſtami produrrebbe nel germe del Vegetabile i medeſimi effetti eſſenziali, che il liquore ſpermatico opera nel germe dell' animale. Eſſo vi ecciterebbe, ed aumenterebbe l'irritabilità, queſta l' impulſo dei liquori, onde ne riſulterebbe in ultimo lo ſviluppo completo del tutto Organico. Fa d'uopo qui vedere originalmente con quanta facondia, e filoſofico ingegno l' Autore va rintracciando in che conſiſta il principio della vita, e come la fecondazione ne poſſa imprimere una nuova per mezzo d'un fluido ſottiliſſimo, ed attiviſſimo, che pone in azione i ſolidi del germe, eſercitando principalmente la ſua efficacia ſulla parte gelatinoſa, come la più irritabile, della quale non ne vanno eſenti i Vegetabili, e limitandoſi in generale ad ammettere, che in una o più parti del corpo della pianta eſiſte un gioco ſegreto, che è il principio dei moti, e dei vaſi, ed in conſeguenza del fluido contenuto da eſſi, ſenza però eſcluder l' azione propria delle trachee, che per l'alternativa dilatazione, e condenſazione dell' aria s'uniſce anch' eſſa a render più facili i movimenti ſuddetti. Con tutto queſto però confeſſa la difficoltà di ſpiegare in che maniera il principio fecondante della polvere degli ſtami accreſcer poſſa la potenza vitale dei germi contenuti nell'Ovaja, dependendo ciò dall' intima natura di queſta forza, che ci è aſſolutamente ignota, ancorchè in tutti gli Eſſeri viventi ſi faccia conſiſtere ſempre nell' irritabilità, e ſi riduce ſolo a congetturare, che poſſa eſſervi un rapporto ſegreto fra il fluido elaſtico diffuſo nella gelatina vegetabile, e lo ſpirito fecondante in

virtù

virtù del quale queſto riſvegliando in quello dell' oſcillazioni più, o meno forti, ne naſca l'accreſcimento della potenza vitale nei vaſi del germe. Paſſando poi ad eſaminare i penſamenti del *Gleditſch* ſu tal materia, non crede il N. A. di dover ammettere nelle piante due principj fecondanti, cioè i due liquori, uno ſomminiſtrato dagli ſtami, e l'altro dal piſtillo, come gli ammette il Naturaliſta di Berlino, il quale dalla unione di eſſi vuole, che venga a produrſi una ſoſtanza fluida di terza natura, che è la cauſa operatrice della fecondazione, (ſecondo Egli ne penſa) portata che ſia dentro l'Ovaja, e quindi ne' guſci delle ſemenze: primieramente perchè tal congettura ſembra eſſer ſolo appoggiata ad un' antica opinione delle ſcuole relativa alla generazione degli animali per iſpiegare le ſomiglianze, dimoſtrata falſa dall'*Haller*, che provò di non eſſervi altro liquore veramente prolifico, che quello fornito dal maſchio, o perchè non vi è la neceſſità di ricorrere al gratuito ſuppoſto di due liquori prolifici, molto più, che l'umore, che internamente bagna il piſtillo è sì groſſolano, e viſcoſo, e ſproporzionato all'eſtrema piccolezza delle parti del germe, che non pare eſſer punto idoneo a compire l' importante funzione d'un principio fecondatore, veduto anco eſſendoſi di ſopra, che il ſuo ufficio è ſoltanto quello di procurare la rottura, e l' eſploſione dei granellini contenuti nella polvere degli ſtami. L'abile noſtro Oſſervatore penſa anco diverſamente dal *Gleditſch* in quanto il modo, con cui Egli pretende, che la fecondante materia eſca dai globettini della polvere, nè può adattarſi ad accordargli, ch'eſſa ſen'eſca a poco a poco, ed a diverſe ripreſe ſenza la minima violenza dall' interno delle caſſettine per mezzo d'un infinito numero di pori, dei quali la ſuperficie di eſſi è traforata, confeſſando di non intendere le ragioni, che l'inducono a negare d'ammettere, che il fluido fecondante ſia ſcagliato verſo i germi in grazia del moto elaſtico dei globettini. E giacchè reſta provato con eſperienze dirette eſſere i medeſimi tanti corpicciuoli a molla, i quali ſcattano per l'umidità, e tramandano fuori con una ſpecie di getto il fluido fecondante, plauſibilmente ſoſtiene, che non potrebbe penetrare detto fluido entro il piſtillo ſempre aſperſo d' un umore, ſenza che i globettini s' apriſſero in inſtanti, ſpecialmente ſe ſi voglia riflettere alla forma, e lunghezza dei diverſi piſtilli, ed al modo, con cui ſono ſituati gli Embrioni nell' Ovaja, ed al luogo profondo, che occupa queſta nella baſe del piſtillo, onde non eſſervi, che un moto di projezione, che poſſa portare il fluido ſecondante ſino all' interno dei germi. Laſcieremo ora d' accennare il compleſſo delle ſolite prove, che quivi l' Autore riporta, tendenti a dimoſtrare come tutto ſia ſtato diſpoſto dalla Natura nella maniera la più propria ad aſſicurare la ſecondazione delle piante per venir ſubito ad alcune ſue oſſervazioni. Riguardando un giorno con molt' attenzione il piſtillo d' un Giglio color d' Arancia credè d' accorgerſi, che vi foſſe un' apertura fra i tre pezzi, dei quali lo ſtimma di queſto Giglio era compoſto, e tentato avendo d' introdurre nel mezzo delicatamente la punta d' uno ſpillo, vidde con eſtremo piacere unito a ſorpreſa, che i tre pezzi facilmente s' allontanavano gli uni dagli altri, e gli laſciavano vedere una grande apertura ſpalancata, o ciò che ſuona l' iſteſſo, la bocca d' un grand' imbuto. Da tal momento non fu più come prima imbarazzato a renderſi ragione del come le polveri degli ſtami s' inſinuaſſero, ſcoperta avendo troppo chiaramente la ſpazioſa apertura a queſt' importante fine accomodata. Continuando le ſue ricerche s' aſſicurò, che i tre pezzi dello ſtimma erano elaſtici, e che queſta loro elaſticità tendeva a tenergli avvicinati, e a chiudere eſattamente l' apertura dello ſtimma. Notò anco le medeſime eſſenziali particolarità nel piſtillo del fior d' Arancio, e in quello del Tiglio. Il Piſtillo del fior d' Arancio gli offerſe di più una ſorte d' inneſto aſſai rimarcabile per l' approſſimazione d' uno, e talvolta di due ſtami colla teſta del piſtillo, e tuttociò oltre all' avergli fatto comprendere la neceſſità d' eſtendere tali oſſervazioni a un gran numero di ſpecie, perſuaſo, che ſi ſcuoprirebbero molte varietà nella ſorma, e proporzione dell' apertura dello ſtimma, lo porta a congetturare, che lo ſtimma s' apra ſul momento della ſecondazione per un moto in qualche maniera ſpontaneo, talchè vi ſia un certo tempo, e certe circoſtanze, nelle quali queſta ſpecie di vulva ſia più, o meno apparente, e più, o meno facile a riconoſcerſi; non eſſendo anco impoſſibile, che gli apici eccitino ſulla teſta del piſtillo una leggera irritazione, o che vi ſpargano un liquore capace di determinarla ad aprirſi. Siccome però aveva tutta la ragione di credere, che l'oſſervato da lui non foſſe sfuggito agli occhi penetranti del *Linneo*, interrogatolo ſu di ciò, ebbe il piacere di ſentirſi confermare da lui, che effetti conſimili del vegetabile eſtro venereo ammiravanſi nella *Graziola*, e nella *Viola* di tre colori. E lo ſteſſo *Gleditſch*, come ei rileva, notata aveva anch' egli queſta grande apertura dello ſtimma, benchè ſu di ciò non s'eſprima con chiarezza uguale al Profeſſore d'*Upſal*, la quale apertura aſperſa ſi vede d'un umore analogo a quello, che traſuda dall'antere, maſſime allorchè giunto è il momento, in cui deve ſuccedere la fecondazione, lo che negliger non deveſi, quando s'intraprende di produrla artificialmente. Riflettendo poi ai già di ſopra accennati movimenti affatto ſpontanei degli organi genitali delle piante, e a tuttociò, che ſi racconta degli amori di eſſe dal *Linneo*, ſembra al *N. A.* di riconoſcere anco in ciò un luminoſo tratto d'Analogía, onde ſempre più aver ragione di credere, che le piante, e gli animali compongano una ſola gran Famiglia; e dal veder altresì, che molte ſpecie d'Inſetti, e di Conchiglie non ci preſentano nulla di così animato nell'atto della fecondazione, come le piante, trova ragione di riprodurre qui ancora la veriſimiglianza dell'ipoteſi accordante loro un certo grado di ſenſibilità. Per intender poi pienamente quali ſieno i principj del *N. A.* e l'ipoteſi, che abbraccia relativamente alla riproduzione dei vegetabili, riporteremo adeſſo le ſue ſteſſe parole. L'uovo, (dic'egli) è all'animale ciò, che è il granello alla pianta. Si ſa, che i feti dei vivipari ſono ſituati in veſcichette entro l'ovario, e che tali veſcichette ſono una ſpecie d'uova. Sapiamo pure eſſerſi trovati alcuni feti di vivipari, che ſi erano ſviluppati nell' Ovaja. Ora ſe oggigiorno reſta dimoſtrato, che il Pulcino, e i Girini eſiſtono per l'intiero nell'uovo avanti della fecondazione (*a*) vi è molta appa-

---

(a) Le prove di queſti fatti poſſono vederſi nel Tomo I. Cap. IX. *de' Corpi organizzati*, e nella *Palingeneſia* part. X. pag. 416. prima Edizione.

renza ancora, che del pari eſiſta la piantina nel granello prima di eſſa. Nella *Palingeneſia* (*a*) ho riportato un fatto importante, che rende ciò ſommamente probabile; ſi giunge a veder con chiarezza le ſemenze delle piante leguminoſe avanti che ſieno ſtate fecondate, e nel tempo, che le ſilique ſono ancora rinchiuſe nell' interno del bottone a fiore. Se dunque il granello è alla pianta ciò, che l'uovo è all' animale, e ſe il Pulcino preeſiſte nell' uovo, e fa corpo con lui, ſi rende almeno aſſai veriſimile, che anco la piantina, quale fa pur corpo col granello, preeſiſta inſieme con eſſo prima della fecondazione. Prego di non ſi ſcordare, che il giallo dell' uovo, che indubitatamente ſuſſiſte avanti, e che per ignoranza era ſtato riguardato come una ſemplice materia nutritiva, moſtraſi eſſer di fatto veramente l' inteſtino ſteſſo del Pulcino (*b*). Si rifletta quindi con attenzione alla grande analogía del vegetabile coll' animale manifeſta per tanti caratteri, e sì diverſi, e ci accorgeremo quanto i da me eſpoſti principj ſulla generazione degli eſſeri viventi ſono più probabili di quegli ammeſſi dagli altri Fiſici celebri. Ma i fatti ora indicati non ſono ne meno quei ſoli, che hanno ſervito di baſe ai miei principj. Havvene altri non meno certi, non meno oſſervabili ſtati da me analizzati, riuniti, e paragonati, che tutti mi ſon parſi convergere verſo il gran principio della preeſiſtenza dei germi, e del loro ſviluppo. Io ho dunque creduto poter rigettare con fondamento l' ipoteſi, che ſuppone eſſer la polvere degli ſtami quella, che modella la piantina nel granello, ovvero, che eſſa ſia il principio ſegreto dei primi rudimenti del tutto organico. Non minore ragione ho creduto d' avere per oppormi anco all' altra, colla quale s' ammette, che la polvere fecondante apporti il germe nel granello, e che eſſo non ſia in certa maniera altro, che l' albergo deſtinato a riceverlo, ove prender deve il ſuo primo accreſcimento. Si vede bene, che tale ſuppoſizione deriva da quella dei vermicelli ſpermatici accolta tanto una volta dai

---

(*a*) Tom. I. pag. 420.
(*b*) *Corpi organizzati* Tom. I. Cap. IX.

più grand' Uomini, ma che in faccia alle nuove ſcoperte non ha potuto però ſoſtenerſi. In fine non ho ammeſſa l'Epigeneſi, o ſia una formazione puramente meccanica dei corpi organizzati, in primo luogo perchè io non conoſceva alcun fatto, che deponeſſe con evidenza in ſuo favore, e ſecondariamente perchè non ſono mai potuto giungere a farmi idee nette, e preciſe d'una tal formazione, eſſendomi ſtato impoſſibile di trionfare delle tante sì diverſe, e preſſanti difficoltà, che aſſediano per ogni parte una ſimile ipoteſi.

Dopo l'eſpoſizione di queſti principj, che il noſtro Autore ſi dichiara eſſer pronto ad abbandonare, quando non ſieno giudicati conformi ai fatti, ed alla buona filoſofia, paſſa quindi ad inſiſtere, ed eſortare i Fiſici a moltiplicare le loro ſperienze per procurar d'ottener quelle ſpecie di moſtri, che portano il nome di Muletti, e che provengono anco nel Regno vegetabile dal concorſo di due individui di ſpecie differente, riguardando tali produzioni per le più idonee a ſparger luce ſul miſtero della Generazione, ed a queſto propoſito accenna eſſer da alcuni ſperimenti riſultato già, che le raſſomiglianze ſono ſtate ſempre relative alla ſpecie delle polveri, e che il ſoggetto fecondato ha avuto qualche ſuperiorità ſul ſoggetto ſecondante, onde poterſi ſempre più dubitare, che il germe appartenga originalmente alla femmina. Ripete poi l'origine di queſti muletti dal numero dei più, o meno diretti rapporti, che legano inſieme le polveri ai germi, e crede, che poſſano dipendere da certe proporzioni fra le molecole dei fluidi fecondanti di diverſo ordine, e le maglie dei ſolidi, nelle quali deſtinate ſono ad inſinuarſi, e ancora dalla maniera d'agire di queſte molecole, e quella da cui i ſolidi ricevono l'azione loro, e la modificano; oltre alle ragioni derivanti dalle proporzioni, che gli organi dell'uno, e dell'altro ſeſſo oſſervano fra di loro, e che facilitano più, o meno la fecondazione d'una ſpecie con quella d'un'altra diverſa; non ammettendo però, che ogni ſorte di polvere poſſa fare ſviluppare ogni ſorte di germi, poichè troppo grande allora ſarebbe la confuſione nella ſpecie, ſe tal latitudine ſi eſtendeſſe a ſpecie di generi molto lontani, e di diverſa claſſe. Prima di terminare la ſua bella memoria l'Illuſtre noſtro Filoſofo conſultato avendo nelle

Famiglie delle Piante il ſentimento dell' *Adanſon* ſul modo, con cui la fecondazione ſuccede, oſſerva aver Egli pure adottato quello, che ſembra a lui più da abbracciarſi. Noi però tralaſcieremo quindi riportarla, perchè ne abbiamo reſo già conto al ſuo luogo, e ſoltanto rileveremo, che il Celebre *N. A.* diſconviene dal credere, che eſiſtano delle piante, nelle quali lo ſtilo, e lo ſtimma ſieno chiuſi, e pieni, eſſendo portato a ſupporre in tutti i piſtilli un' apertura, o vulva, ed una, o più tube analoghe a quelle da lui deſcritte, e dubita, che in alcune queſt' apertura poſſa eſſere forſe naſcoſta, ed anco ſituata in luogo, ove non ſi penſa a cercarla, di maniera che non pare tampoco inclinato ad accordargli, che il vapore fecondante s' inſinui nelle trachee terminanti alla ſuperficie dello ſtimma, e ſi proteſta, che ſe di queſte doveſſe farne uſo, ſarebbe piuttoſto ſulla ſuperficie delle ſemenze collocate nell' ovaja il luogo, ove le concepirebbe eſiſtenti per incaricarle dell' importante funzione d' introdurre nei germi il vapor fecondante. L' Anatomia della fava, e d' altri granelli e frutti, le cui ramificazioni dei vaſi ha vedute colorarſi nelle naturali injezioni da lui trattate nel Libro ſull' *uſo delle Foglie*, gli danno luogo di congetturare piuttoſto, che alcuni di queſti vaſi s' aprano alla ſuperficie del granello, col quale fanno corpo, e che ſia forſe per queſti orifizj, che lo ſpirito ſeminale penetri ſino al germe, chiudendo in fine il ſuo diſcorſo coll' oſſervare, che il riſtringimento delle tube a miſura che s' accoſtano all' Ovaja, ſembra a lui molto proprio ad accelerare il moto del fluido deſtinato a compire il voto della natura.

Abbiamo nel ſeguente anno 1775. una Memoria di Scrittore Anonimo, che ſi crede eſſere il Chiariſſimo Sig. *Fougeroux* di *Benderoy* Nipote dell' Illuſtre *Duhamel*, e Membro dell' Accademia delle Scienze di Parigi ſulla fecondazione delle piante, pubblicata nel Giornale di Fiſica dell' Abate *Rozier*. Contiene eſſa, o per darne in breve qualche notizia, oltre una ſuccinta idea dell' attuale ſtato, in cui ſi trova queſta parte della Scienza vegetabile relativamente alla non più controvertibile eſiſtenza del doppio ſeſſo, ed alla neceſſità del concorſo di ambedue per la riproduzione delle piante, ancora alcuni dubbj, e rifleſſioni tendenti ſempre più

a riſchiarare tal materia, ed in fine un Saggio di ſperimenti, che rilevano aver la Canape tenuta iſolata prodotti i ſemi fecondi indipendentemente dal pulviſcolo degli ſtami, quantunque (come ſembra riconoſcere anch'eſſo) tal tentativo per non eſſere ſtata la pianta coperta da alcuna coſa, venga a mancare dell'intera forza atta ad indurre negli animi convinzione. L'Autore ſi moſtra molto ſciente dell'opinioni tenute dai più accreditati Naturaliſti ſul ſoggetto della fecondazione, e di paſſaggio ce le accenna, eſortandoci a non appigliarſi ad alcun ſiſtema, ma piuttoſto a raccoglier dei fatti con laſciare alla poſterità l'incarico di dedurne le conſeguenze. Ciò che più deve intereſſare la noſtra curioſità, riguarda alcune ſue aſſerzioni, per cagione delle quali ſtimiamo ora opportuno aggiunger qui uno ſquarcio di Lettera del Celebre *Bonnet* ſcritta all'Illuſtre ſuo Amico il Sig. *Abate Spallanzani*, nella quale ſi eſaminano i penſamenti di lui. Queſta ſi trova inſerita in piè di pagina del Tomo ſecondo delle *Diſſertazioni di Fiſica Animale, e Vegetabile* del detto *Spallanzani*, da cui l'abbiamo traſcritta, avvertendo, che le propoſizioni ſegnate con virgole ſono il Teſto del medeſimo Sig. *Fougeroux*. „ Noi non poſſiamo aſſicura-
„ re, (dic'egli) ſe nell'Uovo eſiſta il Pulcino prima della
„ fecondazione, e per conſeguenza dobbiamo eſſer incerti, ſe
„ la pianta ſi trovi nella ſemenza innanzi alla fecondazio-
„ ne „ A me ſembra, che il noſtro dotto Fiſico avrebbe dovuto ſpiegarſi diverſamente, dopo le belle ſcoperte del Barone *Haller* ſopra la preeſiſtenza del Pulcino, dopo le voſtre ſopra la preeſiſtenza del Girino, e dopo le Oſſervazioni del Sig. *Muller*, e le mie ſopra le *Silique dei Piſelli*. *Paling. Tom.* 1mo. *pag.* 416. *ec.* Nel mio Scritto ſopra la fecondazione delle piante ſtampato nel Giornale dell'*Abate Rozier* nel meſe d'Ottobre 1774. io aveva eſpreſſamente richiamate alla memoria del Lettore queſte differenti ſcoperte ſopra il vegetabile, e l'animale, ſiccome ſommamente acconcie a ſtabilire la grande probabilità della preeſiſtenza del germe alla fecondazione, e lo Scritto del Sig. *F.* era manifeſtamente relativo al mio. „ Ma la fecondazione col mezzo delle polve-
„ ri è ella neceſſaria in tutte le piante? Non ve ne ſareb-
„ bero forſe di quelle, che alla maniera dei Pidocchi delle

,, piante aveſſero le parti ſeſſuali naſcoſte? ,, Le parti *ſeſſuali* ne' Pidocchi delle piante non ſono punto naſcoſte. Saltano eſſe per l' oppoſito agli occhi di tutti. Io mi era non poco eſteſo ſu gli amori di queſti piccoli Inſetti nel mio Trattato d' *Inſettologia* ſtampato nel 1745. Vi aveva al diſteſo deſcritti gli organi della generazione dei ſuddetti Pidocchi. ,, Rimoſſa qualunque idea di ſiſtema io mi attengo ai fatti, ,, ed alle oſſervazioni, e prendo guida un Celebre Maeſtro il Sig. *Duhamel*, che ha moltiplicati codeſti fatti, e ,, codeſte oſſervazioni prima di me ſenza aver oſato ancor ,, di conchiudere. ,, Io molto approvo, che in Fiſica ſi attenga principalmente ai fatti, ed alle oſſervazioni. Ma egli è più che permeſſo in buona Logica il trarre dai fatti, e dall' oſſervazioni le conſeguenze le più immediate, le più dirette. Queſto è ciò, che ho procurato di fare nelle mie Opere, ed in particolare nello Scritto, che ſembra aver avuto in mira il Sig. *F.* Ei dice di *voler prender per guida il Sig. Duhamel*, ma le belle ſcoperte degli *Halleri*, degli *Spallanzani* erano incognite al Sig. *Duhamel*, quando compoſe l' eccellente ſua *Fiſica degli Alberi*, che fu pubblicata nel 1758. Il Sig. *F.*, che pubblicò la ſua *Memoria* nel 1775. era naturalmente chiamato a peſare ciò, che riſultava da queſte ſcoperte, e a valutarne le conſeguenze analoghe, che dedotto io ne aveva per riguardo a' vegetabili. Egli non lo ha fatto, e non poſſo, che maravigliarmene. ,, Quelli che ,, penſano, che la pianta eſiſta nella ſemenza prima della fecondazione hanno conſiderata la polvere degli ſtami, come un compoſto di guaine, d' aſtucci, ciaſcheduno dei ,, quali contiene un numero di ſemenze nuotanti in un ſottile liquore ,,. Vi ſono de' Naturaliſti, ſiccome il *Needham*, che hanno conſiderara in tal guiſa *la polvere degli ſtami*, ma che non hanno però ammeſſo, *che la pianta eſiſta nella ſemenza innanzi alla fecondazione*. Il Sig. *Needham* che dimoſtrato avea sì bene la compoſizione delle polveri, credeva, che il germe foſſe nella polvere ſteſſa. Qui adunque il Sig. *F.* ſi è maliſſio ſpiegato. Ma egli cade nella più ſtrana contradizione, quando aggiunge immediatamente appreſſo: *Le piante, ſecondo queſto ſentimento preeſiſtono alla fecondazione nella polvere degli ſtami*. Il ſentimento, che vuole, *che la*

pianta

pianta preeſiſta nella ſemenza alla fecondazione eſclude manifeſtamente l'opinione, che le *piante* preeſiſtono alla fecondazione nella polvere degli ſtami. „ Qui ſolamente ſi perde „ lo ſpirito umano. Come di fatti valendoci della ragione, „ immaginare il germe di tutte le piante rinchiuſo in un „ tal germe? Quale abiſſo! Abbandoniamo queſto filo trop„ po atto a ſmarrirci „. Che vuole egli dire colla voce *ſolamente*? E preciſamente uſando della ragione, che non immagina punto, ma che *concepiſce*, che arriviamo a perſuaderci della probabilità dell'ipoteſi dell'*inviluppo* dei germi gli uni dentro agli altri. Se il Sig. *F.* letto aveſſe la mia Memoria con più d'attenzione, ſe meditato aveſſe di più il ſuo ſoggetto, ſarebbeſi eſpreſſo più filoſoficamente. Tocca forſe all'immaginazione il decider di coſe, ſu cui ha unicamente diritto l'intendimento? L'immaginazione ſi rappreſenta ella forſe l'animaluzzo più milioni di volte minore d'un *acaro*? Si rappreſenta ella un globettino di luce, più migliaja dei quali fanno nel tempo ſteſſo impreſſione ſull'occhio di queſto animaluzzo? Nò; non ſarà mai per via di ragionamenti, e di calcoli, che ſi verrà a roveſciare l'ipoteſi degli *Inviluppi*. Il grande, e il piccolo non ſono che pure relazioni, e a noi ſono cogniti de' fatti ſorprendenti, che ci guidano a queſta ipoteſi. „ Secondo il Sig. *Haller* l'irrita„ bilità è il principio, che coſtituiſce l'animale, e che dà „ la vita; la polvere degli ſtami eccitando l'irritabilità, e „ l'impulſione dei liquidi nel corpo organico produce nel „ vegetabile i medeſimi effetti, che il liquore ſpermatico nel „ germe animale „. Il Sig. *Haller* non ha ammeſſa l'*irritabilità* nel vegetabile; non ha egli dunque attribuito *alla polvere degli ſtami la proprietà ſtimolante*, che riconoſceva nel liquido ſpermatico dell'animale. Eppure direbbeſi, che fatto lo aveſſe ſecondo l'eſpreſſione del Sig. *F.* Ma era io quel deſſo, che nel mio Scritto *ſopra la fecondazione delle piante* cercato aveva queſt'applicazione dell'irritabilità alla fecondazione del Vegetabile. Non lo aveva però fatto ſe non ſe dopo l'aver dichiarato, ch'io non conoſceva alcun fatto, che dimoſtraſſe a tutto rigore l'eſiſtenza dell'irritabilità nel vegetabile, e faceva eziandio ſu tal propoſito alcune Logiche rifleſſioni propriſſime a far ſoſpendere il giudizio al Lettore. Permeſſo ſiami il dire queſta verità. Niuno autore di *Storia Naturale* non ha uſata maggior cautela di me nel non confondere le congetture coi ſatti. Ma non ho creduto, che non ſi doveſſe mai congetturare in Fiſica. Sonomi adunque riſtretto ad indicare, come potrebbe concepirſi l' influenza dell' *irritabilità* nel vegetabile nella ſuppoſizione, che poſſegga tal proprietà. Il Sig. *F.* mi aveva letto troppo rapidamente, nè riflettuto aveva abbaſtanza ſulla mia maniera di ragionare. Del rimanente ciò, ch' io non facea, che congetturare intorno all' eſiſtenza dell' irritabilità nelle piante, il Celebre *Gmelin* ſembra aver aſſai bene oſſervato in alcune ſpecie: ma io ignorava ciò, quando componeva il mio Scritto nel Settembre del 1774. Queſto Autore aſſicura nella ſua *Diſſertazione ſull' irritabilità* che le *antere* o ſommità degli ſtami gli ſono parute *irritabili*, *o dotate almeno d' una proprietà*, *che ſommamente ſi accoſta alla facoltà animale chiamata irritabilità*. Ne reca in mezzo molti eſempli rimarcabili al ſommo, tra gli altri quello delle *Orchis*. Le loro antere, dic' egli, *raccolte di freſco*, *e irritate in luogo caldo*, *ſembrato hanno contorcerſi*, *e rilaſſarſi in ſeguito*, *e provare un certo tremito*. Aggiunge di aver ripetuta ſovente codeſta eſperienza, e che *ſempre è riuſcita*. „ Secondo il Sig. „ *Bonnet* queſto fluido ſeminale, che opera la ſecondazione „ non tende, che a procurare lo ſviluppo di ciò, che era „ già prima formato „. Queſto gli è vero, e il mio ſentimento, ma nel dir ciò non ſi dice nulla: poichè non ſi vede in queſte eſpreſſioni vaghe, in che differiſca il mio ſentimento da quello degli altri Naturaliſti, che ammeſſa non hanno l' *Epigeneſi*. Ho fondamento di preſumere, che lo Stimabile Sig. *F.* non ſi era dato la pena di fare qualche ſtudio ſulla Natura, e ſulla conneſſione de' miei principj intorno alla generazione. Egli era ſenza dubbio troppo altamente prevenuto dell' idea, che la generazione è un miſtero, che i più valenti Fiſici non hanno ancor potuto penetrare. Guardimi il Cielo, ch' io preſuma d' aver levato il velo, che cuopre queſto miſtero: ho tentato ſolamente di ſollevare alcun poco un angolo di queſto velo. „ Non ſembra egli nel „ leggere l' opinione della più parte de' Fiſici, che hanno „ ſcritto ſu queſta materia, che ciaſcuno affezionato alle

„; proprie idee ſi ſia luſingato d' aver indovinato il ſegreto „ della Natura? „ Confeſſo, che vi ſono degli Scrittori di Fiſiología, e di Storia Naturale, che meritano queſto rimprovero: ma ve ne ſono degli altri, che non lo meritano, e il Sig. *F.* avrebbe dovuto eccettuargli. Voi mi avete letto, o mio Caro Collega, e ciò, che è più, avete voluto meditarmi. Voi ſapete dunque ſe ho propoſto le mie idee come un Uomo, che *ſi é luſingato d' aver indovinato il ſegreto délla Natura.*

Rimane ora a dirſi delle belliſſime ſperienze, ed oſſervazioni fatte dal Celebre Sig. Abate *Spallanzani* ſulla generazione di varie piante, Opera ſingolare, e piena di nuove ſcoperte da poter ſola eſſer ſufficiente a farlo meritamente diſtinguere per uno dei più gran Genj oſſervatori del Secolo. Uſcì queſta alla luce nell'anno 1780. facendo parte del Tomo Secondo delle ſue Diſſertazioni di *Fiſica Animale, e Vegetabile*, ed in eſſa il Dottiſſimo Autore, dopo data una breve idea dei ſiſtemi, che i Naturaliſti hanno dagli animali trasferiti alle piante, prende ad inveſtigare la generazione d'alcune di eſſe, e l'Ovaja è quel luogo che elegge per il primario oggetto delle ſue ricerche, eſaminandolo in tre diverſi tempi, cioè in quello, che precede, che accompagna, e che tien dietro alla fecondazione. Dall' Analiſi inſtituita ſu diverſi fiori di Gineſtra chiamata dal *Linneo Spartium Junceum*, come pianta adattatiſſima per il ſuo modo di fiorire a porger materia a più oſſervazioni in un tempo, deduce Pmo., che le ſemenze in queſta eſiſtono nell'ovaja molti giorni innanzi alla caduta dei fiori, o ſia alla fecondazione, ſenza però, che apariſca il germe, o ſia la piantina. 2°. Che tali ſemenze per un certo tempo reſtano maſſicce, poi viene a formarſi in loro una cavità rigurgitante d'un liquido. 3°. Che qualche tempo dopo la caduta dei fiori comincia ad apparire dentro la cavità un corpicciuolo attaccato in due punti alle pareti di lei, il qual corpicciuolo ingroſſando dà a vedere i due lobi racchiudenti la piantina. 4°. Che la ſemenza pervenuta a maturità non è altro, che i due lobi aderenti alla piantina, e veſtiti da ſottile membrana, che s' oſſerva eſſa pure coperta d' una buccia, o ſia ſoprappelle. Quindi ſottopoſte avendo ad eſame altre piante, cioè quelle, che il *Linneo* chiama *Vicia Faba*, *Piſum*, *Satirum*, *Dolichos unguiculatus*, che ſono le Fave, i Piſelli, ed i Fagioli, e notomizzate con ſomma deſtrezza, e coſtanza in varj ſucceſſivi tempi le loro piantine, giunge a poter conoſcere più chiaramente l'attaccatura delle medeſime alle piccole ſemenze, la quale ſi rende anco più manifeſta nel Ravanello Ortenſe, *Raphanus Sativus*, e nei Ceci, *Cicer Arietinum*, benchè nel reſto poi non differiſcano dall' altre, e ſi abbiano conſimili riſultati. Da tutto ciò viene a concludere, che le ſemenze, o ſieno i loro invogli preeſiſtono alla ſecondazione, ma che la piantina, ed i lobi non ſi manifeſtano che dopo, e ne ritrae una nuova conſerma dalle ſemenze dell'*Ixia Chinenſis*, e del *Delphinium conſolida*, come pure da quelle della Zucca volgare, *Cucurbita Pepo*, e del Cetriuolo, *Cucumis Sativus*, e da altre ancora da lui attentamente conſiderate, che tutte gli hanno dimoſtrato con qualche diverſità nel tempo, e nel modo d' apparire le ſteſſe conſeguenze. Confrontando poi sì fatti riſultati coll' oſſervato anco dal *Duhamel*, pare a ragione poterſene inſerire, che queſta ſia veriſimilmente una legge dalla natura praticata, ſe non in tutti, in una non piccola parte almeno di vegetabili. Il non apparire della piantina dentro alle ſemenze, ſe non ſe dopo ſeguita l'azion del pulviſcolo, ſembra a prima fronte un argomento onde credere, che la piantina tragitti dal pulviſcolo alla ſemenza. L' *A.* però riporta varj motivi di dover dubitar di ciò, primieramente per non eſſer vero, che l' Embrione ſi dia a vedere nell' Ovaja, ſubito che la polvere caduta è dagli ſtami, non comparendo, che molto dopo. E perchè il dedurre l' ineſiſtenza dell'Embrione nell' ovaja innanzi alla ſecondazione per ciò ſolo, che non vi ſi vede, è un modo d'argomentare imperfetto, e fallace. Porta in oltre la più eſatta attenzione alle parti, che compongono il pulviſcolo, ſembra non ſi abbia ragion di penſare che in eſſo ſi aſcondano gli Embrioni. Finalmente il mezzo immaginato dall' Autore per dileguare ogni dubbiezza, conſiſte nell'oſſervazioni di quanto ſuccede alle ſemenze, impedita che ſia ſu di eſſe l'azione del pulviſcolo. Con queſto mezzo potè arrivare a conoſcere, che nelle due piante a ſiori Ermafroditi nominate dal *Linneo Ocymum Baſilicum*, e

Hibiſcus Syriacus, la totale mancanza del pulviſcolo procurata ad arte con recider per tempo le antere, e con tener lontana ogni pianta ſimile non impediſce l'apparire degli Embrioni nelle ſemenze, quantunque impediſca, che queſte ſemenze ſieno feconde; dal che ne rileva la conſeguenza, che non è dunque il pulviſcolo, che nella fecondazione reca dentro alle ſemenze di queſte due piante gli Embrioni.

Inoltre paſſato eſſendo a ſperimentare un altro genere di piante, i cui individui hanno ſeparatamente i fiori maſchi, e fiori femmine, cioè la *Cucurbita Melo Pepo fructu clypeiformi*, o ſia la Zucca a ſcudo, e la *Cucurbita Citrullus* volgarmente detta Cocomero, trovò, che le ſemenze loro, non oſtante l'aver impedito ai fiori femmine l'acceſſo dell'aria eſterna nel tempo creduto idoneo per la fecondazione non ſolo ſi oſſervano fornite dei lobi, e della piantina, ma ſono ancora feconde, ed affidate alla terra producono altre ſemenze feconde, onde la fruttificazione di queſte due piante appariſce non aver la minima dipendenza dal pulviſcolo. Riferiſce l'Autore, che dall'aver veduto ſino dall' anno 1767. un piede di Canape femmina *Canabis Sativa* caſualmente nato nel ſuo Orto, che fruttificò non oſtante l' eſſer iſolato, ed unico, ſi era già indotto a ſoſpettare, che le polveri degli individui maſchi non foſſero neceſſarie per la fecondazione di queſta pianta; molto più per aver egli oſſervato in appreſſo nella Campagna molti individui femmine fiorire molto tempo, dopo eſſere ſtati levati gl' individui maſchi, e produrre ſemenze feconde. Ora a decider pienamente, ſe il pulviſcolo concorra alla fecondazione di queſta pianta, (non riputando baſtante l'eſperienza d'un Anonimo Franceſe, della quale abbiamo già poc' anzi parlato) produce i proprj ſuoi ſperimenti, ed oſſervazioni fatte ſopra alcuni piedi di Canape femmina cuſtoditi in una Camera chiuſa per tutto il tempo della fioritura, e dello ſviluppo delle ſemenze, altri laſciati liberi, altri ſervati in bocce di criſtallo, che impedivano l'ingreſſo all'aria eſteriore; i quali piedi ciò non oſtante hanno prodotte ſemenze feconde, onde ritrae con tutta la maggior ſicurezza, anco per non eſſere ſopra i mentovati fiori femmine ſpuntato mai alcun fiore maſchio, la perfetta fruttificazione nella Canape affatto indipendente dall' azione del pulviſcolo. Così pure ricavate le ſemenze ſeconde da alcuni piedi di Spinaci femmine ,*Spinacia oleracea*, laſciando che altri veniſſero iſolati in un orto, ed altri ſimilmente iſolati, ma coperti da una Campana di Vetro; e l' iſteſſo ha ottenuto da quelli fatti fiorire, quando molto prima, quando molto dopo che fioriſcano gli ſpinaci alla Campagna, notando quivi d' aver ſcoperto una volta ſopra un individuo femmina la comparſa dei fiori a ſtami non rari, come ſi dice oſſervarſi, ma numeroſi al pari de' fiori femmine. Il contrario però aſſicura d' aver ſperimentato in alcuni piedi di Mercorella femmina, *mercurialis annua*, fatti fiorire molto prima di quel che fioriſca naturalmente alla Campagna, i quali o non hanno date ſemenze, o le hanno date infeconde, e l' iſteſſo pure è accaduto in quelli, che ſi ſono tenuti iſolati, cioè lontani dai maſchj, ancorchè il fiore contemporaneamente ſi ſia diſchiuſo e da una parte, e dall' altra; ma l' avvicinamento dei piedi maſchi ai piedi femmine di queſta pianta ſi è veduto influire a render feconde le ſemenze, ed una maggiore approſſimazione, e quaſi contatto dei maſchi colle ſemmine apportar la fecondità in quaſi tutte, ſiccome l' allontanamento indurre ſterilità, benchè anco le ſemenze infeconde internamente ſieno fornite dei Lobi, e della piantina, come le feconde. Le conſeguenze che deduce dai fatti fin qui eſpoſti ſono 1°. che le ſemenze corredate dei lobi, e dell' Embrione non dipendono punto quanto alla loro eſiſtenza dal pulviſcolo degli ſtami; 2°. che dunque gli Embrioni eſiſtono nell' ovaja indipendentemente da eſſo pulviſcolo; 3zo. che queſti non ſono il riſultato di due principj l' uno derivante dal pulviſcolo, l' altro dal piſtillo. Il noſtro celebre Autore ſi rivolge adeſſo ad eſaminare ſe l' Embrione, che eſiſte nell' Ovaja, indipendentemente dal pulviſcolo, ſi formi quivi meccanicamente, oppure ſe vi preeſiſta. Ed a queſto propoſito riflette dunque, che alcune apparenti ragioni potrebbero facilmente indurre un Epigeneſiſta ad abbracciare la prima maniera, ma che ſe ſi conſideri poi ciò ſenza prevenzione, riſulterà la difficoltà di capire come un Corpo non organizzato, ed informe, ſolido, o fluido che egli ſia, poſſa colle ſole meccaniche leggi organizzarſi, quando all' oppoſto intendeſi agevolmente, come un liquore, o qualunque altra materia non organizzata poſſa nutrire, e far creſcere un corpo organizzato. In oltre ammettendo Egli per dimoſtrata la preeſiſtenza nel Pulcino, nelle Rane, nelle Salamandre, e nei Roſpi, e riguardando come organizzati queſti Animali prima della fecondazione, non oſtante la loro apparentemente inorganica ſtruttura, conclude, che può dunque anco l'Embrione nelle piante in ſimil guiſa eſſer organizzato, ancorchè non lo appaja; ſebbene non contento ſoggiunge di più una prova diretta; Che quando l'Embrione non appariſce, vi è; e che quando ſi dà a vedere organizzato, lo è veracemente; poichè preſe avendo dall' iſteſſa Ovaja più ſemenze, e fattene bollire alcune per pochi iſtanti, ed altre nò, nelle non bollite confeſſa di non aver ſaputo diſcernere l'Embrione, ma d'averlo diſtinto bene, e con molta chiarezza nell'altre, che avevano bollito; il che naſceva (dic' Egli) dall'aver l' acqua bollente raſſodata, e quindi reſa opaca quella particella, che moſtrandoſi allora in forma d'acuminato atometto, non ci voleva molto ad accorgerſi eſſer la piantina, la quale nelle ſemenze non bollite per eſſer ancor fluida, e traſparente non feriſce la viſta. Nell' aver altresì l'Embrione il più delle volte legamenti ſenſibili colle ſemenze, mediante una tela mucilaginoſa, e per altre parti comunicanti con eſſe, come ſi ſono manifeſtati a lui nella Gineſtra, ne' Piſelli, ne' Fagiuoli, e ne' Ceci, ritrova Egli un giuſto fondamento di credere, che gli abbia ſempre, ma che o per la piccolezza, o per la traſparenza non ſi diſcuoprano, onde venendo a farſi per mezzo di queſti attacchi un tutto dell'Embrione colla ſemenza, e queſta moſtrandoſi preeſiſtere alla fecondazione, gli ſi rende probabiliſſimo, che preeſiſta ancor l' Embrione. La qual conſeguenza è pur la ſteſſa, che aveva già dedotta il celebre Signor *Bonnet* dall'oſſervazione del chiariſſimo Sig. *Muller* Daneſe fatta ſulle ſemenzine dei Piſelli preeſiſtenti nelle ſilique all'aprimento dei fiori; ad onta però di ſimili prove il noſtro Autore non ſi luſinga, che l' Embrione ſi poſſa arrivare a diſtinguere innanzi, che ſi diſchiudano i fiori, e crede ſolo aſſai veriſimile, che la preeſiſtenza così provata in diverſe piante abbia luogo anco nell' altre. Venendo poi ad eſſer dimoſtrata dagli ſperimenti intrapreſi ſul Baſilico, e ſpecialmente ſulla mercorella, la neceſſità in queſte piante del pulviſcolo per la fecondazione, e combinando ciò coll' oſſervato dal *Duhamel*, e dal *Juſſieu* in un Terebinto femmina, e parimente coll'ottenuta dal *Gleditſch* artificiale fecondazione ſulla Palma detta Camerops, paſſa l' illuſtre noſtro Filoſofo a proporre con molto ingegno diverſi tentativi, che potrebbero farſi ſopra la mercorella, ſiccome pianta aſſai più comune ad oggetto di riſchiarare l' oſcura materia della fecondazione. Per queſto mezzo intende, che ſi debba fiſſare la parte preciſa del pulviſcolo, da cui ſi opera la fecondazione, e ſe baſti la più piccola particella del medeſimo ſecondo il ſentimento dell' *Adanſon*, e per quanto tempo duri in tal pulviſcolo diſſeccato l' idoneità a fecondare, penſando Egli, che la prolifica ſua virtù non poſſa continuare lungamente, perchè eſpoſto all'aria il liquore contenuto nei globettini del medeſimo ſembra dover eſſer ſoggetto a diſperderſi, alterarſi, e renderſi alla fecondazione diſadatto. Deſidera in oltre, che ſi eſamini, ſe veramente il pulviſcolo s' inſinui per le trachee ſituate alla ſuperficie degli ſtimmi, e ſe alcuni piſtilli ſieno chiuſi, come pretende il citato Naturaliſta, potendo forſe ſuccedere, che i condotti dei piſtilli ſi rendano inviſibili, ove non ſono di mole ſenſibile i globettini della polvere, ovvero, che ſi manifeſtino all'occhio in un tempo, e ſi celino in un altro, come ſegue negli Ovidutti d' alcuni animali. Finalmente propone, che ſi tenti la fecondazione della Mercorella per altri ſiti diverſi dal piſtillo, come nelle foglie, e nelle radici. Ora la generale conſeguenza dei reſultati del celebre Autore eſſendo, che ſiccome moltiſſime piante hanno biſogno dell' azion del pulviſcolo, così diverſe altre ne poſſon far ſenza, riſponde dunque alle varie oppoſizioni, che dai Botanici, e dai Fiſici potrebbero farſi per l' eccezioni da lui date al ſeſſualiſmo delle piante. In primo luogo, che il pulviſcolo degli ſtami allora ſolamente ſi ſparga, quando lo ſtimma è diſperſo a riceverlo, e che il piſtillo ſi trovi in una poſizione favorevole per accogliere la polvere fecondatrice; non ſono, (dic' Egli) prove dirette del ſeſſualiſmo, ma ſolo ragioni di convenienza atte ad allettare l'aſſenſo, non a sforzarlo; ſecondariamente la niuna fruttiſicazione, ove vengano reciſi gli ſtami, o i piſtilli, oppure tralignino gli uni, e gli altri,

tri,

tri, non convince che queſti ſieno gli organi della generazione, ma ſolo, che intereſſino la fruttificazione, come altre parti ancora della pianta. I fatti, che provano ſenza replica il ſeſſualiſmo nelle piante, ſono quelli della neſſuna fruttificazione nelle piante femmine lontane dai maſchi, e dalle fecondazioni artificiali; ma il valerſi di premeſſe particolari per dedurne una concluſione generale è maniera difettoſa di ragionare, non dovendo i fautori di eſſo far uſo di pochi fatti per iſtabilirlo univerſalmente. In oltre rileva eſſer molto uniforme a quanto s' oſſerva accadere nei Polipi, nei Pidocchi delle Piante, e negli animalucci dell' Infuſioni, che alcune piante poſſano moltiplicare ſe ſteſſe, e perpetuar la ſpecie ſenza l' influſſo del pulviſcolo fecondatore, ed eſſere poi affatto inveriſimile, che le ſemenze feconde ottenute ſenza pulviſcolo ſieno l'effetto d'una fecondazione antecedente avutaſi per opera di queſto. Non nega Egli però la poſſibilità di qualunque fecondazione, mentre eſſer potrebbe, che il piſtillo di tali piante aveſſe congiunto forſe un principio fecondatore, onde nell' arrecarne i dubbj eſorta i Botanici a meglio eſaminar la natura dei detti Piſtilli. Conclude finalmente, che le piante Erbacee ſono una claſſe d'Eſſeri organizzati, che meriterebbero d' eſſere più conoſciuti per averſi di eſſi poco più, che la nuda nomenclatura, all'arte della quale ſarà certamente da preferirſi lo ſpirito dell' oſſervazione, e della ſperienza, volendo noi accreſcere il teſoro dell' utili cognizioni nei tre Regni.

Fin qui fatte non abbiamo, che le parti di ſemplice Iſtorico, eſponendo, ed illuſtrando le Oſſervazioni degli altri. Mi ſarà egli lecito ora arrogarmi quelle di ſperimentatore per aver tentato ancor io di riſchiarare alcun poco una tal meteria (*a*)? Lontano da ogni preſunzione paſſo ſenza più a ſottoporre qui le mie congetture unite a ciò, che m'è accaduto di poter oſſervare.

Sebbene dall'ultime ſperienze del Celebre Abate *Spallanzani* venga dimoſtrato, che alcune piante, come la Ca-

---

(d) Sapientiam ſibi adimunt, qui ſine ullo judicio inventa majorum probant, & ab aliis pecudum more ducuntur.

nape ec. poſſono fare a meno del pulviſcolo fecondante per averne ottenuta una perfetta fruttificazione affatto indipendente dall' azione di eſſo: con tuttociò non eſſendo da controverterſi la neceſſità del detto pulviſcolo per la maſſima parte delle piante, come ſi prova dal fatto ec. il quale parimente ci dimoſtra darſi le fecondazioni (*a*) artificiali nel Piſtacchio, nelle Palme, ed in altre piante, e ce ne aſſicura la pratica di tutti gli Orientali oltre all' uſo dei Siciliani riſpetto ai Piſtacchi, e dei Popoli dell' Arcipelago in quanto alla caprificazione (*b*), non eſſendomi paruto più della maſſima importanza l' accertarſi con nuove ſperienze di queſta verità, ſtimato ho piuttoſto doverſi ricercare, ſe anco la più piccola parte di queſto pulviſcolo, per eſempio d' un ſolo globicino ſia potente, ed efficace a produrre tal fecondazione perfetta, come ſembra che abbiano creduto il *Needham*, e l' *Adanſon*, a motivo delle conſeguenze d' analogia atte a confermare quanto è ſtato dal detto *Spallanzani* oſſervato negli Animali.

E non eſſendo meno importante ad inveſtigarſi, ſecondo il detto Naturaliſta, ſe la virtù fecondatrice conſiſta, come creduto hanno l' *Adanſon*, il *Needham*, il *Juſſieu*, ed altri nello ſpirito, o in quel ſottiliſſimo umido oleoſo, che dalle veſcichette del pulviſcolo vien lanciato, meditando ſopra di ciò, varj dubbi, e rifleſſi mi nacquero, che preſenterò qui al Lettore con quell' ordine, che mi s' affacciarono allora alla mente. In primo luogo parvemi dunque che all' opinione ſoſtenente eſſer lo ſpirito ſolo quello, che opera la fecondazione, foſſe contraria la ſurriferita pratica, e nominatamente quella dei Ruſtici di Sicilia a noi più nota, i quali ſeccano prima all' ombra i rami dei fiori maſchi del Piſtacchio, e poi gli legano ai rami dell' Albero fruttifero, o femmina, perchè la polvere fecondante coll' ajuto dei venti ſi diſperga ſopra i piſtilli ec. e quella di altri, che raccolgono i medeſimi fiori maſchi, e gli eſpongono a ſeccarſi in ſacchetti ſpargendone dopo la polvere prolifica ſu i fiori

---

(*a*) Il *Duhamel*, il *Juſſieu*, e il *Gleditſch* hanno ciò verificato.

(*b*) Vedi il *Boccone*, l' *Adanſon*, il *Seſtini ec.*

femmine. Queſt'oſſervazione, che è appoggiata all'autorità del *Tournefort*, del *Boccone*, del *Geoffroy*, e di tanti altri ci porta naturalmente a riflettere, che queſto ſpirito deve eſſer ſvaporato, e perduto, quando il pulviſcolo deve operare, onde a prima viſta pare, che s'opponga al ſentimento dell' *Adanſon*, molto più, che rapporto alla fecondazione della *Phoenix*, o Palma Dattiliſera convengono tutti, e l'iſteſſo *Gleditſch*, che gli Orientali ſono coſtretti a procacciarſi il pulviſcolo dalle Palme maſchie ſalvatiche dei Deſerti, talchè, quando l'uſano, è ſempre ſtato raccolto da due, o tre ſettimane. Egli pure fecondò la palma della Chamærops col pulviſcolo avuto per la Poſta da *Carlſruhe* lontano ottanta miglia, ed impiegato dopo nove giorni da che fu raccolto, ed io non meno la fecondai nell'Orto Botanico di Piſa col pulviſcolo venutomi di Firenze. Tutto ciò provando in qualche maniera, che il pulviſcolo conſerva per un certo tempo la forza fecondatrice, intereſſante ſembravami il poter fiſſare, ſe tale attività duri in eſſo lungamente, ed in oltre mi dava non lieve ragione di dubitare, che la virtù fecondatrice poteſſe conſiſtere piuttoſto nella parte oleoſa, rilevando, che ſe s'ottiene con detta pratica (da riguardarſi forſe come vizioſa, e contraria alla migliore, e più ampia fecondazione) ciò poteſſe eſſer ſolo in grazia d' un reſiduo oleoſo, piuttoſto che ſpiritoſo, non anco bene ſviluppato, e rimaſto in detto pulviſcolo, onde giudicai, che i miei tentativi andaſſero primieramente diretti all'oggetto d' aſſicurarſi, ſe quando l' aria della parte più attuoſa, e volante l' ha ſpogliato d'umidità dopo d'averlo prima bagnato con acqua, queſta fecondazione s' otteneva. Ed in ſecondo luogo credei, che doveſſe rintracciarſi per quanto tempo ſi conſervi in eſſo la virtù ſua prolifica naturalmente uſato ſenza neſſuna preparazione.

Ma confeſſo ingenuamente, che quantunque mi riſolveſſi ad eſeguir ciò nella miglior maniera, reſtavami ſempre un qualche dubbio, che mi faceva travedere l'incertezza della conſeguenza, ch'io voleva dedurre dai miei ſperimenti, poichè comprendeva la difficoltà d'aſſicurarmi coi ſopra indicati mezzi d'avere intieramente ſpogliato il pulviſcolo d'ogni aura, o ſpirito ſottile, intendendoſi la poſſibilità di ridurlo a ſemplici caſſulette vuote, e del liquore, e dello ſpirito; nel qual caſo era per ſe chiaro, che doveſſero eſſere inoperoſe, mentre il ſupporre diverſamente corriſponderebbe al credere, che la potenza fecondatrice conſiſteſſe nelle membrane delle veſcichette ſeminali, lo che ognun vede, quanto repugni al buon ſenſo. Ma ſe poi doveva ſervirmi di pulviſcolo in qualunque modo preparato, perchè dell'aura ſi ſpogliaſſe, ma non già di tutto il ſuo umore oleoſo; ecco che incerta pareva a me, che ſi rendeſſe la concluſione della verità da fiſſarſi, potendoſi dire allora, che in eſſo umore racchiudevaſi ſempre una qualche porzione di ſpirito, dalla quale derivata era la fecondazione.

Io mi ſentiva altresì inclinato a credere, che alcune polveri raccolte nel debito tempo, e conſervate difeſe dall' umidità poteſſero anco dopo un anno, altre più, ed altre meno trovarſi atte al fecondare, ſul rifleſſo, ch' eſſendo il contenuto liquore un umido oleoſo, queſto non avrebbe fatto, che ſeccarſi entro i globettini del pulviſcolo, ma bagnato poi dall'umore, che inveſte lo ſtimma, ſi ſarebbe ſciolto, e trovato efficace a poter operare la fecondazione nel modo appunto, che le ſemenze conſervate non perdono (almeno ſe non dopo lungo tempo) l'idoneità a poter naſcere ſubito che un umido ſuolo offra loro i mezzi adattati, e neceſſarj per iſvilupparſi.

Infine ſebbene le ſperienze dell' Illuſtre *Spallanzani* dimoſtrato m'aveſſero, che il ſeme d'alcuni animali ſpogliato in gran parte dell'aura ſi trova efficace a fecondare, io era in qualche perſuaſione, che in quanto ai Vegetabili la cauſa operante doveſſe conſiſtere nel tutto inſieme, e in dubbio per le ragioni addotte di ſopra, piuttoſto che nello ſpirito volatile, nelle particelle del liquore oleoſo.

Frattanto con queſte vedute eſſendomi poſto a ſperimentare, prima di paſſar oltre, comincerò da eſporre qui con qualche chiarezza le parti di quella pianta, che è ſtata il principale oggetto delle mie oſſervazioni, vale a dire della Mercorella, che il *Linneo* chiama *Mercurialis annua*, come pianta adattatiſſima a ſimili tentativi, ſecondo c'inſegna il detto Sig. Abate *Spallanzani* per non produrre mai ſemenze feconde ſenza l'azione del pulviſcolo (*a*).

In queſta pianta i fiori femmine naſcono dall' aſcelle delle foglie, e ſono compoſti d'un calice tripartito, che chiude due piſtilli, finchè queſti reſtano immaturi, ed in boccia, poi col creſcer di eſſi s'apre il calice, e compariſce una caſſuletta biloculare, e villoſa, che termina in due ſtili ramoſi, i quali vanno diminuendo, e quaſi perdendoſi a proporzione dell'aumento, che prende la caſſula. Due ſemi roſſicci della grandezza d'un granello di panico, ſtanno dentro di eſſa aventi una corteccia non liſcia, ma ſcabra, e lavorata ſopra da piccoli ſolchi, e riſalti; ſtaccata la quale, oltre la propria interna tunica compariſcono i lobi, e la piantina in forma d' un corpicciuolo irregolare, ed in punta compreſſo. I fiori maſchj, finchè reſtano in boccia mancando anch'eſſi di petali, vengono chiuſi dal calice, che col creſcer di detti fiori s'apre in tre parti laſciando vedere gli ſtami coll' antere didime, e globoſe, quali ſtami ſpeſſo ſono più di dodici, benchè il *Linneo*, che pone tal pianta nella *Diecia Enneandria*, ne aſſegni ai fiori di eſſa da nove fino a dodici. Queſti fiori ſono aggruppati in cima al caule quaſi a ſpiga, o piuttoſto a Corimbo, o a grappolo. Spiegato il calice ſi diſtendono gli ſtami allargandoſi in cerchio; e l'antere, che ſono uniloculari dopo qualche tempo aprendoſi orizzontalmente ſpargono il pulviſcolo ſopra le ſottopoſte foglie, che ſi vedono quindi aſperſe da eſſo in forma di gialla minutiſſima polvere, rimanendo dette antere di globoſe, e gialle che erano, vuote e appaſſite in figura di piccoli filamenti turchini.

Eſaminato queſto pulviſcolo con varie Lenti, e col Microſcopio non s' arriva a veder altro, che dei globettini di figura ovata, ſempre in tutti uniforme, e nel mezzo un poco diafani, come ſappiamo aver in altre polveri oſſervato anco il *Grew*. Subito uſcito il pulviſcolo dall' Antere, appariſce un poco oleoſo, avendo una qualche umidità, o glutine, che fa sì, che s'attacchi ai corpi anco i più levigati,

---

(*a*) *Spallanzani* loco cit.

come al Criſtallo, e ſimili, ma ſeccato, che ſia facilmente vola.

I piſtilli ſul principio s' inalzano uniti dal mezzo della caſſula, poi ſi dividono piegandoſi ſpeſſo come le corna dell' Ariete, con queſta differenza che di più ſono molto ramoſi a guiſa di Litofilo, o di Corallo, e che queſta ramoſità vaſculare è quaſi tutta dalla parte eſterna ſuperiore eſpoſta all' aria, onde appariſce in loro l' idoneità a facilmente poter ricevere il volante pulviſcolo; intendendoſi come arreſtato da uno dei tanti tubetti ſia in grado d' inſinuarſi per le loro boccucce dentro la cavità dei piſtilli, che ſono indubitatamente vuoti per tutto quello ſpazio, che reſtano fuori, ed appariſcono anco in qualche modo fiſtuloſi, entrati che ſieno nel diſſepimento della Caſſula.

Due Nettarii ſi partono dalla baſe della Caſſuletta eſternamente uno per parte appunto nel luogo, dove detta Caſſula fa angolo di diviſione, e ſi ſollevano a guiſa di filamenti ſopra i piſtilli, e ſi trovano eſiſtere, benchè un poco inariditi anco quando i ſemi ſono ingroſſati, e quaſi maturi *(a)*.

(*a*) Il reſto ſi darà in ſeguito, e ſubito, che rieſca all' Autore di poter terminare le ſue ſperienze, che richiedono tempo, ed ozio, di cui non abbonda.

SULL' ATTIVITÀ DELLA DATISCA CANNABINA DI LINNEO CONTRO LE FEBBRI INTERMITTENTI

Del Sig. PIETRO RUBINI P. Profeſs. di Chimica nella R. Univerſità di Parma.

PRESENTATA

Dal Sig. MICHELE GIRARDI

QUantunque la celerità, ſicurezza, e coſtanza, colla quale la Chinachina arreſta il corſo delle febbri intermittenti abbiano ad eſſa già da lungo tempo aſſicurato il primo rango fra rimedj a tal' uopo deſtinati, e le abbiano preſſo la maggior parte de' Medici guadagnato l' onorevole titolo di ſpecifico: pure non ſono mancate, e non mancano frequenti occaſioni nella pratica giornaliera, nelle quali un altro rimedio ſi bramerebbe da poterſi ad eſſa ſoſtituire con eguale vantaggio, e ſicurezza. La ſcarſezza della buona Chinachina, atteſo le non rare falſificazioni, che di queſta prezioſa ſcorza ſi fanno, e le alterazioni gravi, che ſoffre ne' lunghi traſporti dal lontaniſſimo Clima, ove fioriſce, il prezzo che la rende inacceſſibile al povero, e di ſommo aggravio negli ſpedali, il volume, ed il ſapor nauſeoſo, che ne rendono difficiliſſima l'amminiſtrazione in convenevol doſe a' fanciulli, a molte femmine, ai diſguſtati infermi, infine i radicati pregiudizj, per cui la rifiutano molti oſtinatamente, formano tanti oſtacoli ſovente inſuperabili all' uſo di eſſa anche il meglio indicato. V' hanno in oltre delle Epidemie intiere nelle quali trovaſi inerte, o nociva, e vi hanno delle Idioſincraſie particolari, a cui non può adattarſi. La ſcoperta pertanto d' un altro ſpecifico ad eſſa equivalente formò ſempre, e forma tuttora uno dei tanti deſiderj dei buoni Medici. Nel numero grandiſſimo di piante a tal fine propoſte hanno in queſti ultimi tempi goduta qualche celebrità la Cariophyllata, o *Geum Urbanum* L. (1) la ſcorza del Salce (2) quella dell' Ippocaſtano (3) l' Anguſtura (4) e fra rimedj d'una claſſe più attiva è ſtato lodato l' Oppio (5) il Tartaro Emetico (6) l' Arſenico (7). Ma alcune delle prime non ſembrano aver coſtantemente corriſpoſto alle preſentate ſperanze (8), gli altri eſſendo rimedj attivi troppo, e dotati d'una eſtrema energia, capace di ſconvolgere in un momento con grave danno l' Animale Economia non mancano mai d'un certo grado di pericolo, ed eſigono in chi li uſa, una prudenza e deſtrezza, che non può eſſer comune (9). Io credo pertanto, che non ſarà coſa diſcara ai Pratici, ch' io richiami i loro ſguardi ſu d' una Pianta, che non ha finora molto fiſſata la Medica attenzione, e che dopo replicate ſinceriſſime ſperienze mi pare, che ſi potrebbe in molti caſi ſoſtituire alla Chinachina ſteſſa, ed in qualche circoſtanza eziandio meritare ſu di queſta la preferenza.

---

(1) La Cariofillata propoſta già da *Hulſe*, e *Chomel*, è ſtata recentemente lodata aſſai da *Bucchave*, *Aaskow*, *Calliſen*, *Bang*, *Schoeneyder*, *Tode*, *Waldſtedt*, *Weber*, *Anjow*, *Staravaſnig*, *Zanner*, *Clein*, *Anderwerth*, *Aſti ec.*

(1) Lodata da *Stone*, *Cloſſio*, *Gunz*. *Coſte*, *Villemet*, *Burtin*, *Duplanil*: *Spielmann*, *Akerberg*, *ec:*

(3) Lodata da *Miſtichelli*, *Zannichelli*, *Pontedera*, *Spielmann*, *Turra*, *Leidenfroſt*, *Bucholz*, *Sabarot*, *de la Veniere*, *Junghans*, *Coſte*, *Villemet*, *Lacroix*, *Cuſſon*, *Larber ec.*

(4) Celebre reſa dalle ſperienze di *Ewers*, *Brande*. *Heyne*, *Wilſon*, *Williany*, *Filter*, *Wilkinſon ec.*

(5) Fu già propoſto dai diſcepoli di *Paracelſo*: lo uſarono in ſeguito *Stahl*, *Apino*, i Medici d' Uratislavia, *Fouchys*, *Berryat*, *Laſſonne*, *Ferrein*, *Duchanoy*, *Lind*, *Dechaux*, *Schaetlik*, *Monro*. *Riviere* il primo, poi *Hoffmann*, e *Metzger* guarirono delle intermittenti coll' Oppio, che pel ſopore che le accompagnava, andavano nella Claſſe delle pernicioſe.

(5) Oltre una folla di Pratici che hanno uſato il Tartaro emetico come evacuante nelle Intermittenti con profitto, il *Cawsland* lo ha veduto utile anche dato in maniera, che non cagionaſſe la menoma evacuazione.

(7) L' Arſenico, tuttocchè ſia uno de' più terribili veleni, è ſtato vantato da *Lomery*, *Wepffer*, *Giacobi*, *Meyer*, *Friccio*, *Bayer*, *Willan*, *Fowler*, *Jenner ec.*

(8) Coſi ſi ſono lagnati dell' inutilità della Cariofillata *Lund*, *Brandel*, *Chriſtopherſon*, *Barfoth*, *Dalberg*; e *Tode* ſteſſo ſi è diſdetto. L' attività della corteccia del Salce non è ſtata oſſervata da *Tode*, nè quella dell' *Ippocaſtano* da *Mohring*, e *Zullatti*.

(9) *Stork*, e *Borſieri* dicon d' aver veduto dei mali di capo graviſſimi nati dall' uſo dell' Oppio. I mali prodotti dall' Arſenico ſono egualmente gravi per teſtimonio di *Stahl*, *Gohl*, *Werlhoff*, *Haen*, *Stork*, *Sagar*, *Quarin*, *Cruishank ec.* e tutti i Medici ſanno quanto dannoſo ſia il Tartaro emetico, ſe uſato venga ſenza le neceſſarie cautele ſpeſſo difficili, talora impoſſibili ad oſſervarſi da tutti.

Queſta pianta ſi è la Datiſca Cannabina di *Linneo* (10) pianta originaria della Canèa, colà ſcoperta del 1594. circa dal *Todeſchini*, ma che con ſomma facilità alligna fra di noi. L'amarezza ſingolare della Datiſca, ſuperiore a quella della Chinachina, e fors' anche a quella della Coloquintide induſſe, ha di già molto tempo, il chiariſſimo mio Maeſtro fu Dott. *Gio. Battiſta Guatteri* Profeſſore di Botanica in queſta R. Univerſità di Parma a ſoſpettare, che contener poteſſe un principio antifebbrile, eguale per lo meno a quello di tante altre amare piante, e fors' anche a quello ſteſſo della Peruviana corteccia. Condotto da queſto analogico argomento egli fece qualche tentativo, e ne riportò il più favorevole ſucceſſo. Siccome però egli non era addetto all' eſercizio della pratica Medicina, così limitoſſi ad indurre qualche Medico di profeſſione a moltiplicare gli ſperimenti. Malgrado la felicità colla quale la Datiſca riſpoſe alle concepite ſperanze reſtò tra di noi quaſi ſepolto l' utile rimedio eſſendoſene appena dato un cenno nella politica noſtra Gazzetta l' anno 1781. Sembra che avendo il noſtro Profeſſore ſcritto qualche coſa ſu ciò ad alcuni ſuoi corriſpondenti, e tra queſti al celebre di lui Maeſtro Sig. *Marſili*, foſſero anche in Padova fatte alcune vantaggioſe prove colla Datiſca, che vengono di volo accennate dal *Borſieri* nella ſeconda edizione della ſua opera ſulle febbri. Ignoro ſe ulteriori tentativi ſieno ſtati fatti, e conſegnati alla pubblica utilità.

---

(10) Datiſca *Linn.* Siſt. Veget.

Maſ. Cal. Perianthium eptaphyllum foliolis linearibus acutis æqualibus.

Corolla nulla

Stam. Filamenta vix ulla. Antheræ circa 15. oblongæ, calice multoties longiores, obtuſæ.

Fœmina Cal. Perianthium bidentatum deficiente tertio dente, erectum, minimum, ſuperum, perſiſtens.

Cor. nulla.

Piſt. Germen oblongum, inferum, calice longius, ſtyli tres bipartiti, breves, ſtigmata ſimplicia, oblonga, villoſa, longitudine germinis

Per. Capſula oblonga triangularis, trivalvis, tricornis, unilocularis.

Sem. numeroſa, parva, trifariam capſulæ longitudinaliter adhærentia.

Datiſca caule levi.

Cannabis foliis pinnatis Hiſt. Cliſt. 457. *Roy. Lugd.* 221.

Cannabis lutea fertilis Alp. exot. 300. *T.* 298. *Moriſ. Hiſt.* 3. *p.* 432. *ſs.* 8. *T.* 25. *f.* 4.

Luteola herba ſterilis Bauh. Pin. 100.

Cannabis lutea cretica Alp. exot. 296. *T.* 295.

Cannabis lutea ſterilis Alp. exot. 307. *T.* 300.

Luteola herba foliis cannabinis Bauh. Pin. 100)

Canape Acquatico: Pona Deſcrix. Montebaldo p. 81.

Cannabina Oretica Tournef. Corollar.

E radice lutea lignoſa perenni quotannis exſurgunt caules ad humanam fere altitudinem glabri, ſtriati, foliis donati alternis, inferioribus pinnatis, foliolis plerunque biſerratis, lucidis, glabris, impari lacero, ſuperioribus tripartitis, iisdem integris, lanceolatis, flores axillares, & terminales ſpicati.

Io intrapreſi le mie ſperienze ſulla Datiſca nel noſtro Regio Spedale, ove era Medico aſtante l' anno 1787, e le proſeguii per tutto l'anno 1788. Per tre volte in queſto ſpazio di tempo regnarono Epidemicamente le febbri intermittenti, due volte cioè in Primavera, ed una volta in Autunno. Egualmente felice fu l'evento di queſte prove. Avendo io in allora cominciati i miei viaggi, tralaſciai di più uſare la Datiſca fino al mio ritorno, che fu l'anno 1792, dopo il qual tempo ne ripigliai l'uſo, e continuai a valermene, come tuttodì nella mia pratica me ne valgo con sì proſpero ſucceſſo, che mi è parſo degno di eſſere propoſto alla pubblica attenzione. Alcune di queſte ſperienze ſono ſtate fatte nell' Iſtituto Clinico, di cui m' è affidata la direzione, alla preſenza de' giovani Medici che v' intervengono. Il compleſſo di tutti gli ſperimenti fatti in diverſi tempi è troppo conſiderabile, onde convenga diſcendere al minuto dettaglio, ed eſporre la completa ſtoria di ognuno di eſſi, il che non formerebbe che una ſerie di inutili ripetizioni, onde io mi contenterò di preſentarne i generali riſultati, narrando ſoltanto per eſteſo alcune di quelle ſtorie, che per qualche particolar circoſtanza mi ſembreranno meritare una diſtinta attenzione.

Gli effetti primi ſenſibili, che produr ſuole la Datiſca ſono diverſi ſecondo le diverſe circoſtanze dell' infermo, cui viene ſomminiſtrata, ed anche ſecondo la doſe, a cui viene eſibita. Se l' infermo per una eccitabilità particolare di ſtomaco, o per la preeſiſtenza di ſtimoli ſaburrali nello ſteſſo viſcere ſi trovi avere qualche diſpoſizione al vomito, o ſe la doſe del rimedio ſia un po' forte, allora queſto con facilità eccitando un moto antiperiſtaltico nel ventricolo promove delle evacuazioni più o meno forti per la parte ſuperiore, in queſto ſomigliando alla Cinchona di S. Lucia, o a quella che diceſi Piton, le quali ſogliono egualmente produrre per poco il vomito. Che ſe preeſiſta nel paziente una diſpoſizione alla diarrea, cioè ſe una maggior eccitabilità v' abbia nelle inteſtina, o vi ſia in eſſe una raccolta di materie pronte ad evacuarſi, o ſe la doſe ſia minore, egli è allora il seceſſo, che viene promoſſo dalla Datiſca. Qualche volta avviene eziandio, che entrambe le evacuazioni vengano ſimultaneamente procurate. Queſta di lei azione ha fatto penſare a qualcheduno, che la Cannabina agiſca ſulle intermittenti colla ſola ſua forza draſtica, per cui elimini il ſomite morboſo eſiſtente nelle prime vie, e che quindi convenga reſtringerne l'uſo a' que' caſi ſoltanto, ove una ſaburra da ſcacciarſi produce la febbre, o la ſoſtiene; ove in ſomma converrebbe un Emetico, od un purgante. Ma queſta idea non ſembra ſoſtenibile, ſe ſi rifletta, che molte altre volte non ſi vede ſeguito l'uſo della Cannabina da veruna evacuazione, ma da ſoli tormini, o nauſee, o da ambaſce generali, e molte volte ſi vede anche rotto il periodo febbrile ſenza averſi altro ſegno manifeſto della di lei azione.

Alcune volte mi è anche avvenuto di oſſervare, che ſotto l' uſo della Datiſca il numero delle pulſazioni arterioſe ſi accreſce ſenſibilmente per modo, che nel tempo ſteſſo d' una perfetta Apireſſia manifeſtata dall' aſſoluta mancanza di ogni altro ſintomo di febbre, e dal regolar compimento di ogni funzione, il ſolo polſo è di maniera tale frequente, che ſi direbbe febbrile, ſe la frequenza ſola baſtaſſe a darle un tal carattere, come già lo preteſero alcuni ſiſtematici. La prima volta, ch' io oſſervai queſto fenomeno ſi fu in un Quartanario; di cui ecco la ſtoria.

Un giovine di venti anni circa cominciò nell' Autunno dell' anno 1787 ad aſſoggettarſi ad una gagliarda febbre quartana, che gli durò tutto il ſeguente inverno, e buona parte della primavera del 1788. Egli preſe ſul principio una conſiderabile quantità di Chinachina, dalla quale non ritraſſe il menomo vantaggio. Eſſendoſi ſcoperto in coſtui un notabile accreſcimento del volume della milza, cominciò a far uſo di bocconi di Rabarbaro, ſapone, terra fogliata ec. e ne ſeguì l'uſo coſtantemente tutto l'inverno, e parte della primavera, ma pur ſenza prò, eſſendoſi anzi ridotto d'un color giallaſtro, cachetico, e privo di forze. In queſto ſtato egli cominciò a far uſo della Datiſca. Il primo giorno queſta gli produſſe del vomito, dopo il quale però proſeguì la quartana immutabile il ſuo corſo. Gli ſi continuò a dar il rimedio, ma a doſe minore, ſicchè non gli producea veruna evacuazione, ma ſolo un interno tumulto, che gli girava per le inteſtina. Sotto l' uſo continuato di quello ſe gli fece il polſo frequente ne' due giorni liberi egualmente, che nel dì dell' acceſſo. A giudicar dal ſolo polſo ſi ſarebbe ſoſtenuto, che la febbre ſi era fatta continua, ma nel tempo ſteſſo tutti gli altri ſintomi indicavan anzi eſſer quella finita. Si dileguò il ſenſo di freddo, che ſolea precederne gli acceſſi: alla laſſezza, ed al maleſſere ſottentrò un interno ſenſo di ſanità, il colorito ſi fece migliore, riacquiſtò le perdute forze, e proteſtando di ſentirſi tanto ſano, quanto altra volta mai in vita ſua, ſi rimiſe, ſempre ſuſſiſtendo la ſteſſa frequenza di polſo, al ſuo ordinario travaglio. Io lo rividdi qualche meſe dopo, mi raccontò d' eſſere ſtato ſempre aſſai bene: gli toccai il polſo, e lo trovai ridotto alla naturale frequenza; la milza eraſi alcun poco ſminuita di mole, ma non del tutto.

Queſta oſſervazione unita ad altre affatto ſimili, ch' io qui tralaſcio per brevità, non ſembrerebbero forſe provare, che la Datiſca ha la proprietà di eſercitare in alcuni caſi un' azione particolare eccitante ſul ſiſtema arterioſo? Azione, che ſarebbe preciſamente l' inverſa di quella, che eſercitar ſogliono in certi caſi ſul ſiſtema medeſimo la Digitale purpurea L. e il *Rododendron Chriſantemum* L., dall' uſo delle quali piante le pulſazioni arterioſe ſi ſono vedute acquiſtare una rarità conſiderabiliſſima? E qualora col mezzo di moltiplicate oſſervazioni ſi foſſe arrivato a conoſcere, e diſtinguer bene le circoſtanze particolari, nelle quali queſta diverſa azione ha luogo, non ſe ne potrebbe forſe trarre un buon partito, uſando la Datiſca, qualunque volta il ſiſtema arterioſo peccaſſe per inerzia, e languor d' azione, e foſſe indicato l' animarlo, e l' eccitarlo anche ad azion febbrile, come ſe ne potrebbero forſe giovevolmente colle altre due piante reprimere, e rallentare i movimenti precipitoſi?

Non mi è accaduto di oſſervare, che la Datiſca abbia alcuna azione deciſa ſulle vie dell' urina, onde ne promova, o ne rallenti il corſo, come ho provato averla la China-china in una mia Diſſertazione ſtampata queſt' anno a *Pa-*

via. Così neppure ho io veduto copioſi ſudori, od altro fenomeno che indicaſſe un'azione poſitiva della Cannabina ſulla cute: ſoltanto in alcuni rari caſi, cui riferirò di ſotto, mi è avvenuto di vedere qualche eruzione cutanea ſeguir l'eſibizione della ſteſſa.

O ſia però, che la Datiſca produca qualcheduno degli accennati ſenſibili effetti, o ne produca diverſi nello ſteſſo infermo, ovvero anche non ne produca alcuno; il riſultato però più coſtante delle mie oſſervazioni ſi è, che eſſa rieſce beniſſimo a troncare il corſo delle febbri intermittenti. Qualche volta la prima, o la ſeconda doſe di eſſa baſta all'intento: qualche volta è neceſſaria la quinta, o la ſeſta. Ho anche veduto, che alcune volte la febbre viene immediatamente troncata: alcune altre volte continua dopo l'interruzione del rimedio per due, o tre paroſſiſmi, indi ſenza biſogno di ulteriori doſi, ſvaniſce. Delle febbri di qualunque forza, di qualunque tipo, cotidiano, terzanario, quartanario hanno egualmente ceduto. La Cannabina ha domato delle febbri, che da quattro, ſei, ſin otto meſi reſiſtevano oſtinate a qualunque rimedio, ed a qualunque metodo, ed allo ſteſſo ſpecifico del *Perù*.

Affine però di ottener dalla Datiſca tutto il vantaggio deſiderato, e di eſſer certi della di lei azione ſanatrice, è coſa ſommamente neceſſaria il riſtringerne l'uſo entro i ſuoi giuſti limiti, e non già conſiderarla come un immancabile univerſale ſpecifico. La Chinachina anch'eſſa rieſce inutile, anzi dannoſo rimedio nelle mani di chi ne generalizza di troppo la preſcrizione, onde nacquero i tanti mal inteſi biaſimi, ed il diſcredito ingiuſto, in cui era caduta preſſo molti, maſſime ne' primi tempi, in cui cominciò ad eſſer in voga.

E' neceſſario divider co' buoni pratici le febbri periodiche ed intermittenti in due claſſi, le vere cioè, che diconſi anche legittime, o primarie, e le ſpurie, che chiamanſi anche ſintomatiche, o ſecondarie, diviſione ſu cui ha particolarmente inſiſtito il Celebre Sig. *Frank* nel ſuo Opuſcolo *de Ordinandis morborum periodicorum familiis*. Nella prima claſſe vengono compreſe quelle intermittenti particolarmente, che naſcono da' Miaſmi paludoſi, e che regnano per lo più epidemicamente: nella ſeconda poi vi ſtanno quelle, che ſono legate all'eſiſtenza d'un altro vizio della macchina, come il Celtico, l' Etico, lo Scorbutico ec. il quale quaſi cauſa e fomite permanente le ſviluppa, e mantiene. Siccome egli è alle febbri della prima claſſe, alle vere cioè, e primarie, che l' utilità della Peruviana ſcorza è limitata, così in eſſe ſoltanto può contarſi molto ſull' attività, ed efficacia della Cannabina. Preſentandoſi una febbre di queſta claſſe, qualunque ſia il tipo, ch'eſſa veſta, e qualunque ne ſia la forza, ſe ſia ben pura, e ſcevra da complicazioni, egli è ben noto, che il Medico può prometterſi con fondata ſicurezza di troncarne immantinente il corſo colla Chinachina: e parmi poter dedurre dalle mie ſperienze, che lo ſteſſo felice evento può aſpettarſi dalla Datiſca: almeno le eccezioni a queſta regola, che ho incontrate nel corſo della mia pratica, ſono aſſai poche, e forſe dipendenti dal non aver potuto ſcoprire qualche latente circoſtanza, per cui la febbre apparteneſſe alla ſeconda claſſe, anzichè alla prima. Nel caſo poi, che qualche complicazione unitamente ſi preſenti, come ſe la febbre attacchi un corpo affetto d'una flogiſtica diateſi, o d'una flogoſi parziale, oppure che abbia le prime vie imbarazzate da gaſtrico ſmegma, è ſentimento comune de' migliori Scrittori, che convien meglio levar tali complicazioni prima di accingerſi a ſopprimer la febbre colla Chinachina, a meno che delle circoſtanze imperioſe, quali ſono quelle d'una febbre perniciosa, non isforzino a porgere un prematuro, ma neceſſario ſoccorſo: e queſta ſteſſa regola conviene applicarla eſattamente all' uſo della Datiſca (11).

---

(11) Il *Brovvn negli Elementi di Medicina* al Paragrafo 650. rigetta e cerca di diſtruggere tutte queſte idee, che ſono quelle de' più accreditati Scrittori, e ſtabiliſce per generale Aſſioma, che mai può nelle intermittenti convenire il ſalaſſo, e mai la purgagione, perchè a' mali Aſtenici, ſotto la qual claſſe gli piace di collocar le intermittenti, non poſſono mai eſſere che nocivi i rimedj debilitanti. Ma quando preſſochè tutti i Pratici, cominciando da *Ippocrate*, *Celſo*, *Aſclepiade*, e venendo a *Thompſon*, *Baumes*, *Melart* ec. ci aſſeriſcono ſantamente di aver curate intermittenti ſenza numero colle purghe, e cogli Emetici: quando i faſti Medici a folla ci preſentano le Storie di Epidemie intiere, ove gli Ammalati, ne' quali ſi premetteva la purga, o l' Emetico, ottenevan ſubito o pace, o tregua dalle febbri, che li affliggevano, laddove quelli, ne' quali ſi traſcuravano queſte evacuazioni, e ſi uſava la Corteccia, o qualche altro metodo, erano più ferocemente, e più lungamente maltrattati, come mai può crederſi a *BroWn* l' aſſerzion ſua gettata sì francamente al Paragrafo 655, che *Omne purgationis genus, quoties ejus periculum factum eſt, haud ambiguæ noxæ*

Nel caſo d'una generale inflammatoria diateſi, la tonica forza della Cannabina tendendo ad accreſcere la diateſi ſteſſa potrebbe portarla ad un grado pericoloſo, e l'urto di eſſa potrebbe produrre qualche ſconcerto; onde è prudente regola il premettere all'uſo di eſſa uno, o più Salaſſi, e di ſervirſi di quella parte di regime antiflogiſtico, o debilitante, che la particolar ſituazione dell'infermo ſuggeriſce.

Le flogoſi limitate di qualche viſcere, o di qualche altra parte, che complicanſi talora alle intermittenti, ſono di due claſſi, acute cioè, e croniche. Tanto nelle une, quanto nelle altre ſi deve indagare per mezzo de' ſegni proprj indicati da tutti i buoni pratici, ſe ſieno eſſe dipendenti dalla cauſa ſteſſa, che produce la febbre, oppure ſe ne ſieno ſeparate, e formino una malattia a parte. Nel primo caſo ſappiamo che la Chinachina toglie beniſſimo e la febbre, e la complicazione unitavi; e dei Pratici valenti, come *Sarcone*, *Cleghorn*, *Medicus* ec. col mezzo di queſta hanno ſalvati i loro infermi da feroci acute infiammazioni di qualche viſcere, come giornalmente i buoni Oſſervatori riconoſcono eſſer dalla Chinachina ſteſſa vinte aſſieme colle intermittenti anche le croniche flogoſi del fegato, della milza ec. che le accompagnano, e che conoſciute vengono coll'erroneo vocabolo di Oſtruzioni (12). Nel ſecondo caſo poi ſappiamo, che

---

eſſe deprehenditur? E quando noi ſappiamo, che ſenza parlar di *Botallo*, di *Chomel*, e de' loro ſeguaci, che han generalizzato anche di troppo il principio di curar le intermittenti col ſalaſſo, e ſenza valutar l' uſo generale, che v' ha in alcuni Paeſi, come nell' Olanda al dir di *Fordyce*, di curarle colla ſola lancetta, e col nitro, tutti i più ſinceri Scrittori ci aſſicurano di aver oſſervato eſſer il ſalaſſo un ottimo rimedio, ſe non capace di toglier intieramente da per ſe ſolo la febbre, almeno coadjuvante moltiſſimo l' azione degli altri rimedj: quando ſappiamo che *Senac*, *Lautter*, *Richa*, *Boucher*, e cento altri Pratici han veduto delle periodiche che coi ſalaſſi ſi curavano facilmente, ommeſſi queſti diventavano continue, e rapidamente uccidevano gli infermi, coſa mai giudicare dell' altra aſſerzione *Brownniana* egualmente ardita, che *ſanguinis detractionem vix quiſquam ſanus vel tentavit?* Queſti non ſono i ſoli punti, ne' quali il ſiſtema di *Brown* mi pare in oppoſizione non già colle Teorie, o colle opinioni di tutti gli altri Scrittori, le quali potrebbero eſſer pretti pregiudizj malgrado la loro antichità, ed univerſalità, ma coi fatti i più ſemplici, i più coſtanti, che non poſſono negarſi ſenza roveſciar a capriccio il fondamento più certo della Medica Scienza, l'*Oſſervazione*.

(12) Il nome d'Oſtruzione, che ritienſi tutt' ora nelle Scuole, deriva dalla antica ſuppoſizione d' un lentore, d' una viſcoſità del ſangue, per cui arreſtandoſi ne' canali minimi vaſcolari del fegato, o della milza, o di qualunque altro viſcere, ne oſtruiſſe le boccuccie, li rendeſſe impermeabili, e formaſſe quivi un oſtacolo alla libera circolazione. Al dì d'oggi è aſſai generalmente riconoſciuta l' inſuſſiſtenza di queſto lentore, di queſt' arreſto, e la Patologìa, che

la Chinachina intempeſtivamente uſata rieſce nociva, ed *Haſenöhrl*, *Boucher*, *Kirkland* ed altri ci hanno laſciato ſtorie di intermittenti complicate con flogoſi acute locali, delle quali la cura richiedeva i ſalaſſi, ed il regime antiflogiſtico, e la Chinachina o mai, o ſol tardi conveniva, come giornalmente veggonſi le croniche flogoſi de' viſceri accreſcerſi ſotto l'uſo di queſta, data per troncar l'unitavi intermittente. Le ſteſſe regole ſono aſſolutamente da ſeguirſi nell' amminiſtrazione della Datiſca, e con tanto maggior preciſione, quanto l'energia, e l'urto di queſta eſſendo maggiore di quello della Corteccia, gli ſconcerti, e le conſeguenze potrebbero eſſerne più gravi.

Nel caſo, in cui gaſtriche ſaburre ſieno unite alla periodica febbre, e ne formino una complicazione, la Datiſca ha un deciſo vantaggio ſulla ſteſſa Chinachina. Siccome queſta deve in tal caſo eſſere ſempre preceduta da qualche emetico, o purgante, che ſgombri le prime vie, e faciliti, e renda efficace la di lei azione, così la Datiſca, che ha la proprietà di ſervir in tali circoſtanze da ottimo rimedio eva-

---

deriva l'origine de' morbi dalla craſſizie, o tenuità degli umori, è rancida, ed antiquata. Eppure ſi ritiene tutt'ora il vocabolo di Oſtruzione, che ad eſſa immediatamente ſi appoggia, e ne riſveglia quaſi neceſſariamente l'idea; ed in conſeguenza di queſto convien ritenerne degli altri ancora. Le Oſtruzioni preſentano per indicazione di deoſtruire, aprire i canalicoli chiuſi, e ſono perciò indicati i rimedj deoſtruenti, aperitivi, incidenti, riſolventi ec. Indicazione, ed indicati non meno ipotetici, e fallaci: così la Patologìa, e la terapeutica di queſti mali non ſono che romanzeſche. Quanto mai ſarebbe deſiderabile una riforma nella vizioſa nomenclatura della Medica Scienza, e quanto lodevoli ſono, e degni d' incoraggimento gli sforzi di que' Moderni che l' han tentata! Io per me guardo le malattie chiamate volgarmente *Oſtruzioni*, come ſemplici croniche flogoſi de' viſceri. Io ſono indotto a così penſare dal compleſſo de' ſintomi, che ſono gli ſteſſi d' ogni altra infiammazione: vale a dire l' intumeſcenza della parte, l'accreſcimento dei di lei vaſi oſſervato da *William Kunter*, e dal *Rezia*, lo ſviluppo della di lei cellulare notato dal *Teſta*, il dolore, che alle volte ivi ſi fa ſentire, e ſi ſentirebbe più ſpeſſo ancora, ſe queſti viſceri non aveſſero una ſpecie d' indolenza, per cui nelle ſteſſe più acute infiammazioni danno pochiſſimi, o neſſun ſegno di ſenſitività. Non potrebber forſe ridurſi qua le accreſciute pulſazioni della Milza oſſervate da *Tulpio*? Io ſono confermato in queſto ſentimento dalle terminazioni di queſti mali, analoghe pure a quelle delle Infiammazioni, cioè riſoluzione, ſuppurazione, ſcirro, Idrope, gangrena. Si aggiunge in fine a tutto ciò il rifleſſo, che tutti i rimedj decantati ſotto il nome di deoſtruenti, incidenti ec. non poſſono conſiderarſi ſotto un punto di viſta più ſemplice di quello di leggeri ſtimolanti, capaci di mantenere pel lungo tempo, per cui ſoglionſi uſare, un punto d' irritazione nel tubo inteſtinale, atto a formare una ſalutare rivulſione dell' azione delle forze della vita dal viſcere affetto; locchè forma una delle indicazioni più ragionate e più utili in tutte le croniche infiammazioni.

cuante, riempie da ſe ſola tutte le indicazioni, e riſparmia all'infermo la moltiplicità, ed il cambiamento de' rimedj, che gli rieſce di aggravio, ſe povero, o di noja ſe nauſeabondo, o delicato.

Diverſo è l'affare trattandoſi delle ſebbri della ſeconda claſſe. Come in eſſe la Peruviana corteccia è ſtata trovata coſtantemente o di neſſuno, o d' un accidentale vantaggio, così nulla, o poco ſembra che aſpettar ſi poſſa di bene dalla Datiſca. Queſta claſſe in fatti è un'unione maliſſimo inteſa di ſebbri accozzate inſieme per una ingannevole eſterna ſomiglianza del tipo, e della forma apparente, ma che ſono realmente tra di loro differentiſſime quanto al fondo, ed all' intima loro natura. La ſebbre intermittente legata ad un ulcere, o ad un tubercolo polmonare, quella che è ſoſtenuta dalla Diateſi venerea, e così le altre ſecondarie appartengono eſſenzialmente a delle ſpecie di mali diverſiſſimi, nè poſſono che per illuſione Noſologica unirſi ſotto una ſola claſſe, e richiedono perciò dei metodi di cura affatto diverſi. E come potrebbe ragionevolmente eſigerſi dalla Cinchona, o dalla Datiſca, che foſſe lo ſpecifico egualmente del vizio venereo, dell'Ulceroſo, dello Scorbutico ec.

Quantunque però il vero, e convenevole metodo di trattare le ſebbri ſecondarie ſia quello di diriger le viſte curative alle riſpettive cagioni, e cercar di togliere il vizio ſpecifico, che le ſoſtiene, pure non voglio tralaſciar di qui raccontare alcune ſtorie di intermittenti di queſta ſpecie, nelle quali la Datiſca ha prodotto del vantaggio.

Un giovane, che qualche meſe prima avea avuta la rogna, da cui era guarito medianti le unzioni fatte coll'unguento di Zolfo, fu aſſalito da una terzana. Dopo il ſecondo paroſſiſmo di queſta, ei preſe la Datiſca, che non produſſe in lui alcun ſenſibile fenomeno: ſolo la ſebbre non tornò più, ed in vece egli copriſſi a tutti due i carpi di puſtole ſcabbioſe della ſteſſiſſima qualità delle prime, che dopo qualche giorno cominciaronſi a perdere, e con una leggeriſſima unzione ſi dileguarono affatto.

Una donna di cinquant'anni ſu aſſalita da una doppia terzana allo ſcomparir d'una rogna, cui avea adoperato l' olio irritante del Leandro. La prima doſe, che pigliò di

Cannabina la fece vomitare, come pur la ſeconda, benchè minore. Siccome il vomito la ſconcertava aſſai, ſenzachè la febbre perdeſſe punto di forza, così fu ſcemata di nuovo la doſe, e vi fu unito un poco di ſciloppo di Papaveri. In queſta guiſa continuò l'uſo del rimedio per pochi giorni, dopo di che la febbre ſcomparve, ſenzachè però ſortiſſe alcuna eruzione.

Un altro giovine, che avea una terzana, avendo dopo il quarto acceſſo preſa la Datiſca, ne reſtò libero ſenza ſentirne il menomo incomodo: ſolo gli ſi fece ad ambi i carpi un'eruzione copioſa di minute puſtole piene d'una bianca linfa, raſſomigliantiſſime a quelle della ſcabbia, non però pruriginoſe, che poi da per ſe ſvanirono. Ei diſſe di non aver mai avuta alcuna malattia di pelle.

Un poſtiglione era aſſai mal ridotto da una terzana feroce, che da due meſi lo tormentava. Eſſendogli ſtati ſenza verun profitto amminiſtrati da un altro Medico molti rimedj, tra' quali una conſiderevol doſe di Chinachina, io volli tentar la Datiſca.

Queſta gli diede qualche poco d' interna agitazione, e produſſe qualche leggero ſcarico di ventre. Ma il rimarchevole ſi è, che la ſera in cui ſi aſpettava l'acceſſo, queſto affatto mancò, ed in vece ſi manifeſtarono delle doglie acerbiſſime a tutte le articolazioni. Allora l'infermo confeſsò ciò che dapprima avea ſempre taciuto, cioè, ch'egli avea da principio una Gonorrea, la quale ſotto l'uſo di certi irritanti injezioni fattegli da un Chirurgo eraſi iſtantaneamente arreſtata: che a queſto arreſto erano ſucceduti ſenza intervallo dolori articolari ſomiglianti a quelli, che attualmente lo affliggevano, e che al ceſſar di queſti avea fatta la ſua comparſa la febbre. Dopo la quale confeſſione guardandoſi queſta ſucceſſione di mali, e l' artritide ſteſſa come dipendente dallo ſteſſo principio celtico, fu uſato l'Oppio, col quale guarì perfettamente.

Quantunque in queſti caſi la febbre apparteneſſe alla ſeconda claſſe, delle ſpurie cioè, o ſecondarie, è però ſenſibile il vantaggio, che dalla Datiſca ſi ottenne. Non potrebbeſi adunque col moltiplicar cautamente le Oſſervazioni ſperar di rinvenire, e determinare con preciſione dei caſi di febbri ſpurie, alle quali poteſſe convenire vittorioſamente la Datiſca? Le forti ſcoſſe eccitatrici, che queſta porta ſulle prime vie, e che quindi ſi diffondono per tutta la Macchina, e ne alterano, e ne invertono i movimenti, e le azioni, non promettono forſe, qualora ſieno a propoſito concertate, di produrre de' ſalutari cangiamenti, non iſperabili dalla Peruviana corteccia?

La maniera ordinaria, della quale io ſoglio ſervirmi nell'amminiſtrar la Datiſca, ſi è di darla in ſoſtanza, vale a dire di uſar la polvere delle foglie ben diſſeccate. La doſe ne è da uno ſcrupolo alla mezza dramma, che ſi ripete per tre, o quattro mattine. Quantunque il volume di queſto rimedio ſia pochiſſimo conſiderabile, pure chi voleſſe diminuirlo ancora, potrebbe ſervirſi dell'eſtratto.

Se ne formano pillole di tre grani per cadauna con grano di polvere; e dandone dalle tre alle ſei per diverſe mattine ſe ne hanno gli ſteſſi vantaggi, a riſerva ſoltanto di eſſer un pò più tardivi. Siccome poi l'eſtratto dopo lo ſpazio d'un anno perde di ſua forza, così dopo detto termine fa d'uopo formár ogni pillola di quattro grani di eſtratto con due di polvere. In fine per chi amaſſe meglio di prender il rimedio ſotto la forma liquida, può uſarſi l'infuſione fatta coll'erba freſca, la cui doſe è dalla mezza oncia fino ad un'oncia.

Le recidive de' febbricitanti trattati colla Datiſca ſono ſtate aſſai poche, e mi ſono ſembrate in proporzione più rare di quelle, che accadono ſotto l'uſo della Chinachina. E' queſto un altro titolo, per cui io rinuovo i miei voti, affinchè altri Medici dotati di penetrazione, e di ſpirito oſſervatore vogliano metter alla prova la Datiſca, onde confermandoſene le ſalutari proprietà rendaſi più comune l'uſo di un rimedio sì commodo, e di sì poco diſpendio.

DELLA LEGGE

D' immutabile capacità, e neceſſaria contrarietà di ecceſſo, e difetto di elettricità negli oppoſti lati del vetro, e di altro ſtrato reſiſtente ſuppoſta da Franklin *per la ſpiegazione della carica, e della ſcarica elettrica nella boccia Leidenſe.*

Del P. CARLO BARLETTI.

NElla ipoteſi immaginata per iſpiegare la carica, e lo ſcoppio della boccia Leidenſe, quella perſetta eguaglianza di contraria elettricità negli oppoſti lati del vetro (*a*) non per altra ragione fu aſſunta da *Franklin*, ſe non perchè ſtabilì da principio per legge immutabile, e propria di ogni ſtrato, o lamina di vetro, che foſſe neceſſariamente in ciaſcuno di quegli ſtrati o lamine certa quantità di elettrico fluido, che ne eſauriſſe la capacità, e ne coſtituiſſe il naturale equilibrio. Finchè tale quantità rimane con perfetta egualianza diviſa fra quelle due oppoſte facce del vetro, ſiccome è perciò in perfetto equilibrio, non porge alcun ſegno della ſua eſiſtenza. Qualora però in qualſivoglia modo viene accreſciuta, o tolta in una di quelle oppoſte facce qualche porzione di elettrico fluido, non rimane con ciò alterata punto nè la naturale capacità del vetro, nè la quantità ſteſſa della naturale ſua elettricità; che anzi non accade nell' una, e nell' altra faccia ſe non un ſemplice cambiamento di luogo dell' elettrico fluido preeſiſtente. Talchè quanto di queſto fluido ſi toglie, o accreſce in una faccia, altrettanto appunto, anzi quello ſteſſo deve o accreſcerſi, o toglierſi nell' oppoſta faccia dello ſteſſo vetro. Indi ne riſulta l'ecceſſo in

---

(*a*) Di queſta parte della *Frankliriana* ipoteſi vedi la Diſſertazione pubblicata nel Vol. IV. pag. 304 di queſte *Memorie di Matematica, e Fiſica.*

una eguale al difetto nell'altra faccia; ed in queſto cambiamento di luogo, e nell' ecceſſo, o difetto corriſpondente, e non in verun altro incremento di elettricità conſiſte la carica (*Franklin Op. Vol. I. Lettera* 4. *n.* 8. *e* 13.) a tal ſegno, che perfino il nome di carica non è che improprio (*Ivi n.* 12.) come eſpreſſamente dichiara *Franklin* medeſimo. Comunque ſi preſti il vetro a ſiffatto cambiamento di luogo della naturale ſua elettricità, non muta però con queſto nè l'aſſoluta ſua capacità, nè la quantità ſteſſa di elettricità, che è ſua propria; che anzi la ritiene con forza, e *oſtinazione* (*Ivi n.* 14.). Indi ſebbene in tale ſtato ſia nel vetro una faccia piena, e pronta a rigettare l' altra vuota, ed eſtremamente *affamata*: con tutto ciò la prima non ne rigetterà mai la menoma particella, ſe non può queſta *nello ſteſſo iſtante* riceverſi dall'altra oppoſta; nè queſta ne riceverà giammai un punto, un atomo ſolo, che non proceda *nello ſteſſo iſtante* da quella prima faccia (Ivi n. 11.). Ed in queſta iſtantanea reſtituzione, o circolazione al naturale luogo di ciaſcuna parte della elettricità del vetro conſiſte la ſcarica, e lo ſcoppio della boccia Leidenſe.

Non mi fermerò qui ſul vecchio errore di neceſſità del moto iſtantaneo introdotto non già ſu qualche nuova ſembianza di vero (poichè in realtà l'elettricità ſi propaga con rapidità bensì grandiſſima, ſempre però con ſucceſſione di luogo, e di tempo) ma derivato unicamente dal ſuppoſto principio d' inalterabile capacità, e d' indomabile oſtinazione del vetro a non cangiare nemmeno per un impercettibile momento nè in più, nè in meno, ma permettere ſoltanto mutazione di luogo, e ſemplice traſporto nella naturale ſua doſe di elettricità. Quella neceſſaria conſeguenza di moto iſtantaneo riconoſciuta da *Franklin* medeſimo avrebbe dovuto eſſere ſufficientiſſima per indicare la falſità dell' ipoteſi.

Non parlerò della morale ſeveriſſima di queſto fluido ridondante, per ſe ſteſſo attiviſſimo, mercè la quale non vi è mezzo, nè via di farlo ſpendere un atomo ſolo della ſua ſoſtanza, ſe non lo rimborſa nell' iſtante medeſimo all' oppoſta faccia del vetro, che ne è la proprietaria, e creditrice; nè della ſcrupoloſità più che eroica della faccia vuota, e affamata a non volerſi riſtorare nemmeno per un iſtante, neppur d' una ſtilla di altra elettricità, ſe non della ſua propria, la quale ſta nell' oppoſta faccia ſtruggendoſi indarno di pari ardore per ſatollarla. Sono queſte idee morali contrarie a tutti i notiſſimi fenomeni delle chimiche affinità ſottilmente bensì, ma infelicemente applicate alla Fiſica ſecondo l' antico ſtile delle cauſe finali.

Nulla dirò dell' intera, e piena azione, che in queſta lotta di deſiderj, e di eſigenze ſi fa paſſare attraverſo tutta la groſſezza del vetro ſenza la minima diminuzione, e reſiſtenza per cacciare, o trarre dall' oppoſta faccia la quantità eguale di fluido, che accorre, o parte dall' altra. Mentre in tutte le fiſiche idee il mezzo reſiſtente non può a meno di non cauſare qualche diminuzione di forza, e di effetto in proporzione della ſua capacità a reſiſtere; e qui che ſi ſuppone il vetro impermeabile, dovrebbe eſtinguerla interamente. Laſceremo ai Metafiſici la gloria di conciliare l' impermeabilità del vetro colla ſuppoſta eguaglianza di mutua azione tra le oppoſte ſue facce; giacchè non avendo nè la prima, nè la ſeconda veruna realtà, ſarebbe la loro conciliazione poco ad un Fiſico glorioſa.

Farò un ſolo cenno della inſigne contraddizione; che a me ſembra palpabile, benchè da altri che io ſappia non oſſervata, nella proporzione ſteſſa della carica ſecondo la *Frankliniana* ſuppoſizione. Riſiede nella due oppoſte facce del vetro naturalmente eguale doſe di elettricità. Qualunque cauſa ne accreſca, o ne tolga in una faccia, deve in proporzione cavarla, o tramandarla ſull' oppoſta faccia. Ora io dico quella cauſa, che la toglie, o la tramanda ſull' oppoſta faccia, dovrà certamente far per lo meno tanta azione ſulla faccia ſteſſa, nella quale opera immediatamente, quanta ne fa ſull'. oppoſta (preſcindo qui dal nodo di reſiſtenza, e d' impermeabilità più ſopra notato). Se dunque nell' oppoſta faccia toglie o manda una data parte della naturale doſe di elettricità, anche in queſta, ove da principio, e per natura era a quella eguale, dovrà toglierne, o rimetterne altrettanta. Il che ſe ſi nega, rimane la forza inducente, o eccitante l' elettricità ſenza verun effetto ſulla faccia immediatamente ſoggetta all' azione ſua, e ſi eſtende in vece intera ſoltanto nell' oppoſta faccia, a cui è intermedia la ſuppoſta impermeabile ſoſtanza del vetro. Che ſe anche in queſta prima faccia toglie o rimette elettricità proporzionata alla forza eccitante, cerco dove la mandi, o d'onde la tolga? Poichè ſe la manda ſimilmente nell' oppoſta faccia, o indi la toglie, la permutazione ſarà reciproca; nè per tale vicendevole progreſſione vi ſarà giammai il preteſo eccesſo, o difetto per cambiamento di luogo.

Se in fine ſi nega queſta reciproca tratta, e traſſunzione, allora la progreſſione dell' eccesſo, e del difetto non può nè procedere, nè pare altrimenti, come ſi ſuppone in ſemplice ragione della parte tolta, o tramandata dalla prima all' oppoſta faccia, in cui comincia la ſerie; ma forza è, che qui creſca, o ſcemi in ragione ſempre dupla. Poichè oltre la parte tratta, o traſmeſſa dalla prima nell' oppoſta faccia, rimane in queſta, o in quella di più la parte corriſpondente, che non può non eſſervi, e frattanto non ſi vuole nè tramandata, nè tolta. Sia per eſempio la naturale doſe di elettricità in ciaſcuna faccia eguale a dieci. Non poſſo torre da quella faccia una decima, e riportarla in queſta ſenza che in queſta non monti ad undeci, e là non reſtino che nove; e non ſia perciò la differenza eguale a due. E ſimilmente togliendo la ſeconda parte là reſteranno otto, e qui ſaranno dodeci; e ſarà perciò la differenza eguale a quattro; e così in ſeguito. E nella reſtituzione all' oppoſto, in cui conſiſte la ſcarica, non ne ripaſſerà giammai ſe non la metà. Il che ſarebbe ripugnante non ſolo ai fenomeni, ma anche alla ſteſſa *Frankliniana* ſuppoſizione della ſcarica eguale alla carica.

Immaginò taluno di prevenir queſto nodo paragonando la poſitiva, e la negativa elettricità alle poſitive, e negative quantità matematiche ſenza riflettere, che il comune limite di codeſte matematiche quantità è il zero; onde la natura di ciaſcuna riſulta direttamente contraria alla natura dell' altra. Quando per oppoſto il comune limite delle due elettricità conſiſte nell' eguale diſtribuzione di una ſteſſa identica quantità; e in ſomma poi dal ſemplice traſporto di una parte ſull' altra, che era in prima eguale, ſi vorrebbe far naſcere e la contraria loro natura, e la coſtante ragione di eguaglianza nella loro contrarietà.

Vi fu perfino chi volle ſpiegar l' andamento della poſitiva, e negativa elettricità colle idee delle matematiche ſerie convergenti, e divergenti; e preſentò così l' inudito confronto di quantità aſtratte, che hanno per eſſenza il carattere di non pervenire giammai ne' loro termini a perfetta eguaglianza, colla fiſica idea delle contrarie elettricità, che per natura ſupporre ſi vogliono perfettamente eguali.

Quando io rifletto a ſimili condizioni d' ipoteſi, e di principj, che di leggieri ſi ricevono, e ſi rendono dominanti preſſo il bel mondo de' Fiſici, non poſſo a meno di non riconoſcere anche nelle ſcienze una certa vertigine non molto diſſimile da quella, che regge con perpetue vicende il guſto per le nuove mode, e per le coſe di eſtraneo, e rimoto paeſe.

Ciò non pertanto comparve da principio sì ingegnoſa l' analiſi propoſta da *Franklin* della boccia Leidenſe, ed abbagliò per tal modo colla ſemplicità delle combinazioni, alle quali appoggiò quel ſuo principio, donde la ſpiegazione di quel maraviglioſo fenomeno derivò, che come ſembravano direttamente compierne l' induzione, così neppure il ſoſpetto laſciavano di alcun lato debole, per cui poteſſero riſtringerſi, o limitarſi, non che abbatterſi. Se non vi è circolo di conduttori tra la faccia, che caricar ſi vuole, e l' oppoſta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per indurre la carica. Similmente ſe non vi è circolo di conduttori tra la faccia caricata, e l' oppoſta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per ottenere lo ſcoppio. Come dunque potrà quel principio pretenderſi fallace, e contradittorio? Perchè dovrà il genio, e la perſuazione per sì ſemplice, e felice ipoteſi paragonarſi al frivolo guſto delle mode, e delle ſtraniere novità? Non per altro, a dirlo in breve, e apertamente, ſe non perchè diverſa è l' apparenza dalla realtà: perchè quella induzione di ſperienze non corriſponde altrimenti al principio introdotto; perchè in fine quelle combinazioni ingegnoſe ſono imperfette, e non compiono l' analiſi del propoſto fenomeno.

Per eſporre con chiarezza, ed evidenza queſte mie rifleſſioni gioverà partirle in tre articoli; e dimoſtrerò nel primo che l' idea di ſemplice circolazione d' un fluido è precaria, nè deriva altrimenti dalle *Frankliniane* ſperienze.

Precarie

Precarie dimoſtrerò nel ſecondo articolo le conſeguenze del *Frankliniano* principio, nè in verun modo corriſpondenti all' ingenua eſpreſſione delle ſperienze medeſime. Proverò in fine, che non è altrimenti neceſſario l' intervento di oppoſti lati del vetro per avere la carica, e lo ſcoppio; e produrrò un nuovo genere di carica, e di ſcoppio elettrico monopleuro, e autopleuro ſomigliante al dipleuro finora noto.

ARTICOLO PRIMO

L' idea di ſemplice circolazione di un fluido è precaria, e non deriva altrimenti dalle Franckliniane *ſperienze*.

Nè occorre quì ripetere le *Frankliniane* combinazioni, che nel principio di queſta memoria riſerite abbiamo fedelmente colle iſteſſe eſpreſſioni del celebre Autore. Per poco che ad eſſe ſi rifletta con uſo di analitica Logica, anzi che con ſintetico criterio, come nelle mode appunto fa per coſtume la moltitudine degli uomini, indicano quelle pur bene certa corriſpondenza di azione fra l' una, e l' altra oppoſta ſuperficie del vetro tanto nell' atto, che ſi carica, quanto nell' atto, che lo ſcoppio ſuccede; ma non moſtrano per verun conto d' onde naſca ſiffatta corriſpondenza, e non è ſe non giuoco di prevenuta immaginazione il derivar quella corriſpondenza dalla preteſa circolazione; ed è poi giunta di fantaſia ſopra fantaſia l' immaginare ancor di più, che cotale circolazione ſia unica, e di ſolo eceſſo, e difetto di un ſemplice fluido. Anzi ſiccome indicano quelle ſperienze eſterna corriſpondenza di azione fra gli oppoſti lati del vetro, così ci guidano naturalmente a riconoſcere ſimile corriſpondenza fra i lati ſteſſi internamente attraverſo la ſoſtanza del vetro. Nè queſta interna corriſpondenza eſcluſa viene da veruna ſperienza, ma unicamente ſi elimina in virtù d' un nuovo sforzo di fantaſia coll' ipotetico nome di impermeabilità; alla quale impermeabilità, o incapacità ſuppoſta di azione per l' interna via dello ſtrato reſiſtente ripugnano apertamente i fatti più ſolenni, nei quali le bocce ſteſſe, e i quadri nel caricarſi in fine ſi rompono con manifeſto ſcoppio per la ſola via, e direzione interiore, ſenza veruna corriſpondenza, o mediazione di eſterno circolo; anzi all' oppoſto per ſolo, e pretto mancamento, e impedimento di quella ſteſſa comunicazione, che per cotale eſterior via ſi ſuole, o ſi vuole più d'ordinario rappreſentare, e condurre.

In oltre non vi è ſperienza, nè combinazione veruna, che eſiga quella ſuppoſta permutazione, o circolazione di un fluido immaginario a talento intruſo nella eſpreſſione di quelle ſperienze, le quali in realtà nulla altro eſprimono, ſe non *che per indurre la carica in una faccia del vetro è neceſſario, che ſi ſcoſti, o ſi eſterni con certa corriſpondenza nell' oppoſta faccia l' elettricità omologa a quella ſteſſa, per cui la carica s' induce; ſiccome per ottenere lo ſcoppio non vi è neceſſità di verun circolo, ma ſoltanto è neceſſario di volgere eſteriormente l' azione, colla quale ſi trattengono, e ſi legano inſieme attraverſo la groſſezza del vetro le due oppoſte forze di elettricità*. „ Il che ſi fa con l' arco, o con altro mezzo idoneo ad eſternare quella mutua azione delle elettriche potenze.

Che poi l'elettricità d'un lato della boccia ſia eguale, come vuole ſupporſi, a quella dell' oppoſto lato, non ſolo non ha apparenza di vero, ma è aſſolutamente falſo, ſiccome dimoſtrai nella Diſſertazione precedentemente citata.

Ma che quel ſemplice, ed unico fluido ſi muova, e proceda da un lato del vetro per traſportarſi nello ſteſſo iſtante ſull' oppoſto lato, in cui vuol farſi la carica per incominciarla, e proſeguirla (oltre che ſarebbe nello ſteſſo tempo effetto, e cauſa) è poi affatto contrario alla immediata evidenza del fatto. Mentre baſta indurre la carica a continua ſucceſſione di ſcintille per vedere, che eſiſtono ambedue diſtinte nello ſteſſo tempo le omologhe elettricità negli oppoſti lati del vetro; e ſi vede quella prima tanto diſtinta da queſta, che ſempre la precede; nè ſi trae dall' oppoſto lato la prima ſcintilla, che non balzi la ſeconda nel lato, che ſi carica. Ond' è, che la carica ſi compie (è può ſimilmente eſaurirſi, quando è compiuta) con due ſerie diſtinte di omologa elettricità negli oppoſti lati del vetro; le quali ſerie non ſono nè uguali, nè contemporanee, e tantomeno iſtantanee, come aſſume *Franklin*, ma con vera precedenza continua di luogo, e di tempo, e con neceſſaria diſuguaglianza di eceſſo nella prima di quelle ſerie.

Diſſi, che per indurre la carica in un lato del vetro l'omologa elettricità nell' oppoſto lato ſi ſcoſta, e ſi eſterna. Il che ſi verifica ſoltanto ne' vetri i più ſottili; e con certa proporzione di minore diſuguaglianza fra la prima, che s' imprime, e l' omologa che nell' oppoſto lato ſi eſterna, corriſpondente alla minore groſſezza del vetro, in cui ſi tenta di accumulare la carica. Il quale fenomeno diſtrugge apertamente la ſuppoſta impermeabilità degli ſtrati reſiſtenti, e rende evidente la neceſſaria corriſpondenza, e la maggiore proporzione di azione fra le elettriche potenze, quanto è minore la frappoſta ſoſtanza del vetro, per cui cotale azione ſi compie. Poichè per cominciare la carica ſteſſa negli ſtrati reſiſtenti aſſai groſſi, per eſempio di zolfo, ſi ſcoſta ſoltanto l' omologa elettricità per entro la ſoſtanza ſteſſa della materia reſiſtente verſo l' oppoſto lato, ma non ſi eſterna, e non appariſce in queſto oppoſto lato per verun modo ſenſibile. Lo ſteſſo accade ne' priſmi ſolidi, e ne' tubi di vetro, quando s' imprime, e ſi ſpinge l' elettricità ſecondo le lunghezze loro, come più eſteſamente oſſervai nell' analiſi di alcune ſomiglianti ſperienze di *Epino*, che perciò volli chiamarle lo ſpaccato della boccia Leidenſe *(a)*.

La realtà pertanto di quelle ſperienze non è, che ſopra un lato non poſſa accumularſi elettricità, ſe dall' oppoſto non procede; ma più veramente, e ſoltanto, che da quel primo per entro la ſoſtanza del vetro fino all' oppoſto lato vi è qualche coſa, che a codeſta accumulazione ſi oppone, e fa oſtacolo. Quindi è che il vetro, e qualſivoglia altra ſoſtanza capace di elettrica carica a ſomiglianza della boccia Leidenſe ſi chiama, ed è in realtà materia reſiſtente, ed oppone alla carica un oſtacolo proporzionato alla groſſezza, e alla direzione delle ſteſſe parti reſiſtenti. Si può adunque ricercare in qual modo ſi opponga, ſe direttamente, o indirettamente. Ma che intanto qui non ſi accumuli, perchè direttamente, e iſtantaneamente di là non viene, ſi può a genio immaginare, e non altrimenti dall' eſperimento dedurre.

(a) Dubbj, e penſieri ſopra la Teoria degli elettrici fenomeni num. XC. e ſegg.

Similmente per ottenere la ſcarica neceſſario non è verun circolo dall' uno all' oppoſto lato del medeſimo vetro, in cui e l' immutabile capacità, e il ſemplice traſporto, e indi la ridondanza, e l' impeto, e la vacuità, e il difetto, e l' eſigenza del ſuppoſto fluido, e ſomiglianti nomi, ſi aſſeriſcono gratuitamente, e per ſola virtù di aſſerir francamente, e di ſervilmente ripetere ſi vantano que' nomi, come cardini della più luminoſa teoria. Imperciocchè due diſtinte lamine di vetro ambedue cariche ſi ſcaricano del pari, e ſovrappoſte in un colpo ſolo, e anche ſenza ſovraimporle, purchè s' introduca reciproca comunicazione tra le oppoſte elettricità dell' una colle oppoſte dell' altra lamina, ſenza che poſſa fingerſi un ſol pelo, nè un' ombra di commercio, e di reſtituzione, o circolo dall' uno all' oppoſto lato del medeſimo vetro. Ed in fine di queſta memoria deſcriverò, come già propoſi nell' Articolo Terzo, il modo di preparar la carica, e di ottenere lo ſcoppio tra l' una, e l' altra parte d' un ſolo, ed unico lato della ſteſſa lamina di vetro. Non è dunque, che l' elettricità da un lato proceda per accumularſi nell' altro, nè che queſta ſteſſa ſopra un lato accumulata voglia, o debba unicamente reſtituirſi al lato vuoto, donde partì. Ma prima di definire, che la facenda corra preciſamente per tal modo, reſta da ricercare, ſe intanto di qua non parta, perchè nell' oppoſto lato, e nella intermedia ſoſtanza vi ſia qualche forza, che impediſce, e trattiene. La qual ricerca ſarebbe veramente fiſica, e ſperimentale, anzi che immaginare una forza a capriccio grande, e attiviſſima, frenata non mai da veruna contraria forza, ma da una ſuppoſta legge, e condizione di vacuità, o difetto, e da una capriccioſa oſtinazione di non traſportarſi, che a quella ſola vacuità.

Si ſoſtituiſce adunque alla realtà l' immaginazione, e la via ſi preclude alla inveſtigazione per ripoſarſi, e fondarſi ſopra mere aſtrazioni, e leggi ultroneamente antepoſte alla oſſervazione.

ARTICOLO II.

Precarie ſono le conſeguenze del Frankliniano principio, nè corriſpondono altrimenti alla ingenua eſpreſſione delle ſperienze.

SEguitiamo ora a paragonare col principio introdotto quella induzione. Dice queſto primieramente, che quella omologa elettricità non ſolo ſi ſcoſta, e ſi eſterna nell' oppoſta faccia, ma che circola, e rifluiſce la medeſima nella prima faccia, che ſi carica. In ſecondo luogo aggiunge, che quella ſteſſa elettricità è cacciata, e ſpinta per ſemplice, unica, e diretta azione in virtù d'una legge metafiſica. E conchiude in fine, che nell' oppoſta faccia nell' atto, che ſi carica quella prima, non reſta, nè ſi eccita, nè ſi raccoglie altro, altro affatto, ma riſulta ſoltanto vacuità, e fame. Il linguaggio dell' induzione è poi lo ſteſſo? Facile, e triviale ſarebbe l' interpretazione della natura, ſe per sì lieve inſtanza ſi eſprimeſſe colla voce de' ſuoi fenomeni.

Primieramente eſige bensì l' eſperienza, che l' omologa elettricità debba ſcoſtarſi, o eſternarſi dalla prima per mezzo della ſoſtanza del vetro nell' oppoſta faccia, ma non eſige nè l' indentità, nè l' eguaglianza di quella ſuppoſta circolazione. Può di fatto l' omologa elettricità dell' oppoſta faccia raccoglierſi in altri conduttori iſolati, e ſeparati; può anche raccoglierſi in bocce, e in quadri diverſi per tutta la ſucceſſiva progreſſione della carica. Siccome però tanto in que' conduttori, come in queſte bocce, o quadri la ſomma dell' elettricità raccolta è ſempre minore della prima, che nella faccia caricata ſi aduna, così non ſolo non è queſta la ſteſſa in individuo, che dall' oppoſta partì, ma neppure può dirſi la ſteſſa in ragione di eguaglianza, o di quantità, come pur eſſer dovrebbe, quand' anche voleſſe benignamente interpretarſi mediata, e indiretta quella circolazione. E' pertanto nei primi termini l' induzione ben diverſa, anzi oppoſta a quel principio.

Quale è poi l'eſperienza, che eſprima l'unità, la ſemplicità, l'integrità di azione dell'elettricità, che induce la carica con quella, che parte dall'oppoſta ſaccia? Vedemmo ne'primi termini, che queſta non è, nè può eſſere la ſteſſa, nè eguale con quella prima. Come potrà dunque concepirſi non che dedurſi l'unità, la ſemplicità, e l'integrità di azione? Chi prima d'oſſervare immagina, tutto intende, purchè nelle ſue immaginazioni involga l'eſpreſſion de' fenomeni. Per contrario chi prima d'immaginare oſſerva, vedendo quella omologa elettricità eſternata dall'oppoſta ſaccia non ſi crederà in diritto d'intenderla ſenza premettere molte inſtanze, e perquiſizioni. Queſta è la ſteſſa colla prima? No, perchè quella reſta, mentre queſta parte. E' poi neceſſario, che ſia queſta cacciata fuori direttamente da quella prima? Si, quando ſi ſupponga il moto iſtantaneo, e la coſa ſteſſa cauſa, ed effetto di ſe medeſima: quando non ſi ſupponga nel vetro altra ſpecie, che l'unica di quella prima: quando pur queſta ſi voglia ſciolta, e ſpedita per obbedire ad ogni cenno di quella prima: e quando in fine ſi coſtituiſca nel ſuppoſto fluido unico ſomma docilità a cangiar di luogo, e indomita oſtinazione a non cangiar di ſpecie, nè di quantità. Ma per laſciare il moto iſtantaneo, e il circolo di cauſa, ed effetto, tutte queſte parole di *ſpecie unica*, *di docilità*, *di oſtinazione*, *di cambiamento di luogo* ſono poi il linguaggio dell'eſperienza? Non potrebbero anche in queſta elettricità dell'oppoſta faccia aver luogo gli ſteſſi equivoci, che preſe *Franklin* in propoſito di quella prima, che induce la carica? Immaginò egli, che l'una foſſe la medeſima coll'altra, e la traſportò dall'uno all'oppoſto lato con iſtantanea circolazione in modo per verità non ben coerente co'fenomeni, ma colla ſua ſuppoſta legge coerentiſſimo. Immaginò in oltre, e ſuppoſe come fatto d'immediata evidenza, che l'elettricità per cui s'induce la carica, non d'altronde partiſſe, che dall'elettrico conduttore per eſtenderſi, e raccoglierſi ſull'armata ſaccia del vetro. Eppure è dimoſtrato al contrario colle belliſſime ſperienze di *Epino* (*a*), che l'azio-

---

(*a*) Vedi l'Opera Cit. *Dubbj e Penſieri* ec. num. 69. e ſeqq. 127. e ſeqq. e 147. e ſeqq.

ne del Conduttore non ſi eſtende altrimenti intorno a ſe, nè paſſa per conſeguenza in quella faccia del vetro per effuſione di elettricità. Se dunque in queſto ultimo termine del ſuppoſto circolo, che pur ſembrava il più coſtante, l' identità non ſuſſiſte di quella ſpecie; come potrà ſoſtenerſi queſta ne' primi paſſi, e ne' continui ſalti dall' eſterior faccia del vetro ſino al Conduttore?

Non ſarebbe egli ſtato più cauto l' eſaminar in prima attentamente quel primo giuoco tra il Conduttore, e l' armata faccia del vetro, che non immaginarſi un modo a norma delle vaghe apparenze per traſportare poi la ſteſſa immaginazione anche nel giuoco dell' oppoſta faccia? Avrebbe quel previo eſame riſparmiati molti errori, e aperte più ſicure vie nelle ſucceſſive eſplorazioni. Avrebbe egli colla mirabile ſagacità del ſuo ingegno trovato al pari d' ogni altro, che nella sfera di attività del Conduttore, che elettrica atmosfera ſi nomina, vi ſono una in conflitto coll' altra le due oppoſte ſpecie di elettricità; le quali non mai dal conduttore procedono, ma coll' azione ſua ſi ſciolgono e ſi ſvolgono l' una dall' altra. Avrebbe riconoſciuto, che la ſpecie oppoſta a quella, che da prima nel Conduttore s' imprime, e ſi raccoglie, viene ſciolta, ed eccitata nelle ambienti parti del mezzo, e ſi dirige a quella del conduttore medeſimo, come ſe foſſe attratta. Indi ſe allo ſteſſo ha qualche ſenſibile acceſſo, ne ſcema in proporzione la forza; ſe poi non ha che inſenſibile acceſſo, reſta come involta fra le reſiſtenti parti dell' aria, o di altro mezzo reſiſtente, dalle quali non ſi ſcioglie, che lentamente, e rimanda in tal' atto, e in certo modo ſchizza in ſuori le particelle della oppoſta ſpecie omologa a quella del conduttore. Ed è queſta coſì ſmoſſa, e ſpinta fra la ſoſtanza dell' aria in quantità ſempre decreſcente dal contorno del conduttore, che ſi prende per l' atmosfera elettrica dello ſteſſo; ed è queſta ſteſſa, che ſe introdotto ſia libero acceſſo tra l' armatura del vetro, e il conduttore, viene ſpinta e ſi raccoglie ſulla faccia oppoſta del vetro, e ſi trae ſucceſſivamente con ſerie di ſcintille di elettricità omologa a quella prima nell' atto, che nel vetro armato ſi raccoglie la carica (*a*). Se non aveſſe avuto, che qualche prevenzione pel circuito ſenza però che predeſtinar ne voleſſe il modo prima d'ogni eſame, avrebbe incontrato qui una ſpecie di circolazione, e ſarebbe apparſo tanto più plauſibile ſiffatto

---

(*a*) Accenno queſte idee d' inveſtigazione, le quali ſono ampiamente diſcuſſe ne' miei *Dubbj, e Penſieri ec.*, e nelle Diſſertazioni mie pubblicate ne' precedenti Volumi di queſte memorie di Matematica, e Fiſica. Gioverà qui proporre un' immagine di ſiffatto modo di azione del Conduttore elettrico, dello ſmovimento di elettricità nel mezzo ambiente, del ſucceſſivo accorrimento d'una ſpecie al conduttore, e dell' indiretto riſpingimento dell' altra ſpecie omologa alla prima del conduttore, la quale ſpecie ſuppor ſi volle unica, ed efficiente cauſa di tutto queſto giuoco. Riempite un curto tubo di vetro con miſcuglio di parti preſſo a poco eguali di limatura di ferro, e di arena bianca in modo, che non ſieno troppo fitte, e compreſſe inſieme. Indi chiuſo queſto tubo ſtendetelo ſopra una tavola. Accoſtate verticalmente ſopra lo ſteſſo a certa diſtanza una forte Calamita, e vedrete tutte le particelle della limatura ſmuoverſi, ed ergerſi in mezzo all' arena frammiſchiata, e tenderſi quelle direttamente al polo della Calamita. Ritirate la calamita; tutte ricadono, e reſtano come erano previamente inerti, ed involte coll' arena. E' queſta l' immagine della elettricità ſmoſſa nell' aria intorno all' elettrico conduttore, la quale ſi dice *Atmoſfera elettrica*. La quale atmosfera ſpariſce, tolta l' elettricità del conduttore; ovvero accompagna coſtantemente il conduttore ſteſſo comunque ſi traſporti colla propria elettricità in aria ſempre nuova, ovvero ſi muti continuamente l' aria intorno allo ſteſſo.

Ma ſe invece di ritenere la calamita imprimete con ſucceſſive percoſſe d' un dito ſulla tavola un moto di ſucceſſione, o ſubſulto nelle particelle frammiſchiate entro quel tubo, vedrete nella limatura non più ſemplice moſſa, o tendenza, ma vero accoſtamento, e ſucceſſiva raccolta di quella verſo la ſuperiore parte del tubo, frattanto che l' arena ricade, e ſembra riſpinta nella parte inferiore oppoſta. Talchè ſe dopo certo tempo ritirate la calamita, non trovate più come nel primo caſo involte, come erano fra l' arena, le particelle del ferro, ma quaſi tutte le vedete raccolte verſo la ſuperior parte del tubo, e vedete l' arena ributtata all' oppoſta parte. Perchè ſenza quel ſucceſſivo ſubſulto non andava la coſa ſimilmente? Perchè le frappoſte parti d' arena reſiſtevano al trapaſſo delle particelle del ferro, ed il ſubſulto ha dato ſucceſſivamente or all' una, or all' altra di quelle certo ſcampo per isbrigarſi e ſeguire la loro tendenza, e direzione alla calamita. Si dirà mai, che quelle arene ſono riſpinte in oppoſta parte dalla calamita? L' effetto che naſce qui dal ſubſulto, lo fanno nelle Atmosfere elettriche i conduttori ſenſibili, o inſenſibili.

Spingiamo più oltre quella immagine. Si tragga dal tubo quel miſcuglio di limatura, e d' arena, e ſi ſpanda ſul tavolino. Accoſtate la calamita, e vedrete con rapidiſſima ſucceſſione il ferro unirſi alla calamita, e rigettate in fuori, e come ſparpagliate ſul tavolino le particelle d' arena. Lo ſteſſo accade ſenza trarre quel miſcuglio dal tubo, purchè ſi preſenti la calamita al tubo aperto, e ſi vada queſto ſcuotendo. Si dirà mai, che l' arena vada al fondo per ripulſione, o per eſpanſiva forza della calamita?

Chi impediva prima l' unione del ferro colla calamita? Il vetro, o il turacciolo frappoſto, il quale però non ne impediva il ſucceſſivo accoſtamento, e ammaſſo ſulla faccia ſuperiore verſo la calamita. Tolto quel turacciolo le particelle del ferro corrono in folla alla calamita, e intanto laſciano, e ributtano in dietro una corriſpondente moltitudine d' arene, che erano frammiſchiate.

Succede in ſimil guiſa la ſeparazione, e l' accoſtamento di due oppoſte elettricità, e il rigurgito, o riſpingimento della ſpecie riſpettivamente oppoſta a ciaſcuna di quelle, quando ſi carica un quadro, come pure quando s' induce in un quadro la carica non a ſucceſſione di ſcintille, ma a sbocco, e ſgorgo di altra carica precedente.

incontro, quanto che non eſige nè iſtantaneità di moto, nè identità di materia per farne inſieme cauſa, ed effetto.

Con queſti lumi introdurſi poteva nel bujo dell'oppoſta faccia del vetro; e non aveva che conſiderare il vetro come un mezzo reſiſtente ſimile all'aria per veder limpido il giuoco di quella omologa elettricità, che ivi ſucceſſivamente ſi eſterna, e per concepire perchè eſſer debba queſta neceſſariamente indi eſtratta, e rimoſſa, acciò ſulla prima faccia abbia luogo il ſucceſſivo ammaſſamento di elettricità per fare la carica. La ſpecie oppoſta alla prima del conduttore non può a queſto accoſtarſi attraverſo dell' aria, ſe non vi è capacità, o luogo, in cui ſi rimandi, e ſi raccolga l'altra ſpecie, dalla quale ſi ſtacca e ſi ſcioglie a particella per particella fra le reſiſtenti parti del mezzo. Chi preſta quel luogo, ſono i conduttori; come queſti ſono, che per tal modo porgono adito, e campo alle particelle ſmoſſe di sbrigarſi dalle reſiſtenti parti del mezzo, e innoltrarſi ſucceſſivamente verſo la prima muovente, e attraente. Se dunque ſi conſideri il vetro come un mezzo reſiſtente non diſſimile dall' aria, quella elettricità diretta, e raccolta per l' azione del conduttore ſulla prima faccia armata del vetro opererà contro il vetro nella ſteſſa maniera, che opera quella del conduttore contra l' aria. E ſiccome tra le vie di accreſcere la capacità, e d'ingrandire l'elettrica forza del conduttore, una efficaciſſima ſi è di preſentare a certa diſtanza nell' aria ambiente un' eguale ſuperficie conduttrice, dalla quale ſi tragga ſucceſſivamente l' omologa elettricità; ſiccome lo provò *Epino* in quelle ſue ingegnoſiſſime ſperienze, colle quali ottenne in tal modo la ſcoſſa elettrica tra quelle oppoſte ſuperficie deferenti ſoſtenute a certa diſtanza nell'aria, ſcoſſa in tutto ſimile a quella, che tra le oppoſte armature d' un vetro ſi ottiene (*a*); così avrebbe inteſo, che l' oppoſta armatura del vetro non ha in fine altro officio, che di accreſcere la capacità della prima armatura per ivi raccogliere maggior copia di elettricità ſulla corriſpondente faccia del vetro.

(*a*) Ved. Op. Cit. num. 45. e 65. e pag. 107., in cui ſi narra l' eſperienza colle ſteſſe parole di *Epino*.

Avrebbe qui trovato un circolo non già di perfetta eguaglianza di azione in tanta progreſſione, e fra tanti oſtacoli, pei quali tale idea di eguaglianza doveva a prima viſta renderſi incredibile, ma con ſucceſſiva diminuzione proporzionata agli oſtacoli. E non avrebbe per conſeguenza penſato giammai di ſpiegare, e trarre effetti fiſici dal ſeno di aſtratte leggi preſuppoſte nel vetro, e in chimerico fluido, ma riconoſciuto avrebbe in fine veri, e non finti ſoggetti di quelle forze medeſime nelle due oppoſte elettricità. Non ſoſpettò mai *Franklin* in quelle ſue combinazioni, che la virtù di fare la carica della boccia Leidenſe foſſe comune all' aria, e a tutti i corpi reſiſtenti, come poi lo dimoſtrarono *Epino*, e *Wilke*; che anzi la ſtimò unicamente propria, e privativa del vetro. All' oppoſto eſſendo egli prevenuto dall' idea di circolazione d' un ſolo fluido l' inteſe continua, e ſemplice, ove dovea vederla doppia, e reciproca. Fu dunque affatto infelice nell' uſo di quella ſua induzione, poichè ſemplificò, e riduſſe nel modo della circolazione, ove forza era di comporre, e diſtinguere; e in cambio reſtrinſe e limitò nel ſolo vetro la capacità di ricevere la carica, che poteva generalizzare, ed eſtendere agli altri corpi reſiſtenti.

Non altro ci rimane a compimento del preſente articolo, che di porgere qualche riſtoro a quella faccia del vetro, che per la perdita, e partenza del naturale ſuo fluido laſciammo, ſecondo *Franklin*, vuota ed affamata. Per convincerſi, che nelle due oppoſte facce del vetro armato rimangono nell' atto, che ſi carica, le due oppoſte elettricità, ed hanno fra loro nell' uno del pari, che nell' altro lato vicendevole, e coſtante azione, baſtava, ſiccome fece *Epino*, rialzare or l' una or l' altra di quelle oppoſte armature. Poichè e dallo sforzo, che non ſi può a meno di non fare per rimoverle dal contatto del vetro, e dalla notabile forza di oppoſta elettricità, che in ciaſcuna di eſſe ſi manifeſta in proporzione, che ſono più diſcoſte dal vetro, avrebbe riconoſciuto ben altro che difetto, o fame, ovvero che in una ſola quel ſuo fluido colle ſuppoſte magiche virtù ripellenti, ed eſpanſive; che anzi ſarebbe ſtato convinto, come in ciaſcuna faccia ſi eſterna la ſpecie di elettricità oppoſta a quella, che reciprocamente s' interna, e creſce attraverſo la ſoſtanza ſteſſa del vetro per formare la carica. Si trova adunque dal primo fino all' ultimo termine quel ſuppoſto principio ſenza verun appoggio dell' induzione.

ARTICOLO TERZO

Non è in fine neceſſario l' intervento di oppoſti lati del vetro per avere la carica, e lo ſcoppio elettrico; ſiccome ſi dimoſtra con un nuovo genere di carica, e di ſcoppio elettrico monopleuro, o autopleuro ſomigliante al dipleuro fin' ora noto.

Inutile ſarebbe dopo tante correzioni di aggiungere nuovi argomenti dell' imperfetta analiſi, che di quel maraviglioſo fenomeno fu da *Franklin* immaginata. Tanto più, che ad ogni paſſo comparvero que' ſuoi principj premeſſi alle oſſervazioni, e ſorrogati perpetuamente alla eſpreſſione delle ſperienze: il che è affatto contrario allo ſpirito, e al fine dell' analiſi, che libera eſſer vuole da ogni prevenzione, e unicamente intenta all' evidenza de' ſenſibili effetti. Non poſſo però a meno di non far in ultimo riflettere, che prima di ſtabilire que' cardini d' immutabile capacità, e di neceſſaria contrarietà, e di ſemplice circolo tra gli oppoſti lati del vetro doveva almeno tentarſi, ſe pur luogo aveſſe qualche permutazione, e traſporto di elettrica virtù per la carica da una in altra parte dello ſteſſo lato d' un vetro, o di altro ſtrato reſiſtente.

Ho io tentato queſta ricerca con facile, ed evidente preparazione. In quell' elettroforo di una laſtra rotonda di criſtallo, che deſcriſſi ne' miei *Dubbj, e Penſieri* ec. col quale non ſolo riduſſi, ma trasformai eſattamente in un quadro elettrico ogni ſpecie di elettroforo, non ſi ha che laſciar intera l' armatura inferiore, e dividere in due parti eguali il conduttore piano, e circolare che forma la ſuperiore armatura (*a*). Con queſta armatura dimezzata io pren-

---

(*a*) Op. Cit. n. 149. e annotazione ſottopoſta.

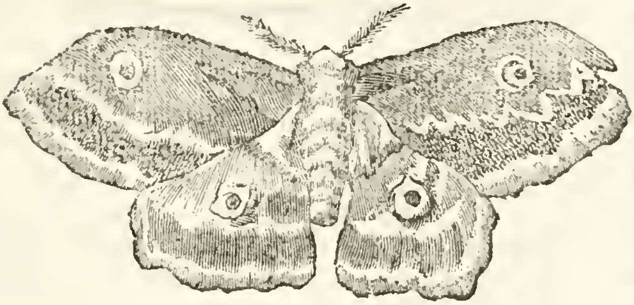
do qualunque ſpecie di elettricità dalla metà della faccia ſteſſa, e d'un lato ſolo di quel criſtallo, e la porto nella vicina, e ſimile metà di quell' unico lato; e parimente da una in altra metà l'accreſco, la diminuiſco, ed in fine la eſtinguo, non altrimenti che ſi uſa di ſare fra le oppoſte ſacce, e fra i due lati del medeſimo vetro.

Nè mi fermerò qui in vani progetti d' ingrandire queſto nuovo genere di carica, e di ſcoppio. Gioverà meglio avvertire, che la carica, e la ſcarica tanto ſucceſſivamente ſi fa maggiore, quanto più ampie ſono le ſuperficie, nelle quali ſi traſporta, e s'imprime, e quanto è più ſottile il vetro, e lo ſtrato reſiſtente, a cui quel lato ſolo appartiene. Negli ſtrati più ſottili vi è nell' oppoſto lato certa corriſpondenza di contrarie elettricità, ma non mai con reciprocità eguale alle due corriſpondenti del primo e ſemplice lato, che per ſe ſolo ſoggiace al propoſto cimento. Se gli ſtrati ſono più groſſi, ſi comincia la carica ſopra quel ſolo, ed unico lato ſenza veruna ſenſibile corriſpondenza del lato oppoſto; e non procede eſſa più oltre per l' oſtacolo, che naſce dalla ſteſſa groſſezza delle ſoſtanze reſiſtenti, ſiccome oſſervai nel precedente articolo primo. Conchiuderò adunque, come da principio propoſi, eſſere non ſolo nell' eſpreſſione e nel modo, ma ne' termini ſteſſi delle ſue combinazioni imperfetta, e fallace quell'analiſi ſamoſa.

Se però *Franklin* fu, come fin qui accennai, sfortunato nelle ſue induzioni, ſu per compenſo altrettanto fortunato nel maraviglioſo ſucceſſo, onde ſurono benignamente accolte quelle ſue idee, dacchè il Sig. *Collinſon* da Londra le reſe con ſolennità pubbliche per tutta l' Europa; e l' Italia ſempre vaga delle eſtranie coſe volle ſegnalarſi in adottarle con particolare ardore, e ſedeltà. Non voglio turbare a *Franklin* la ſua felicità, e la ſua gloria; ed anzi lo felicito, e lo ammiro non meno de' ſuoi più fidi ſeguaci; e traſporto con vera compiacenza in Italiana favella il ſuo elogio già pubblicato a fronte delle ſue Opere in Francia:

Nuovo Prometeo il fuoco al ciel rapio;
Arti in rozzi inneſtò climi ſelvaggj:
Primo l' eſtolle America fra' ſaggj;
La dotta Grecia ne avria ſatto un Dio.

Penetrato come ſono di ſtima per l' ingegno di *Franklin* non tralaſcio perciò di eſporre le verità ſteſſe, che egli al pari di me ſi propoſe di ricercare, e ſulle quali prima di me pubblicò egli medeſimo i ſuoi tentativi contro le opinioni di Fiſici illuſtri, che erano in que' tempi applaudite.



DETERMINAZIONE

DEL TEMPO CHE IMPIEGA UN GRAVE DISCENDENTE PER UN CANALE CIRCOLARE.

Del Sig. Gio. Francesco Malfatti.

1. Il fortunato accidente del Galileo di trovarſi colla mano al polſo, mentre nel Tempio di S. Antonio di Padova teneva gli occhi rivolti ad una lampada pendente innanzi all' Altare, la quale andava oſcillando, ci ha fruttato, come ognun ſa, la ſua bella teoria de' pendoli ſemplici circolari, promoſſa poi tanto dall' *Ugenio* colla invenzione de' centri di oſcillazione ne' pendoli compoſti, colla dottrina delle evolute, e con altri tali ſublimi ritrovamenti, che hanno dilatato ſempre più i confini della Meccanica, ed accreſciuta di molto la ſuppellettile delle umane cognizioni. E' noto altresì, che l' oſſervato iſocroniſmo tra le battute del polſo e le oſcillazioni prima più grandi e poi minori della lampada avean fatto credere al primo, che un grave diſcendente per un canal circolare, per arrivare ſino al punto più baſſo, ſempre impiegaſſe lo ſteſſo tempo, qualunque foſſe l' arco della diſceſa; propoſizione, che egli non ha mai potuto dimoſtrare, perchè eſſa è ſolo fiſicamente vera negli archi minimi del cerchio preſi dal punto più baſſo, e non ſi verifica matematicamente per qualunque arco, che nella cicloide, come nel ſuo libro *de Horologio oſcillatorio* c' inſegna il ſecondo.

2. Oltracciò ſi è cercato di provare, che la caduta per un arco circolare ſi compie in tempo più lungo che per un arco cicloidale, il quale abbia comuni col primo i due termini; verità, che ſi trae pure dal problema della brachiſtocrona, che ſi ſa eſſere la cicloide. Ma a me non è noto, che neſſun Geometra ſi ſia eſpreſſamente applicato a deter-

minare con preciſione il tempo ſpeſo da un corpo nel diſcendere per un arco di circolo; e in grazia della celebrità dell'errore Galileano ho creduto che la coſa poſſa meritare qualche ſerata di attenzione per parte di alcun che ſia del meſtiere. Io vi ho poſto la mia; ed ecco coſa ſono ſtati i miei riſultati.

3. Il Problema dunque che ſi deve ſciogliere è queſto: Determinare il tempo che impiega un grave nel diſcendere, partendoſi dalla quiete, per un canale FA, che ſia un arco di cerchio di raggio BA (Fig. 1.).

Suppongo, che in F ſi cominci il moto, e che ſia arrivato il grave in M colla velocità u. Guidate le due ordinate ortogonali coll' aſſe BA, e infinitamente proſſime MP, QT, tiro QN parallela ad AB e il raggio BM. Stabiliſco quindi che ſia MI la gravità acceleratrice del corpo in direzione parallela al raggio verticale, e da I conduco ſulla tangente MQL la normale IL, e compio il rettangolo DL. Perchè gli angoli BMQ, NMI ſon retti, detratto il comune NMQ, ſono eguali gli angoli BMP, IML; onde rieſcon ſimili i triangoli BMP, ILM, e perciò ſarà $BM:MP::IM:ML$; e di più $BM:BP::IM:MD$. Ora, per la legge della riſoluzione delle forze, in vece della gravità MI poſſo ſoſtituire le due forze laterali MD, ML, che ſono a quella equivalenti, delle quali la MD, ſiccome normale al canale, contr'eſſo ſi eſercita, ed applicata alla maſſa del corpo riduceſi ad una pura preſſione; l'altra ML è la forza libera che accelera il grave per la curva.

4. Chiamo $MI=f$, $AB=a$, AE altezza della caduta $=b$; $AP=x$, $PT=-dx$, ed è $PM=\sqrt{2ax-x^2}$. Avremo pertanto la forza del grave contro il canale da queſta analogia $a:a-x::f:\frac{f(a-x)}{a}$, che è nulla in O principio del quadrante circolare, ove da queſto punto cominciaſſe il moto, e diventa uguale alla gravità acceleratrice, quando arriva il corpo nel punto A.

5. La forza libera per la tangente ſi ottiene coll'analogia $a:\sqrt{2ax-x^2}::f:ML=\frac{f\sqrt{2ax-x^2}}{a}$. Ora, chiamato

dt il tempuſcolo per l'archetto MQ, poichè le formole delle forze libere ſono $Fds = udu$, $Fdt = du$, introducendo in vece di F la forza $f\frac{\sqrt{2ax - x^2}}{a}$, e in vece di ds, che nel noſtro caſo è MQ, l'eſpreſſione dell'archetto minimo $\frac{-adx}{\sqrt{2ax - x^2}}$, il quale ſi prende negativamente, perchè nel diſcendere che fa il corpo, cala l'arco AM, e cala l'aſciſſa AP, avremo $-fdx = udu$; $\frac{f\sqrt{2ax - x^2}}{a} . dt = du$. Colla integrazione della prima formola ſi ottiene $2f(b - x) = u^2$, così portando la condizione, che ſia nulla la velocità, quando $x = b$; onde ſi trae $u = \sqrt{2f}\sqrt{b - x}$; perchè poi $du = -\frac{fdx}{u}$ ſarà parimente $du = \frac{-fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b - x}}$, e quindi $\frac{f\sqrt{2ax - x^2}}{a} . dt = -\frac{fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b - x}}$; e colle riduzioni $\frac{dt\sqrt{2f}}{a} = \frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a - x}\sqrt{b - x}}$; formola che ſi deve condurre ad integrazione.

6. Per integrar queſta formola faccio $x = \frac{z^2}{b}$, e mi riſulta $-dx = -\frac{2zdz}{b}$, $\sqrt{x} = \frac{z}{\sqrt{b}}$, $\sqrt{2a - x} = \frac{\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b}}$; $\sqrt{b - x} = \frac{\sqrt{b^2 - z^2}}{\sqrt{b}}$; e quindi colle ſoſtituzioni naſce

$$\frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a - x}\sqrt{b - x}} = \frac{-2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab - z^2}\sqrt{b^2 - z^2}} .$$

Queſta la ſpezzo in due, coſicchè la prima abbia il ſolo denominatore $\sqrt{2ab - z^2}$, la ſeconda l'altro denominatore $\sqrt{b^2 - z^2}$ ed ho con equivalenza;

$$-\frac{2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab - z^2}\sqrt{b^2 - z^2}} = \frac{2dz\sqrt{b^2 - z^2}}{(2a - b)\sqrt{b}\sqrt{2ab - z^2}}$$

$-\frac{2dz\sqrt{2ab-z^2}}{(2a-b)\sqrt{b}\sqrt{b^2-z^2}}$. Onde $\frac{dt\sqrt{2f}}{a} = \frac{2}{(2a-b)\sqrt{b}}$

$\left(\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} - \frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}\right)$, oſſia $\frac{dt\sqrt{2fb(2a-b)}}{2a}$

$$= (A)\ \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}\ (B) - \frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}.$$

7. Integriamo ora la prima formola (A), che biſogna innanzi a tutto traſformare in un' altra per trarne quell' algebraico che può contenere. A queſto fine faccio $\frac{r}{b} =$

$= \frac{\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}$; e ſarà quadrando, $\frac{r^2}{b^2} = \frac{2ab-z^2}{b^2-z^2}$ ovvero $b^2r^2 - z^2r^2 = 2ab^3 - b^2z^2$, che ci ſomminiſtra $z = \frac{b\sqrt{2ab-r^2}}{\sqrt{b^2-r^2}}$. Differenziando poi la precedente equazione, abbiamo $2b^2rdr - 2zrD.zr = -2b^2zdz$; e dividendo per $2zr$; $\frac{b^2dr}{z} - D.zr = -\frac{b^2dz}{r}$, o equivalentemente

$\frac{bdr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} - D.zr = -\frac{bdz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}$, cioè

$\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = D.\frac{zr}{b} - \frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}$. Dunque

integrando; $\int\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = \frac{zr}{b} - \int\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} =$

$$\frac{z\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}} - \int\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}.$$

8. La teoria delle Sezioni Coniche ci ricordi ora, che nell' iperbola chiamato c il primo ſemiaſſe, e il ſecondo, r l' aſciſſa dal centro nel primo, l' eſpreſſione del minimo archet-

to iperbolico, che denomino ds, è $ds =$

$$\frac{dr\sqrt{\frac{(c^2+e^2)}{c^2}r^2-c^2}}{\sqrt{r^2-c^2}};$$

Sicchè moltiplicando per $\frac{c}{\sqrt{c^2+e^2}}$, e cambiando i ſegni ſotto le radici nell' omogeneo di comparazione, ſi avrà $\frac{cds}{\sqrt{c^2+e^2}} = \frac{dr\sqrt{\frac{c^4}{c^2+e^2}-r^2}}{\sqrt{c^2-r^2}}$. Confrontiamo pertanto con queſta la formola $\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}$, e la ridurremo identica, ſe farem $c^2 = 2ab$; $\frac{c^4}{c^2+e^2} = b^2$, onde trarremo $c = \sqrt{2ab}$; $f = \sqrt{4a^2-2ab}$; $\frac{c}{\sqrt{c^2+e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$; e concluderemo, integrando, eſſere $\int\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$ (Arc. ip°: di
ſem. 1°. $\sqrt{2ab}$
ſem. 2°. $\sqrt{4a^2-2ab}$ aſciſſa dal centro nel 1° r); e ſoſtituendo il valore di r, e ritornando alla formola (A);

$$(A)\ \int\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = \frac{z\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$$

(Arc. ip°. di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2-2ab}$ aſciſſa centrale
nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}$); ove ſi noti, che oſſervaſi in queſta aſciſſa la condizione neceſſaria, che ſia ſempre maggiore del 1°. ſemiaſſe, come eſige la natura dell' iperbola, qualunque valore diaſi a z. Queſt' integrale, cui non abbia-

mo aggiunta alcuna coſtante, è tale, che fatto $z = o$, tutto va a zero, perchè l'arco iperbolico in tale ipoteſi diventa arco d'un'aſciſſa eguale al 1°. ſemiaſſe, che lo fa appunto eſſer nullo.

9. Si paſſi adeſſo alla integrazione dell' altra formola $(B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$. Colle teoríe coniche avendoſi il differenziale ds dell'arco ellittico di 1° ſemiaſſe c di 2° e, e di aſciſſa centrale nel 1° aſſe z così eſpreſſo

$$ds = dz\,\frac{\sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - e^2)z^2}{c^2}}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$$

, fatta la moltiplicazione per $\frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}}$, ſarà $\frac{c\,ds}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{dz\sqrt{\left(\frac{c^4}{c^2 = e^2 - z^2}\right)}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$, che renderemo identica colla formola $(B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$. Perciò ſarà $c^2 = b^2$, $\frac{c^4}{c^2 - e^2} = 2ab$; e quindi $c = b$, $e =$

$$\frac{b\sqrt{2a - b}}{\sqrt{2a}} = \frac{b\sqrt{4u^2 - 2ab}}{2a}\ ;\ \frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b}\ ;$$

e finalmente $\int (B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit.

di 1°. ſem. b

2°. ſem. $b\,\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$

aſciſſa centrale nel 1°. z); arco che ſvaniſce, quando $z = o$. Laonde riaſſumendo la formola differenziale del tempo del § 6, e ſalendo al ſuo integrale, ſi ha

$$\frac{t(2a - b)\sqrt{2fb}}{2a} = \frac{z\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}\ (\text{ Arc. ip.}$$

di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2-2ab}$ aſciſſa centrale nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}$)
$-\frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit. di 1°. ſem. b , aſciſſa dal
2°. ſem. $b\,\frac{\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$
centro nel 1°. aſſe z); e rimeſſo il valore di z dato per x

$$\frac{t(2a-b)\sqrt{2fb}}{2a} = \frac{\sqrt{bx}\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}.$$

(Arc. ip. di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2-2ab}$, aſciſſa centrale
nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$) $-\frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit.
di 1°. ſem. b , aſc. cent. nel 1°. $\sqrt{bx}$), che col-
2°. ſem. $b\frac{\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$
le riduzioni ſi cangia nella ſeguente;

$$(C)\ t = \frac{a\sqrt{4ax-2x^2}}{(2a-b)\sqrt{fb-fx}} - \frac{a}{(2a-b)\sqrt{fa}}$$ (Arc. ip.
di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2-2ab}$, aſc. cent. nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$
$-\frac{2a^2}{b(2a-b)\sqrt{fa}}$ (Arc. ellit. di 1°. ſem. b
2°. ſem. $b\frac{\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$,
aſc. cent. nel 1°. $\sqrt{bx}$.) $+ C$; eſſendo C la coſtante che va aggiunta per rendere l' integrale completo.

10. A determinare queſta coſtante C, rifletteremo, che il tempo è nullo, quando $x=b$, perchè allora comincia la diſceſa del grave. Ora in tal caſo l' arco ellittico dell' integrazione ſi fa arco di aſciſſa centrale $= b$, cioè di aſciſſa eguale al 1°. ſemiaſſe, e in conſeguenza l' arco diventa il quadrante della elliſſe. Riſpetto dunque all' arco ellittico,

ove $\mathcal{Q}.E$ ſimboleggi il quadrante ellittico, la parziale integrazione completa ſarà $\mathcal{Q}.E.$ — Arc. ellit. ecc.

11. Reſta a vedere, coſa diventano gli altri due termini dell' integrazione, quando $x=b$. Poichè la parte algebraica ha il denominatore $\sqrt{(fb-fx)}$, annullandoſi queſto, ſarà il valore della frazione algebraica una quantità infinita. Ma infinito eziandio riſulta l'arco iperbolico, mentre in tal caſo la corriſpondente aſciſſa $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$ ſi fa infinita. Eſſendo dunque nella equazione (C) queſti due termini di ſegno diverſo, equivaleranno eſſi alla differenza di due quantità infinite; e potendo cotal differenza eſſer finita, biſognerà cercarne il valore.

12. I due primi termini del 2°. membro nella equazione ſuddetta ſi preſentino in queſta maniera;

$$\frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-2x^2}}{\sqrt{b-x}} - \text{Arch. ip. di} \right.$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{1°. ſem. } \sqrt{(2ab} \\ \text{2°. ſem. } \sqrt{(4a^2-2ab}, \text{ aſc. cen. } b\end{array} \frac{\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{(b^2-bx}}\right).$$

Poſto $x=b$, ſi fa $\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-x^2}}{\sqrt{b-x}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{4ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, ove ſi deve intendere, che anche nel denominatore ſia $x=b$; e l'aſciſſa $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, eſſendo qui pure $x=b$. Ora, ſe abbiamo l' iperbola AM (Fig. 2) dei ſemiaſſi $CA=\sqrt{2ab}$, $AB=\sqrt{4a^2-2ab}$, e immaginiamo preſa dal centro l'aſciſſa infinita CP e condotta la corriſpondente ordinata infinita PM, perchè il punto M della curva coincide con un punto dell' aſſintoto infinito CBM, ſaran ſimili i due triangoli CAB, CPM, e avremo $CA : CB :: CP : CM$, ovvero perchè $CP = \frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, e CB

$$= \sqrt{CA^2 + AB^2} = \sqrt{2ab + 4a^2} - 2ab = 2a \,;\ \sqrt{2ab} : 2a :: \frac{\sqrt{b}\,\sqrt{2ab - b^2}}{\sqrt{b - x}} : \frac{\sqrt{a}\,\sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b - x}}$$

Dunque l'intero aſſintoto $CM = \dfrac{\sqrt{a}\,\sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b - x}}$, che è eſpreſſione identica con quella della parte algebraica della noſtra integrazione nel caſo di $x = b$. Dunque in queſta ipoteſi la differenza delle due quantità $\dfrac{\sqrt{a}\,\sqrt{4ax - x^2}}{\sqrt{b - x}}$ — arc . iperb . ecc. diventa le differenza tra l'infinito aſſintoto, e l'arco infinito della iperbola, che ha i due ſemiaſſi ſopra notati. Fatta pertanto queſta differenza $= \Delta$, e nella equazione (C) ſeparato il comun fattore de' termini $\dfrac{\sqrt{a}}{(2a - b)\sqrt{f}}$, ſarà la completa integrazione del tempo;

$$t = \frac{\sqrt{a}}{(2a - b\sqrt{f}} \left(- \Delta + \frac{\sqrt{a}\,\sqrt{4ax - 2x - 2x^2}}{\sqrt{b - x}} \right.$$

$$- \text{Arc . ip . di } \begin{matrix} 1^\circ.\ \text{ſem.}\ \sqrt{2ab} \\ 2^\circ.\ \text{ſem.}\ \sqrt{4a^2 - 2ab} \end{matrix} \text{, aſc . cent. } \frac{b\sqrt{2ab - bx}}{\sqrt{b^2 - bx}}$$

$$+ \frac{2a\,\mathcal{Q}.E}{b} - \frac{2a}{b} \text{ Arc. . Ellit . di } \begin{matrix} 1^\circ.\ \text{ſem . } b \\ 2^\circ.\ \text{ſem . } b\dfrac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a} \end{matrix},$$

$$\left. \text{aſc . cent . } \sqrt{bx} \right)$$

13. Da queſto tempo per gli archi variabili paſſiamo alla miſura del tempo impiegato dal grave ſino al più baſſo punto della diſceſa, che corriſponde all' ipoteſi di $x = 0$. In queſto caſo la parte algebraica ſi annulla, l' arco iperbolico, che le tien dietro, ſi cangia in un altro di aſciſſa centrale $\dfrac{b\sqrt{2ab}}{b} = \sqrt{2ab}$, cioè in un arco di aſciſſa eguale al

1°. ſemiaſſe, vale a dire in un arco nullo, e così accade all' arco ellittico, perchè la ſua aſciſſa $\sqrt{bx}$ dal centro ſi fa nulla. Chiamato quindi T il tempo intero della caduta, verrà l' equazione $T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}$ $\left(-\Delta + \frac{2a\mathcal{Q}}{b} . E\right)$, con che reſta ſciolto il Problema.

14. Non devo però ommettere, che affine di trar qualche utilità dalle anzidette formole dei valori del tempo, fa d'uopo poter eſprimere con quantità algebraiche, almen per via di ſerie convergenti, gli archi ellittici ed iperbolici, e così pure la differenza Δ. A ciò però ho io provveduto baſtantemente nel 2°. Tomo della noſtra Società, ove eſibiſco alcune ſerie ſempre convergenti, che ſervono a far conoſcere ſiffatti valori, dalle quali traſcelgo ora le due che appartengono al quadrante ellittico e alla differenza Δ, per addattarle al valor del tempo dell' intera caduta nel noſtro problema. In quel mio opuſcolo, eſſendo m il 1°. ſemiaſſe, n la diſtanza del centro dalla direttrice nell' iperbola, e la ſemicirconferenza circolare di raggio 1, trovo

$$\Delta = \frac{n\omega}{4} + \frac{n\omega}{2}\left(\frac{1^2 . n^2}{2^2 . 4m^2} + \frac{1^2 . 3^2 . n^4}{2^2 . 4^2 . 6m^4} + \frac{1^2 . 3^2 . 5^2 n^6}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 8m^6} + \frac{1^2 . 3^2 . 5^2 . 7^2 n^8}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 8^2 . 10\, m^8} \text{ ecc. }\right);$$

e ſiccome n nella iperbola è ſempre minore di m, reſta chiara la convergenza di queſta ſerie. Ora le determinazioni poſte ci danno per 2°. ſemiaſſe dell' iperbola la formola $\frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2}$. Fatto quindi il confronto coi ſimboli del problema, avremo

$$m = \sqrt{2ab}\,;\ \frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2} = \sqrt{4a^2-2ab}\,,$$

onde ſi trae $x = b$; e però ſarà il noſtro

$$\Delta = \frac{b\omega}{4} + \frac{b\omega}{2}\left(\frac{1^2 . b}{2^2 . 4 . 2a.} + \frac{1^2 . 3^2 b^2}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 2^2 a^2} + \frac{1^2 . 3^2 . 5^2 . b^3}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 8 . 2^3 a^3} + \frac{1^2 . 3^2 . 5^2 . 7^2 b^4}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 8^2 . 10 . 2^4 a^4} \text{ ecc.}\right)$$

15. La ſerie eſprimente il valore del quadrante ellittico, ſignificando qui pure m il 1°. ſemiaſſe, n la diſtanza del centro dalla direttrice, ſi trova eſſere nel citato opuſcolo la ſeguente;

$$\mathcal{Q}.E = \frac{m\phi}{2} - \frac{m\phi}{2}\left(\frac{1.m^2}{2^2 n^2} + \frac{1^2.3m^4}{2^2.4^2 n^4} + \frac{1^2.3^2.5m^6}{2^2.4^2.6^2 n^6} \right.$$

$$\left. + \frac{1^2.3^2.5^2.7m^8}{2^2.4^2.6^2.8^2 n^8} \text{ ecc.} \right)$$

Riſultando pertanto il 2° ſemiaſſe della eliſſe $= \frac{m}{n}\sqrt{n^2-m^2}$ perchè queſta ſia la elliſſe del noſtro problema, biſogna che ſia $m=b$; $\frac{m}{n}\sqrt{n^2-m^2} = \frac{b\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$, che fa eſſere $n=\sqrt{2ab}$, onde colle ſoſtituzioni avremo

$$\mathcal{Q}.E \; \frac{b\phi}{2} - \frac{b\phi}{2}\left(\frac{1.b}{2^2.2a} + \frac{1^2.3b^2}{2^2.4^2.2^2a^2} \right.$$

$$\left. + \frac{1^2.3^2.5b^3}{2^2.4^2.6^2.2^3a^2} \text{ ecc.} \right);$$

$$\frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b} = a\phi - a\phi\left(\frac{1.b}{2^2.2a} + \frac{1^2.3b^2}{2^2.4^2.2^2a^2} + \frac{1^2.3^2 5 b^3}{2^2.4^2.6^2.2^3a^3} \right.$$

$$\left. + \frac{1^2.3^2.5^2.7b^4}{2^2.4^2.6^2.8^2.2^4a^4} \text{ ecc.} \right).$$

Ma $T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(-\Delta + \frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b}\right)$. Dunque ſarà T eguale a un moltiplo della differenza delle due ſerie, che rappreſentano i valori di $\frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b}$, e di Δ; le quali colla riduzione di eſſe ad una ſola ſerie ci ſomminiſtrano finalmente

$$(D) \quad T = \frac{\phi\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(a - \left(\frac{3b}{2^2.2a^0} + \frac{7.1^2 b^2}{2^2.4^2 2^2 a^1} \right.\right.$$

$$+\frac{11.1^2.3^2b^3}{2^2.4^2.6^2.2^3a^2}+\frac{15.1^2.3^2.5^2b^4}{2^2.4^2.6^2.8^2.2^4a^3}$$
$$+\frac{19.1^2.3^2.5^2.7^2b^5}{2^2.4^2.6^2.8^2.10^2.2^5a^4}\text{ ecc. ſino all' infinito }\Big)\Big),$$

progredendo la ſerie colla legge, che ſi fa manifeſta.

16. Avverto così alla sfuggita, che eſſendo le ſormole poſte al §. 5. proporzionalità e non vere equazioni, mancano di preciſione ſiſica anche i valori de' tempi, che abbiamo notati. Ma ſuppoſta ϑ l'altezza della libera diſceſa d'un grave in un dato tempo θ, la eguale, ove θ ſia un minuto ſecondo, è di piedi parigini 15.096 proſſimamente, ſi rimedia col cangiare le ſuddette ſormole in queſt' altre; $2\delta F ds = udu$; $2\delta F dt = \theta du$, le quali importano una vera eguaglianza, come è già noto. Da ciò deriva, che in vece di t, T, biſogna ſoſtituire $\frac{\sqrt{2\delta}.t}{\theta}$, $\frac{\sqrt{2\delta}.T}{\theta}$; onde il vero tempo dell' intera diſceſa, chiamata S tutta la ſerie, verrà così eſpreſſo $T = \frac{\theta\phi\sqrt{a}.S}{(2a-b)\sqrt{2\delta f}}$, ovvero ponendo θ un minuto ſecondo, che fa eſſere $\delta = 15.096$ piedi parigini, e di più ſuppoſta 1 la gravità acceleratrice f; $T = \frac{\phi\sqrt{a}.S}{(2a-b)\sqrt{30.192}}$ Sia per eſempio, $b = a = 1$, cioè ſi faccia la diſceſa per un intero quadrante di circolo di raggio 1; fatto il calcolo numerico, ſi troverà eſſere $T = 0.337$, proſſimamente; il che vuol dire, che un pendulo ſemplice lungo un piede compirebbe ſenſibilmente cadendo dall' altezza del quadrante tre intere oſcillazioni in due minuti ſecondi. La noſtra ſerie del tempo dell' intera caduta ci ſarà pur utile, quando il vogliamo, alla ſoluzione di queſt' altro problema: dato un pendolo di conveniente lunghezza, determinare l'altezza dell' arco, oſſia i gradi dell' arco di diſceſa, perchè il pendolo faccia la ſua intera oſcillazione in un minuto ſecondo, il che può ſervire per l'eſattezza degli orologj a pendolo che battano i ſecondi; e a queſto ſine biſognerà ſar uſo del metodo

del regreſſo delle ſerie, o, ſe ſi trova più comodo, di quello delle ſalſe poſizioni.

17. Ritorno ora alla equazione (*D*), e ſuppongo che b diventi infinitamente piccolo, cioè che l' arco, per cui il grave diſcende, ſia minore di qualunque dato. Si fa evidente, che in tale ipoteſi tutti i termini della ſerie ſon nulli riſpettivamente al 1°. termine a, che ſolo rimane, onde avremo $T = \frac{\phi\sqrt{a}\,.\,a}{2a\sqrt{f}}$, ovvero $T = \frac{\phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$.

Trarremo queſta ſteſſa verità dall'altra equazione

$$T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left(-\Delta + \frac{2a\,\mathfrak{Q}\,.\,E}{b}\right)$$ modificata al preſente caſo. Imperciocchè l' iperbola, la quale ha per ſemiaſſe primo $\sqrt{2ab}$, e per ſecondo $\sqrt{4a^2-2ab}$, ove b ſia infinitamente piccolo, ſi cangia in un' iperbola di ſemiaſſe 2° $=2a$, e di ſemiaſſe 1°. infiniteſimo. Ma allora la curva ſi confonde coll' aſſintoto, che reſta collocato in direzione perpendicolare alla linea delle aſciſſe. Dunque è nulla la differenza tra l' arco iperbolico infinito e l' aſſintoto, e conſeguentemente $\Delta = o$. In queſta ſteſſa ſuppoſizione, avendo il quadrante ellittico $\mathfrak{Q}\,.\,E$ i due ſemiaſſi b, $\frac{b\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$, diventano tutti e due lo ſteſſo b, e però il quadrante ellittico ſi muta in quadrante circolare di raggio b, e riſulta $\frac{2a\,\mathfrak{Q}\,.\,E}{b} = \frac{2a\,\mathfrak{Q}\,.\,\text{circ. di raggio } b}{b}$. Ma qualunque quadrante circolare diviſo pel ſuo raggio, coſtituiſce un quoto, che è una quantità coſtante, o grande, o piccolo ſia queſto raggio. Dunque, chiamata ϕ la ſemicirconferenza circolare di raggio 1, ſarà $\frac{\phi}{2\,.\,1} = \frac{\mathfrak{Q}\,.\,\text{circ.}}{6}$, e quindi $\frac{2a\mathfrak{Q}\,.\,\text{circ.}}{6} = a\phi$, onde avrem $T = \frac{\sqrt{a}}{2a\sqrt{f}}\,.\,a\phi = \frac{\phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$, e queſta concluſione dimoſtra l' iſocroniſmo negli archi minimi di cerchio, che aſ-

ſumono la proprietà cicloidale; la qual coſa però non ſi verifica negli archi finiti, come malamente ſupponeva il *Galileo*.

18. Da ultimo, non perchè non ſia notiſſimo, ma perchè lo richiede l' opportunità dell' argomento, penſo che non debba riuſcir diſcaro, che io replichi qui la dimoſtrazione dell' iſocroniſmo non ſol proprio, ma anche comparato in due pendoli di eguale lunghezza, un circolare per gli archi minimi, e l'altro cicloidale per qualunque arco; con che darem fine alla noſtra piccola Diſſertazione. La teoria delle evolute c'inſegna, che il pendolo cicloidale debb' eſſere tanto lungo, quanta è la lunghezza del raggio d' oſculo, che dall'imo punto della cicloide va all'evoluta, il qual raggio d' oſculo ſi ſa eſſere duplo del diametro del circolo genitore. Sia dunque la cicloide AD (Fig. 3) generata dal circolo BNA, che deve avere il raggio $AC = \frac{a}{4}$, affinchè il circolare di raggio a, e il cicloidale abbiano la medeſima lunghezza. Stabiliſco, che partendoſi da F il grave ſia arrivato in M, e ſia, come nel pendolo circolare $AE = b$. Pongo $AP = x$, cui corriſponde l'ordinata al circolo $PN = \frac{ax}{2} - x^2$ e l'ordinata alla cicloide, PM, cui è infinitamente proſſima la QR. La verticale $MI = f$, rappreſenti la gravità acceleratrice del corpo, e da I ſi conduca la IL a ſquadra colla tangente ML della curva, poi ſi tiri la corda $AN = \sqrt{\frac{ax}{2}}$ Perchè AN è parallela alla tangente ML, ſaranno ſimili i due triangoli rettangoli NAP, MIL, e verrà l' analogia $\sqrt{\frac{ax}{2}} : x :: f : ML = \frac{fx\sqrt{2}}{\sqrt{ax}} = \frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$; che ſarà la forza libera accelerante il grave per la curva. Prodotta poi la QR finchè tagli la MT in S, perchè la taglia anche ad angolo retto, ſimili abbiamo i triangoli MRS, IML, e però $IM : ML :: MR : MS$, che dà $IM . MS = ML . MR$. . Ma, poſta la velocità in $M = u$, per le formole delle ſorze libere, ſarà $ML . MR = MI . MS = udu$, oſſia, poichè nella diſceſa del pen-

dolo cala l'aſciſſa AP; $f(-dx)=udu$. Dunque integrando in modo che rieſca nulla la velocità, quando $x=b$; $f(b-x) = \frac{u^2}{2}$, e $u = \sqrt{2f}\sqrt{b-x}$. Per l'altra legge de' movimenti liberi, eſſendo $ML.dt=du$, colla ſoſtituzione de valore di ML, naſcerà $\frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}dt=du$, e perchè

$$du = -\frac{fdx}{u} = -\frac{fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b-x}},$$ avremo $\frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}.dt$

$$= -\frac{fdx}{\sqrt{2f}.\sqrt{b-x}}$$, e dopo le riduzioni,

$$dt = \frac{\sqrt{a}(-dx)}{2\sqrt{f}\ \sqrt{bx-x^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\ \frac{(-bdx:2)}{\sqrt{bx-x^2}}.$$ Quindi

integrando $t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\left(C - \text{arco di rag. } \frac{b}{2} \text{ e di ſeno verſo } x\right)$

La determinazione della coſtante C ſi ha col rifletteree, che dev' eſſer nullo il tempo, quando $x=b$. Ma allora l' arco diventa la ſemicirconferenza di raggio $\frac{b}{2}$. Dunque, chiamata S queſta ſemicirconferenza, ſarà

$$t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\left(S - \text{arco di rag. } \frac{b}{2}\text{, ſeno verſo } x\right).$$

Ora per avere il tempo dell'intera caduta biſogna fare $x=o$, che fa ſvanire il ſeno verſo x, e l'arco corriſpondente. Perciò, ſignificando T il tempo della diſceſa totale, ſarà

$$T = \frac{\sqrt{a}.S}{b\sqrt{f}}$$. Se ϕ è la ſemicirconferenza d'un cerchio di raggio 1, ſta $1:\phi :: \frac{b}{2} : S$. Dunque $S = \frac{b\phi}{2}$, e

1.

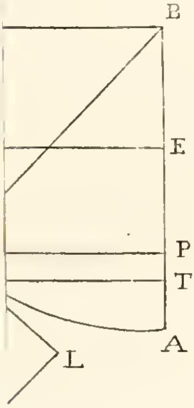


Fig. 2.

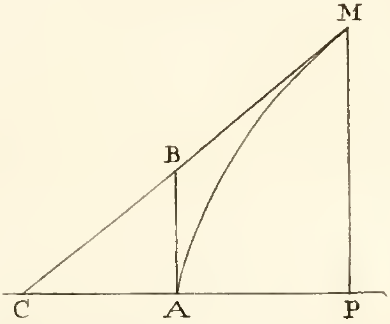


Fig. 3.

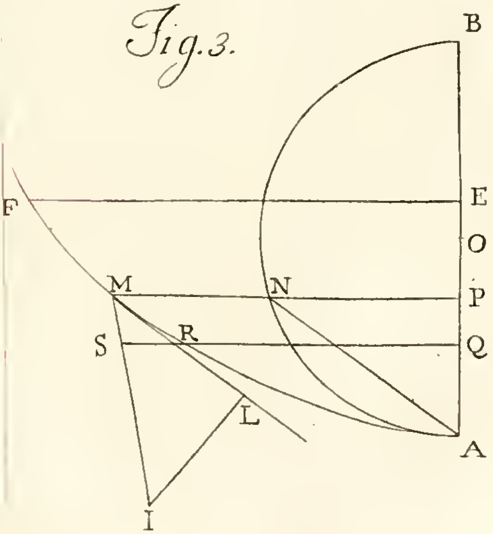

B
E
F
O
M
N
P
S
R
Q
L
A
I

Fig. 1.

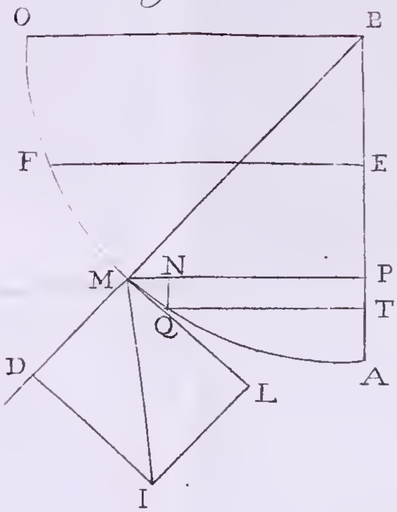

O
B
F
E
M
N
P
T
Q
D
L
A
I

Fig. 2.

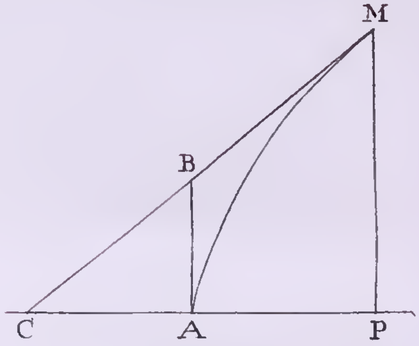
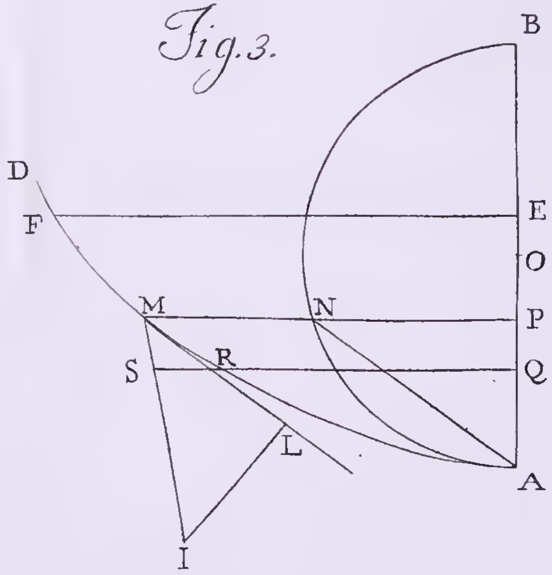
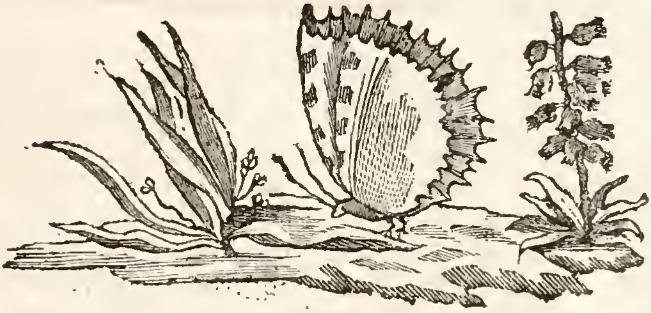


Fig. 3.


B
D
F
E
O
M
N
P
S
R
Q
L
A
I

quindi $T=\frac{\phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$. In queſta formola non entra per niente l'altezza b della diſceſa. Dunque il valor del tempo è affatto da eſſa indipendente, e riman lo ſteſſo qualunque ſia l'arco di caduta del pendolo; ed ecco l'iſocroniſmo proprio del pendolo cicloidale. Queſto valor di tempo è affatto identico con quello degli archi minimi nel pendolo circolare egualmente lungo: ed ecco valere ancora ne' due pendoli l' iſocroniſmo comparato.



OSSERVAZIONI

SOPRA LA SQUISITEZZA DEL SENSO DEL TATTO DI ALCUNI VERMI MARINI.

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI.

INDIRIZZATE

Al Sig. Ab. GIUSEPPE TOMMASELLI, Naturaliſta
e Chimico Veroneſe, ed a' ſuoi Nobili Uditori.

LA proprietà, oſſervata dal cel. *Spallanzani* ne' Pipiſtrelli acciecati, di volare regolarmente, e preſentire e ſchivare gli oſtacoli, come quando ſon provveduti dell' organo della viſta, mi richiamò, o Amico, alla mente un fenomeno da me parecchie volte oſſervato nel corſo delle mie ricerche marine, il quale ha relazione alla moderna ſcoperta, e forſe potrebbe ſomminiſtrar qualche lume opportuno per arrivare ad intenderla ed a ſpiegarla. Convinto che aſſai ſpeſſo in Fiſica, in Iſtoria naturale, in Anatomia le oſſervazioni comparative giovano mirabilmente alla intelligenza de' fenomeni, che iſolati ſarebbero ineſplicabili, volli in queſti giorni ripetere le oſſervazioni e l' eſame dell' indicato fenomeno marino, e ne preſento a Voi, ed a' Voſtri Nobili Uditori i ſemplici riſultati.

Alcuni Animali marini della claſſe de' Zoofiti e de' Moluſchi, dotati di un grado di ſenſibilità ottuſo, non però equivoco, privi degli organi inſervienti all' odorato e alla viſta, e ſol muniti di ſtomaco, e di tentoni o tentacoli per prendere nutrimento, queſti animali non preſentano indizj di altro ſenſo, che di quello del tatto. Dipendendo tutta la loro ſuſſiſtenza dalle impreſſioni, che per queſto ſenſo ricevono, eſſi non poſſono conoſcere la preſenza delle ſoſtanze atte ad alimentarli, ſe non mediante l'urto meccanico ch'eſſe fanno ſu le loro boccucce, o ſu i tentacoli, che a tal fine tengono eſpanſi.

Alla mancanza degli organi proveniente negli Eſſeri viventi da coſtituzione organica, o da perdita accidentale, la Natura per ordinario ſupplisce con una maggior perfezione negli organi eſiſtenti; perſezione derivante o dalla migliore conformazione degli organi, che reſtano, o dalla loro educazione, vale a dire dalla maggiore attenzione, che quegli Eſſeri donano alle ſenſazioni, che per eſſi ricevono. Ciò appunto ſi verifica nel caſo noſtro. Queſti Vermi moluſchi hanno il ſenſo del tatto molto ſquiſito ed acuto, ſicchè riſentono il più piccolo urto degli animaletti, che vengono loro a contatto, ſi mettono in movimento, e li prendono. Fin qui la coſa è ſempliciſſima, e non ha nulla di ſtraordinario.

Ma ciò che ſembrerà più ſingolare ſi è, che queſti vermi ſituati nella loro acqua nativa, ed anche raccolti in vaſi, ed aſſoggettati alla oſſervazione, preſentono e riconoſcono a qualche conſiderabile diſtanza la preſenza delle ſoſtanze atte al loro alimento. Io vidi in alcuni ſiti delle lagune qualche *Attinia* e qualche *Idra* riconoſcere ſino a ſei, ed otto pollici di diſtanza i loro alimenti, e cercar di prenderli: io le raccolſi, e ripoſi entro vaſi eſpreſſamente a ciò deſtinati e moſtrarono lo ſteſſo effetto.

Si ſa che molti vermi hanno la facoltà di muover l'acqua mediante un' aſpirazione o una vibrazione di tentacoli, e di agitarla in tal modo, che vi producono un vortice, o una corrente, la quale traſporta verſo il loro corpo le prede. Di tal ſorta ſono le *Attinie*, e le *Idre* da me aſſoggettate all' eſperimento. Io vedeva, che quantunque l'acqua de' miei vaſi foſſe perfettamente tranquilla, nè manifeſtaſſe il più piccolo indizio di movimento o di oſcillazione, eſſe rivolgevano verſo una parte le loro boccucce, o vi diſtendevano i loro tentoni, ed eſercitavano quella vibrazione, e deſtavano nelle acque quel regolar movimento per avvicinarſi, e divorare le prede, benchè foſſero queſte alla diſtanza di ſette pollici, e non imprimeſſero nell' acqua neſſuna viſibile ondulazione.

Per meglio convincermi, che tutta queſta operazione non era fortuita, ma dipendeva dalla impreſſione impercettibile ai miei ſenſi, ma pur reale, che i diſtanti animaletti facevano ſopra i loro divoratori, colla maggior delicattezza che mi foſſe poſſibile ho immerſo in que' vaſi qualche inſetto marino, o particola d'altro vivente, a un piede di diſtanza dal Verme apparecchiato per l'oſſervazione. Da lì a non molto parve ch' eſſo ſi riſvegliaſſe, ſteſe i tentacoli, agitò l'acqua, ſi attirò la ſua vittima, e l'inghiottì.

Quantunque foſſe affatto evidente la mancanza di tutti gli altri ſenſi in codeſti vermi; tuttavia per ſoddisfare allo ſcrupolo non mai traſcurabile in tal ſorta di oſſervazioni, io volli vie meglio aſſicurarmi, che non era la viſta, che li avviſaſſe della vicinanza delle lor vittime. A tale oggetto adunque ho ſeparato il mio recipiente in due diviſioni, mediante una laſtra di criſtallo puriſſimo, la quale permetteva il paſſaggio dei raggi dall' una all' altra parte, ed impediva che ſi comunicaſſe il movimento dell' acqua. Allora per quanti animaletti o particelle alimentizie immergeſſi in una delle due diviſioni, il verme ſituato nell' altra non fece il più piccolo movimento, nè diede verun indizio d' avvederſene.

Ho tentato degli eſperimenti analoghi con alcuni animaletti provveduti degli organi della viſta, e con ſorpreſa ho trovato che gli occhi di alcuni di loro non ravviſavano le loro prede alla diſtanza, alla quale i noſtri ciechi le riconoſcevano, e cercavano d'impadronirſene.

Dalle riferite oſſervazioi, che ho ripetuto più volte, e ho variato in più modi, e con differenti ſpezie di vermi, riſulta, ſe non m'inganno, che coteſti animali privi d'odorato e di viſta, hanno il ſenſo del tatto ſommamente ſquiſito, e che per eſſo ricevono le ſenſazioni degli oggetti diſtanti mediante l' impreſſione che queſti deſtano nell' acqua; la qual' impreſſione traſcorre un tratto conſiderabile prima di giungere a quelli, ed è ſì tenue ed inviſibile, che non ſi manifeſta agli occhi acuti dell' oſſervatore anche provvedutodi lente.

Contento di preſentare la ſemplice eſpoſizione di queſti fatti, io mi guarderò dal trarne conſeguenze di ſorte alcuna; dall'eſaminare quale relazione poſſano avere colla facoltà, che hanno i Pipiſtrelli acciecati d' evitare gli oſtacoli e di dirigere con qualche regolarità il loro volo; e dall' inveſtigare ſe poteſſero ſervire all' intelligenza di queſto ancora miſterioſo, e non bene inteſo fenomeno. Forſe i Fiſici, che vanno in tanti modi ſperimentando i Pipiſtrelli acciecati, inveſtigaranno ſe abbiano il ſenſo del tatto più ſquiſito dell' uomo, e di tanti altri viventi, in maniera che poſſano per eſſo ricevere le impreſſioni degli oggetti diſtanti; e ſe la reazione dell' aria ſpinta dal loro volo contro coteſti oggetti baſti ad avvertirli della loro preſenza. Eſſi forſe eſamineranno, ſe l' abitudine che hanno i Pipiſtrelli di volare nel tempo del crepuſcolo, e per accidente in qualche tempo del giorno, in cui la loro viſta abbagliata dalla luce nega ad eſſi, o porta molto confuſa la ſenſazione viſuale degli oggetti, abbia potuto contribuire a far sì, che il loro tatto ſi educhi e ſi perfezioni, come vediamo ſuccedere ad alcuni ciechi della noſtra ſpecie, i quali mediante l' attenzione che fanno alle ſenſazioni ricevute col tatto, arrivano a rendere queſto loro ſenſo così perfetto, che ſembra che ſi ſieno pienamente riſarciti del defraudo degli occhi. Solamente in ricompenſa di queſti materiali, che io offro ai Dotti, non dimando loro, ſe non che donino qualche conſiderazione a queſte due ultime rifleſſioni; foſſe anche per provare, che queſte oſſervazioni mie nulla giovano per iſpiegare il fenomeno ſcoperto dal Profeſſor di Pavia.

INTORNO
ALLA MOLTIPLICAZIONE ED ALLA DIVISIONE ALGEBRAICHE.

Del Sig. LEONARDO SALIMBENI.

§. I.

MI propongo di eſaminare in queſta Memoria la moltiplicazione e la diviſione algebraiche, cioè le due operazioni che formano la baſe ed il fondamento principale di queſta Scienza, la più eſteſa e la più utile di tutte le Matematiche. Non rieſca ſtrano a taluno ſe io prendo per mano un' argomento sì ſemplice, che pare appena poter dar luogo e materia ad un nuovo ragionamento. Mi ſi permetta di deviare alquanto dalla ſtrada comunemente battuta; e vedraſſi che ſulla moltiplicazione e ſulla diviſione algebraiche poſſono dirſi coſe utili e nuove, ed anche rettificarne alcune da tutti ammeſſe, le quali non reggono ad un eſame rigoroſo, e veramente matematico.

§. II.

Ma prima di tutto ſiami lecito oſſervare, che colla ſteſſa parola *unità* noi ſogliamo nominare due coſe differenti, e quindi ne naſcono degli equivoci e delle falſe conſeguenze. Imperocchè ora per *unità* vogliamo ſignificare il principio de' numeri, ed ora la miſura comune delle grandezze dello ſteſſo genere. Per evitare queſt' anfibologia alcuni hanno chiamata la prima *unità aſtratta* o puramente *unità*, ed *unità concreta* l' altra; ma dopo fatta queſta neceſſaria diſtinzione non preſero cura nel corſo delle loro Opere di farne quell' uſo che dovevano. Dell' *unità aſtratta* non può a mio giudizio darſi miglior difinizione di quella d'Euclide nel Libro ſettimo, ma dell'*unità concreta* non mi è riuſcito di leggerne alcuna che tutte le idee comprenda ad eſſa appartenenti; e però mi piacque comporne una nuova, ed è la ſeguente: *Unità concreta è una data grandezza preſa ſecondo il noſtro arbitrio, a cui riferiamo tutte le grandezze ad eſſa omogenee*. Dico *data* perchè determinata e coſtante dee eſſere queſta comune miſura; dico *a cui riferiamo tutte le grandezze ad eſſa omogenee*, perchè una miſura non può eſſere comune che a così fatte grandezze; e dico per fine *preſa ſecondo il noſtro arbitrio*, perchè è in noſtra balía ſervirſi d'una piuttoſto che d'altra miſura. In fatti la libbra di Verona, che in queſta Città è l'*unità concreta* de' peſi, è una miſura preſa all'arbitrio de' Veroneſi; quella di Londra all'arbitrio degl'Ingleſi; e così diſcorrendo. Dal che ne ſegue che per ogni ordine di grandezze dello ſteſſo genere havvi un'unità concreta; e che le grandezze di genere diverſo hanno diverſe unità concrete: quindi io ſarei d'opinione, che col carattere 1 non ſi doveſſe nell'Algebra ſegnare che la ſola unità aſtratta, e che tutte le unità concrete, al modo dell'altre grandezze, s'indicaſſero colle lettere dell'Alfabeto.

§. III.

Entriamo ora in argomento, e cominciamo da un eſame ſulla difinizione della moltiplicazione algebraica. Euclide nel ſettimo Libro difiniſce a queſto modo il moltiplicamento di due numeri interi: *un numero diceſi moltiplicare un numero, quando il numero moltiplicato componendoſi tante volte, quante unità ſono nel moltiplicante, generaſi un qualche numero*. Queſta difinizione data dall'antico e celebre Autore è eccellente per eſprimere la moltiplicazione fra i numeri interi (de' quali ſolamente e' parla ne' ſuoi Arimmetici), e potrebbe anche ſervire per indicare la moltiplicazione fra due numeri rotti, ma non certamente quella fra due grandezze qualunque, come preſto faremo vedere; e pure gl'Inventori dell'Algebra, Scienza che conta pochi ſecoli dalla ſua origine, e tutti gli Scrittori d'Elementi che gli ſeguirono dappoi hanno eſſa difinizione adottata ſenza alcun notabile cangiamento, e ſolo ſoſtituendovi la parola *grandezza* all'altra *numero*. Ma io rifletto primieramente che trattandoſi di grandezze in generale, non di numeri, biſognerebbe che i detti Autori, quando dicono *quante unità ſono nel moltiplicante*, ſignificaſſero che dell' unità concrete, non dell'aſtratte intendono di parlare; per modo che la loro difinizione ſarebbe veramente queſta: *una grandezza diceſi moltiplicare una grandezza, quando la grandezza moltiplicata componendoſi tante volte, quante unità concrete del moltiplicante ſono in eſſo, generaſi una qualche grandezza.* Ed è appunto queſta difinizione, anche così corretta, che io voglio in ſecondo luogo moſtrar difettoſa. In fatti ſia l'A la grandezza da moltiplicare, e la B la moltiplicante: ſia poi la C l'unità concreta della B. Secondo adunque i ſuddetti Autori moltiplicare l' A per la B vuol dire comporre l'A tante volte, quante la C miſura la B. Ora ſe la C miſuri eſattamente la B, intenderò facilmente coſa ſia queſta moltiplicazione; poichè ſe la C miſuri tre volte la B, moltiplicare l'A per la B vorrà dire comporre tre volte l' A. Anche quando la C non miſuri eſattamente la B, ma ſia però l'una parte dell'altra, regge la difinizione; poichè ſe la C miſuri per eſempio la B due volte ed un terzo, moltiplicare l'A per la B vorrà dire comporre l'A due volte ed un terzo. Ma ſe la C alla B ſia incommenſurabile, ſiccome non vi è in queſto caſo neſſun numero razionale intero o rotto che poſſa eſprimere quante volte la C miſuri la B, così reſterà allora imperfetta l'idea della moltiplicazione. Non è dunque generale l'eſpoſta difinizione; e però conviene abbandonarla, e cercarne altra migliore.

§. IV.

Secondo il mio parere la vera e general difinizione della moltiplicazione algebraica è queſta. *Una grandezza diceſi moltiplicare una grandezza, quando facciaſi come l'unità concreta della grandezza moltiplicante alla ſteſſa, così la grandezza moltiplicata ad un'altra grandezza che ſi produce.* Vale a dire io prendo per difinizione della moltiplicazione algebraica quella fra le ſue proprietà, ch' eſſendo generale, ſia anche la più ſemplice.

§. V.

Quello che ho detto della moltiplicazione ſerve ancora per moſtrare il difetto della ſolita diſinizione della diviſione algebraica, e la neceſſità di cangiarla in queſta. *Una grandezza diceſi dividere una grandezza, quando facciaſi come la dividente alla ſua unità concreta, così la diviſa ad un' altra grandezza che ne proviene.* Direi più volentieri *ad un' altra grandezza che ſi produce*, ſe il verbo *produrre* non foſſe ora comunemente adottato per ſignificare una moltiplicazione; quantunque eſſo verbo potrebbe ugualmente bene ſignificare e quello che naſce dalla diviſione, come quello che naſce dalla moltiplicazione. Dalle due definizioni, da me propoſte per la moltiplicazione e la diviſione, chiaramente appariſce, che queſte due operazioni, preſe in ſenſo generale algebraico, ſono propriamente due proporzionalità, ovvero due regole auree.

§. VI.

Queſte due difinizioni così enunziate fanno ſtrada alla dimoſtrazione di tanti bei Teoremi, i quali per la maggior parte non ſono ſtati che propoſti dagli Autori, poi ad un *patet* abbandonati. Fra queſti io ne ſceglierò ſolamente alcuni, i quali però abbaſtanza moſtreranno con qual chiarezza ſi poſſano trattare anche i rimanenti. La facilità di provare un teorema generale fra due grandezze qualunque, nel caſo in cui eſſe foſſero numeri, ha fatto ſino ad ora prendere per dimoſtrazione generale quella che ai ſoli numeri era parziale; ma queſta maniera non liberò l' Algebra da alcuni erroruzzi che noi dovremo neceſſariamente notare, quando paragoneremo i noſtri agli altrui riſultamenti.

§. VII.

Contro la conſuetudine di tutti gli Autori d' Algebra mi ſervirò di figure nella dimoſtrazione di queſti Teoremi, per quello che eſſe ajutano moltiſſimo la fantaſia del Lettore. Così fece Euclide nel ſuo quinto Libro (il quale propriamente all' Algebra non alla geometria appartiene, perchè in eſſo trattaſi di grandezze in generale), e rappreſentò con linee le grandezze ſteſſe, dando però loro ſempre il nome di grandezze, non mai quello di linee. Ciò nulla oſtante nel metodo d' Euclide trovo queſt' inconveniente, che nelle figure non ſi poſſono a colpo d' occhio diſtinguere le grandezze di un genere da quelle di un genere diverſo. A queſto io ho cercato di ſupplire in una maniera ſempliciſſima; e conſiſte nel rappreſentare per eſempio le grandezze di un genere con linee ſemplici, quelle di un altro genere con linee raddoppiate, con linee triplicate quelle di un terzo genere, e così diſcorrendo. Così le grandezze *D A* della Fig. 1. ſono grandezze dello ſteſſo genere; e le grandezze *B C* ſono pure dello ſteſſo genere; ma amendue le *D A* ad amendue le *B C* ſono eterogenee, perchè le prime ſono rappreſentate con linee ſemplici, e le ſeconde con linee raddoppiate. Queſta piccola variazione nel metodo adoprato da Euclide per rappreſentare le grandezze, ſerve ad evitare molti errori, che poſſonſi facilmente commettere nel maneggio di quelle grandezze, che per condizione della propoſizione non ſono neceſſariamente dello ſteſſo genere.

§. VIII.

Comincio per tanto da queſto Teorema: *Se una grandezza moltiplichi una grandezza; il prodotto ſarà omogeneo alla grandezza moltiplicata.* Sieno le due grandezze *A B* (Fig. I.), e l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*. Dico che la *C* è omogenea alla *B*.

Imperocchè ſia la *D* l' unità concreta dell' *A*. E poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi (§. IV.) ſarà come l' unità concreta dell' *A*, cioè la *D*, all' *A*; così la *B* alla *C*. Adunque la *B* alla *C* ha proporzione; e però omogenea è la *B* alla *C*; il che convenia dimoſtrare.

§. IX.

Quantunque ſemplice e manifeſto ſia queſto Teorema, egli è però contrario ad una idea comunemente ricevuta. Chi è, che non abbia molte e molte volte letto: che una linea moltiplicando una linea produce una ſuperficie, e che una linea moltiplicando una ſuperficie produce un ſolido? tutte coſe falſiſſime. Una linea moltiplicata per una linea, o per una grandezza di qualſivoglia altro genere, darà ſempre una linea; ed una ſuperficie moltiplicata per una linea o per qualſivoglia altra grandezza produrrà ſempre una ſuperficie; poichè abbiamo dimoſtrato che la grandezza prodotta è dello ſteſſo genere della moltiplicata.

§. X.

Corre anche in Algebra, come Teorema sì manifeſto da non aver biſogno di alcuna dimoſtrazione, che *ſe due grandezze con vario ordine moltiplichinſi inſieme, i prodotti ſono uguali fra loro*. Per eſempio ſieno le *A B* due grandezze; ſi dice adunque che il prodotto della *B* nell' *A* è uguale al prodotto dell' *A* nella *B*. Ma queſto Teorema preſo in ſenſo generale, come faremo vedere, è falſo; non eſſendo vero che nel caſo in cui le grandezze *A B* ſieno dello ſteſſo genere. Quello che può aver indotto in queſt' errore è la ſolita applicazione a numeri; la quale però, eſſa ſteſſa, ben eſaminata può dimoſtrare la falſità dell' aſſunto. Imperocchè abbianſi le due grandezze 3. piedi e 70. libbre da moltiplicarſi inſieme. Se moltiplichinſi li 3. piedi per le 70. libbre, il prodotto ſarà 210. piedi; ma ſe moltiplichinſi le 70. libbre per 3. piedi, il prodotto ſarà 210. libbre. Adunque, qualunque ſia l' ordine della moltiplicazione, ottienſi lo ſteſſo numero 210: ma nel primo modo il numero 210 indica 210. piedi, e nel ſecondo 210. libbre.; nè vi ſarà certamente alcuno che pretenda aſſerire che 210. piedi ſia grandezza uguale a 210. libbre. Adunque non ſempre due grandezze con vario ordine moltiplicandoſi inſieme fanno lo ſteſſo prodotto; e però falſo è il Teorema generale. Indicata pertanto la ſorgente dell' errore paſſo a dimoſtrare i veri ed eſatti Teoremi, che riſultano dalla moltiplicazione di due grandezze fra loro.

§. XI.

TEOREMA. *Se due grandezze omogenee con vario ordine moltiplicandoſi inſieme producano due grandezze; queſte ſaranno omogenee alle prime ed uguali fra loro.* Sieno omogenee le due grandezze *A B* (Fig. 2.) e l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*, poi la *B* moltiplicando l' *A* produca la *D*. Dico che le *C D* ſono omogenee alle *A B*, ed uguali fra loro.

Imperocchè poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi ſarà la *C* omogenea alla *B* (§. VIII.) Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi omogenea ſarà la *D* all' *A*. Ma l' *A* è omogenea alla *B*. Adunque elleno ſono tutte omogenee le *A B C D*; e però avranno la ſteſſa unità concreta. Sia queſta l' *E*. E poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi ſarà (§. IV.) come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*. Ma ſe quattro grandezze *dello ſteſſo genere* ſieno proporzionali, ancora alternando ſono proporzionali. Adunque egli è come l' *E* alla *B*, così l' *A* alla *C*. Come poi l' *E* alla *B*, così è l' *A* alla *D*; perocchè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*: (§. IV.) laonde egli è come l' *A* alla *C*, così l' *A* alla *D*. Uguali ſono dunque fra loro le *C D*, ed omogenee alle *A B*; il che convenia dimoſtrare.

§. XII.

Quando poi le due grandezze che fra loro ſi moltiplicano non ſieno omogenee, allora ſi avrà queſta propoſizione. *Se due grandezze eterogenee con vario ordine moltiplicandoſi inſieme producano due grandezze; queſte ſaranno omogenee alle prime, una all' altra, ed avranno alle loro unità concrete la medeſima proporzione.*

Sieno le *A B* (Fig. 3.) due grandezze eterogenee; e le *A B* con vario ordine moltiplicandoſi inſieme producano le due grandezze *C D*; cioè l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*; poi la *B* moltiplicando l'*A* produca la *D*. Dico primieramente che le *C D* ſono omogenee alle *A B*, una all' altra, cioè la *C* omogenea alla *B*, e la *D* all' *A*.

Imperocchè poichè l'*A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi omogenea ſarà la *C* alla *B* (§. VIII.). Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi omogenea ſarà la *D* all' *A*. Elleno ſono adunque le due *D C* omogenee alle *A B*, l'una all'altra. Dico in oltre che le *D C* alle loro unità concrete hanno la medeſima proporzione. Imperocchè ſia l'*E* l'unità concreta delle *A D*, e l'*F* quella delle *B C*. Dico che come la D all'E, così è la *C* all'*F*. Imperocchè poichè l'*A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi ſarà (§. IV.) come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*. Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi ſarà (§. IV.) come l' *F* alla *B*, così la *A* alla *D*. Poichè dunque egli è come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*; e come l' *A* alla *D*, così l' *F* alla *B*; quindi per uguaglianza perturbata ſarà come l' *E* alla *D*, così l' *F* alla *C*; laonde contrariamente egli è come la *D* all' *E*, così la *C* all' *F*; il che convenia dimoſtrare.

§' XIII.

Unendo inſieme i due teoremi antecedenti potremo dunque conchiudere, che ſe due grandezze, di qualunque genere ſia ciaſcuna di eſſe, con vario ordine moltiplicandoſi inſieme producano due grandezze; queſte ſaranno o uguali fra loro, o proporzionali alle loro unità concrete.

§. XIV.

Wolſio, quell' acutiſſimo e celebre Scrittore d' Elementi, cadde eſſo pure nell' errore di credere, che due grandezze (ſieno eſſe o omogenee ovvero eterogenee) moltiplicandoſi fra loro producano la ſteſſa grandezza; e di più volle darne una dimoſtrazione (*) che quì traſcrivo verbo a verbo per poterla più facilmente confutare. Eccola. *Duæ quantitates ſe mutuo multiplicantes idem factum gignunt. Sint duo factores A & B; erit* $1:A::B:AB$, *&* $1:B::A:BA$. *Eſt vero etiam* (alternando) $1:A::B:BA$; *adeoque ob unitatem eandem per hypoth;* $B:AB::B:BA$. *Ergo* $AB=BA$. Queſta dimoſtrazione pecca per due coſe. Prima per aver ſuppoſto che le unità concrete delle grandezze anche eterogenee ſieno uguali fra loro, contro quanto ſi è chiaramente veduto nel §. IV. Secondo per aver alternato la proporzionalità $1:B::A:BA$, conchiudendo che dunque $1:A$ ſta come $B:BA$. Imperocchè allora ſolamente quattro grandezze proporzionali poſſono alternarſi, quando ſieno dello ſteſſo genere. So che queſta condizione vien qualche volta ommeſſa dagli Scrittori d' Algebra, ma eſſa non è per queſto meno neceſſaria. In fatti ſe le quattro grandezze che formano una proporzionalità non ſieno tutte omogenee, non ſi potrà mai paragonare la prima colla terza, e la ſeconda colla quarta, cioè non ſi potrà mai alternare la proporzionalità; poichè allora ſolo due grandezze hanno fra loro proporzione, quando ſieno dello ſteſſo genere. Nè varrebbe aſſerire che anche *Euclide* nella prop. 16 del libro quinto diſſe: *ſe quattro grandezze ſieno proporzionali, ancora alternamente ſono proporzionali*, ſenza aggiugnere la condizione che le grandezze debbano eſſere *dello ſteſſo genere*: imperciocchè ſi rende evidente che queſte parole ſono ſtate ommeſſe per negligenza degli *Amanuenſi* dall' oſſervare, che non alternò mai *Euclide* una proporzionalità, le cui grandezze non foſſero tutte quattro dello ſteſſo genere. Si ricava lo ſteſſo anche dalla propoſizione 22. dello ſteſſo libro, *ſe ſieno quantunque grandezze, ed altre ad eſſe uguali di moltitudine, preſe a due a due nella ſteſſa proporzione, ancora per uguaglianza ſaranno nella ſteſſa proporzione*; dove l' illuſtre Maeſtro ſi è nella dimoſtrazione ſervito delle moltiplici, non dell' alternazione delle proporzionalità, quantunque queſto metodo, quando ne aveſſe potuto far uſo, l' avrebbe reſa più elegante e ſpedita dell'altro; e ciò perchè le gran-

---

(*) *Elem. Arith. theor.* 39.

dezze fra le quali vuol conchiudere l' uguaglianza poſſono non eſſere tutte dello ſteſſo genere. Notiſi in oltre che queſto ultimo modo non era ad eſſo ignoto, come quegli che ſe ne valſe nella propoſizione 14. del ſettimo in cui tratta lo ſteſſo che nella 22. del quinto colla ſola differenza, che in quella ſupponeva grandezze in generale, ed in queſta numeri aſtratti, i quali ſono grandezze dello ſteſſo genere. In fatti i celebri Traduttori Veroneſi di queſt' Autore hanno nella loro traduzione aggiunte all' enunciato della detta propoſizione 16. del quinto quelle parole *dello ſteſſo genere*, a ciò certamente condotti da tutte le ragioni da me eſpoſte. E tornando ſul primo sbaglio del *wolfio* dico che ſe le unità concrete delle grandezze *A* B foſſero ſtate da eſſo indicate colle lettere dell' alfabeto, come ha ſuggerito nel §. II., avrebbe egli di primo tratto riconoſciuto, che con una lettera ſi doveva ſegnare l' unità concreta della grandezza *A*, e con altra lettera l' unità concreta della grandezza B; e quindi più facilmente ſi ſarebbe avveduto, che il ſuo teorema non è vero, quando ſieno eterogenee le *A B*.

§. XV.

Quando le due grandezze che con vario ordine moltiplicanti inſieme ſieno eterogenee, noi abbiamo dimoſtrato che i prodotti alle loro unità concrete hanno la medeſima proporzione. Ciò mi mette naturalmente nella neceſſità di dichiarare la caratteriſtica proprietà delle grandezze eterogenee fornite di queſta condizione, vale a dire aventi alla loro unità concreta la medeſima proporzione. Ma prima premetterò la ſeguente difinizione. *Si dice che un numero rappreſenta una grandezza, quando l' unità aſtratta a quel numero abbia la ſteſſa proporzione, che l' unità concreta di quella grandezza alla grandezza medeſima*. Così il numero 3. rappreſenterà il peſo di un corpo, quando l' 1. al 3. abbia la ſteſſa proporzione che l' unità concreta de' peſi (volgarmente detta libbra) al peſo dello ſteſſo corpo. Non biſogna però confondere queſta, che io ho chiamata rappreſentazione, coll' uguaglianza; per eſempio non biſogna dire che il numero 3. ſia uguale al peſo di quel corpo: ma dalla rappreſentazione all' uguaglianza vi ha però un facile paſſaggio, ed è quello d' intendere cangiato il *numero aſtratto* che rappreſenta la grandezza in un *numero concreto* avente per unità concreta quella della grandezza medeſima; il che ſi dimoſtra colle parole, pronunziando dopo il numero aſtratto il nome di eſſa unità concreta. In queſto modo ſe intenderò cangiato il numero aſtratto 3. nel concreto 3. libbre, paſſerò dalla rappreſentazione all' uguaglianza, e potrò aſſerire che il ſuddetto peſo è uguale a tre libbre. L' eſpoſta difinizione è la vera chiave per dimoſtrare tutte le regole uſate dai pratici nel calcolare le figure piane e le ſolide, come a ſuo luogo vedremo. Per ora contentiamoci di conoſcere la caratteriſtica proprietà delle grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete, il che ci verrà indicato da queſto teorema.

§. XVI.

Le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete ſono rappreſentate dallo ſteſſo numero.

Sieno le grandezze eterogenee *A B* (Figg. 4, 5, 6) le cui unità concrete ſieno le *C D*, la *C* dell' *A*, e la *D* della *B*; e ſia come l' *A* alla *C*, così la *B* alla *D*. Dico che lo ſteſſo numero rappreſenterà l' una e l' altra delle *A B*.

Imperocchè o le *A B* ſono commenſurabili alle *C D* o no. Sieno primieramente commenſurabili. E poichè l' *A* alla *C* è commenſurabile (Fig. 4.); quindi una dell' altra ſarà o parte o parti. Sia primieramente la *C* parte dell' A; e quante volte la *C* miſura l' *A* tante unità ſieno nel numero *E*. Sia poi l' *F* l' unità aſtratta. E poichè la *C* miſura l' *A* per l' unità aſtratte che ſono nell' *E*; e ancora l' unità aſtratta *F* miſura l' *E* per l' unità aſtratte che ſono in eſſo; quindi egli è come l' *F* all' *E* così la *C* all' *A*; laonde (§. XV.) il numero *E* rappreſenta la grandezza *A*. Di nuovo poichè ſta come l' *F* all' *E*, così la *C* all' *A*; e come la *C* all' *A*, così è per ſuppoſizione la *D* alla *B*; quindi ancora come l' *F* all' *E*, così è la *D* alla *B*: e però (§. XV.) il numero *E* rappreſenta la grandezza *B*. Ma eſſo numero *E* rappreſenta pure la grandezza *A*. Dunque l' *E* rappreſenta una e l' altra grandezza *A B*. Sia ora la *C* parti dell' *A* (Fig. 5.); e dividaſi l' *A* nelle ſue parti, la cui moltitudine ſia eſpreſſa dal numero *E*; ma la moltitudine delle ſteſſe parti dell' *A* che ſono nella *C* ſia eſpreſſa dal numero *G*; ed intendaſi il numero rotto *EG* avente per numeratore l'*E* e per denominatore il *G*. Adunque come la *C* all'*A*, così è il numero *G* al numero *E*. Come poi il denominatore *G* al numeratore *E*, così è l'unità aſtratta *F* al numero rotto *EG*; laonde egli è come l'*F* all'*EG*, così la *C* all'*A*; e però il numero rotto *EG* rappreſenta la grandezza *A* (§. XV.). Allo ſteſſo modo ſi proverà che ſe l'*A* ſia parte o parti della *C*, uno ſteſſo numero rotto rappreſenterà sì la grandezza *A* che la *B*. Sia finalmente la *C* incommenſurabile all'*A* (Fig. 6.), e come la *C* all'*A*, così ſia l'unità aſtratta *F* al numero *E*. Adunque l'*E* è un numero irrazionale, e rappreſenta la grandezza *A*. Egli poi rappreſenta ancora la grandezza *B*, perocchè eſſendo come la *C* all'*A* così la *D* alla *B*, avrà pure la *D* alla *B* la ſteſſa proporzione che l'unità aſtratta *F* al numero *E*; laonde lo ſteſſo numero irrazionale *E* rappreſenta l'una e l'altra delle grandezze *A B*. Per conſeguenza le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete poſſono eſſer dallo ſteſſo numero rappreſentate; ſia eſſo poi o intero, o rotto, o irrazionale.

§. XVII.

Ecco perchè il prodotto di 3. piedi in 70. libbre, ed il prodotto di 70. libbre in 3. piedi ſono dallo ſteſſo numero 210 rappreſentati. Li due prodotti non ſono altrimenti uguali, ma ſono proporzionali alle loro unità concrete; e quindi poſſono dallo ſteſſo numero 210. eſſere rappreſentati.

§. XVIII.

Dalle due grandezze ſi può paſſare col raziocinio alle tre, quattro, e quante mai ſi vogliano, e dimoſtrare facilmente che ſe una moltitudine di grandezze tutte eterogenee con vario ordine moltiplichinſi inſieme; ſi potranno ottenere tanti prodotti eterogenei quante erano le grandezze da moltiplicarſi; li quali però tutti alle loro unità concrete avranno la medeſima proporzione. Se poi alcune delle grandezze che con vario ordine moltiplicanſi inſieme foſſero dello ſteſſo genere; allora i prodotti eterogenei proporzionali alle loro unità concrete non ſarebbero più tanti quante le grandezze che ſi moltiplicano, ma ſolo quanti i generi differenti che trovaſſerſi in eſſe. Sicchè, non badando alla moltitudine de' prodotti, ſi potrà aſſumere per teorema generale, che *ſe quante ſi vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinſi inſieme; tutti i prodotti, che poſſono naſcere dalla moltiplicazione ſaranno l' uno all' altro, o omogenei ed uguali fra loro, o eterogenei e proporzionali alle loro unità concrete*. Ma sì le grandezze uguali, che le eterogenee e proporzionali alle loro unità concrete poſſono eſſere dallo ſteſſo numero rappreſentate; quindi ſi ricava un altro teorema generale, *che ſe quante ſi vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinſi inſieme; i prodotti poſſono eſſere rappreſentati dallo ſteſſo numero*.

§. XIX.

Adunque nell' Algebra non è lecito dire che ab ſia uguale a ba, ſe non quando ſieno omogenee le grandezze $a\,b$: parimente li tre prodotti mnp mpn npm, che naſcono dalle tre grandezze $m\,n\,p$ con vario ordine moltiplicate inſieme, non ſono fra loro uguali, che quando le grandezze $m\,n\,p$ ſieno omogenee. Vero è però, che avendo noi dimoſtrato che ſe quante grandezze ſi vogliano con vario ordine moltiplichinſi inſieme, i prodotti poſſono eſſere rappreſentati dallo ſteſſo numero (§. XVIII.), ne ſegue da eſſo teorema che le due grandezze ab ba poſſano eſſere rappreſentate dallo ſteſſo numero; così le tre mnp mpn npm. Concludiamo per tanto che ſe quante ſi vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinſi inſieme; i prodotti non ſono ſempre uguali, come ſogliono dare per regola certa gli Analiſti, ma poſſono bensì eſſere ſempre dallo ſteſſo numero rappreſentati.

§. XX.

Ed eccomi oramai pervenuto al punto di poter tranquillare l'animo di chi ad onta della chiarezza ed evidenza delle coſe da me dimoſtrate pur dubitaſſe di paralogiſmo, per la ragione che dalla falſità della ſuddetta regola gli ſembraſſe dover ſeguire la ſtrana e veramente fatal conſeguenza, che quaſi tutti i calcoli degli Analiſti (i quali ſu di eſſa ſono per la maggior parte appoggiati), debbano altresì eſſere fallaci, e biſognoſi di rettificazione. Ma la coſa non è così come può parere a primo aſpetto; poichè quantunque ſia fallace la regola preſa in ſenſo generale, nondimeno da ogni taccia reſtano liberi i calcoli, ſolo che nell' Algebra s'introducano due ſuppoſizioni, le quali ſe nei libri elementari non trovanſi eſpreſſe, niuno però mi negherà che tacitamente non vengano ammeſſe da tutti gli Analiſti; e ſono queſte. Prima. *Che tutte le grandezze di qualunque natura eſſe ſieno poſſano eſſere rappreſentate da numeri*, prendendo il ſenſo della parola *rappreſentate* ſecondo l' idea da me datane al §. XV. Seconda. *Che le lettere dell' alfabeto indichino non le grandezze ſteſſe* (come ſogliamo dire) *ma i numeri che le rappreſentano*. In forza di queſte due ſuppoſizioni ognun vede che tutte le grandezze, che maneggianſi nell' Algebra, eſſendo numeri, o di lor natura o rappreſentanti altre grandezze, ſarà in queſto caſo vera la regola, ed eſatti i calcoli; laonde per eſempio *ab* è uguale a *ba*, perchè eſſendo le *a b* due numeri, il prodotto dell' *a* nel *b* è uguale al prodotto del *b* nell' *a*.

§. XXI.

Adunque l'errore degli Analiſti nel dare per regola generale, *che quante ſi vogliano grandezze moltiplicandoſi inſieme facciano uguali prodotti* ſi riduce ad errore di parole e non di fatti. La regola non è vera, che quando le grandezze ſieno omogenee, come ho dimoſtrato; ma poichè eſſi adoprano ſempre numeri aſtratti, la fallacia della regola non può condurli ad errore di calcolo. Il celebre *Eulero*, accortoſi forſe del comun inganno, ha coſtantemente ne' ſuoi Elementi d' Algebra reſe ſinonime le parole grandezza e numero, quantunque fra eſſe vi ſia quella differenza che paſſa tra il generale ed il particolare; e sfuggì a' ſuoi acutiſſimi ſguardi quell' idea della *rappreſentazione* delle grandezze da me data al §. XV., colla quale tutto ſi ſalva e tutto ſi prova legittimamente.

§. XXII.

Poichè reſta ancora da darſi la dimoſtrazione della famoſa regola, che nel moltiplicamento gli ſteſſi ſegni producono una grandezza poſitiva, e i ſegni contrarj una grandezza negativa (giacchè non credo che le coſe ſino ad ora dette ſu queſto argomento poſſano meritare il nome di dimoſtrazione) ſarà pregio dell' opera rintracciarne una che non patiſca eccezione: ma prima eſporrò il mio ſentimento intorno alle grandezze poſitive e negative, non parendomi eſatto quanto di eſſe vien dalla maggior parte degli Autori, per non dire da tutti, proferito. Comincio per tanto dal difinirle: e ſebbene le mie difinizioni ſiano tali che ognun dirà, come anch' ei l' intendea così, pure io da eſſe ricaverò conſeguenze diverſe da quelle degli altri. Secondo adunque il mio giudizio, *Grandezze poſitive ſono grandezze da aggiungerſi; e grandezze negative ſono grandezze da toglierſi*. Adunque tra le grandezze poſitive e le negative non havvi altra differenza che nell' *uſo* che ſe ne vuol fare; le une ſono deſtinate alla ſumma, e l'altre alla ſottrazione; ma la loro natura è ſempre la ſteſſa. Ne viene ancora, che una grandezza poſitiva può eſſere uguale ad una negativa; poichè per eſempio il 7 ſarà uguale a ſe ſteſſo, ſia che nella ſumma o nella ſottrazione ſia eſſo impiegato: ma egli però non ſarà lo ſteſſo nell'uſo che ſe ne vuol fare, il quale è differente. Per ſtrana che appaja queſta conſeguenza pronunciata così aſtrattamente, io però farò vedere con un' applicazione, ſiccome convengo in queſto con tutti gli Analiſti. In fatti (Fig. 7.) ſia l'*AC* una linea retta, ed il punto *B* ſia l'origine, come ſi ſuol dire, delle grandezze. Prendanſi ora dall'una parte e dall'altra del punto *B* le rette *BA BC* uguali fra loro, ma la *BA* ſia dalla parte delle poſitive, e la *BC* dalla parte delle negative. Se chiamo la grandezza poſitiva *BA* uguale a $+a$, ognuno conviene che la grandezza negativa *BC* ſia uguale a $-a$. Ma la retta *BA* è uguale alla retta *BC*, laonde è forza che anche la grandezza

dezza poſitiva $+a$ ſia uguale alla grandezza negativa $-a$; uguale però in grandezza, ma differente nell' uſo. Quindi debbeſi far differenza tra *uguaglianza* ed *equazione*, che gli Analiſti prendono per una ſteſſa coſa; imperocchè *io dico che due grandezze ſono in equazione, quando non ſolo ſieno uguali in grandezza, ma debbanſi pure allo ſteſſo modo uſare*. Dalla qual difinizione appariſce manifeſtamente, che una grandezza poſitiva può bensì eſſer uguale, ma non in equazione con una negativa, e però $+a$ è uguale a $-a$, ma $+a$ non ſarà in equazione con $-a$. Da tutto ciò ſi ricava, che dovrebbeſi eſprimere con due ſegni differenti *uguaglianza* ed *equazione*, in vece d' indicarli, come ſi fa, col ſegno comune $=$; pure ſiccome della prima ſi fa poco uſo nell' Algebra e molto della ſeconda, e l' equazione rinchiudendo anche l' uguaglianza, così non può cagionar errore il ſervirſi dello ſteſſo ſegno, quando ciò venga fatto colle dovute cautele.

§. XXIII.

L' idee ſemplici che io ho affiſſo alle grandezze poſitive e negative ſono ben differenti da quelle che ſono ſtate adottate dagli Autori d' Elementi, i quali con un' analogia (coſa veramente nuova nelle Matematiche) hanno voluto ſpiegar la loro natura, e quindi ne hanno tratto delle ſtrane conſeguenze. L' analogia è queſta. *Le grandezze poſitive ſono come crediti che un uomo abbia dall' altro, e le grandezze negative, come debiti*. L' analogia può fin qui correre, perchè li crediti di un uomo ſono realmente coſe d' aggiungere a' ſuoi capitali; e i debiti coſe da toglierſi da eſſi. *E ſiccome* (ſoggiungono eſſi) *ſi può dire di un uomo che niente poſſeda ed abbia un debito, ch' egli ha meno del niente, perocchè per aver niente biſogna che paghi prima il ſuo debito, così le grandezze negative ſono minori del niente*. Ma come mai quello che non è, quello ch' è la mancanza di un eſſere che prima eſiſteva, il nulla finalmente, come può mai eſſere maggiore della grandezza negativa, cioè di un ente ch' eſiſte? Non è egli queſto un diſtruggere la vera nozione di maggioranza? Perchè una grandezza è negativa, vale a dire perchè eſſa è deſtinata alla ſottrazione, per queſto dovrà eſſer minor del niente? Baſta mettere in forma di ſillogiſmo l' argomentazione di queſti Autori per accorgerſi della ſua falſità. *Chi ha un debito e niente poſſede, ha meno del niente: la grandezza negativa è come un debito: dunque la grandezza negativa è meno del niente*; il quale ſillogiſmo avendo manifeſtamente più di tre *termini* pecca nella *forma*. Dalla ſtrana propoſizione che le grandezze negative ſieno minori del nulla, n' è anche derivata la ugualmente ſtrana conſeguenza ch' eſſe grandezze ſieno eterogenee alle poſitive (*a*).

§. XXIV.

TEOREMA. *Se ſienvi due grandezze, una delle quali ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano; dico che il prodotto della non ſpezzata in tutta l' altra è uguale a' prodotti della non ſpezzata in ciaſcun ſegamento dell' altra.*

Sieno le *A BC* (Fig. 8.) due grandezze, una delle quali, cioè la *BC*, ſia ſpezzata in quanti ſi vogliano ſegamenti *BD DC*: e l' *A* moltiplicando la *BC* produca la grandezza *E* a queſta omogenea; moltiplicando poi le *BD DC* produca le grandezze *FG GH* a queſte omogenee, e però anche alla *BC*. Dico che uguale è l' *E* all' *FH*. Imperocchè eſpongaſi l' unità concreta *M* dell' *A*. E poichè l' *A* moltiplicando la *BD* ha prodotto la *FG*; quindi ſarà come l' *M* all' *A*, così la *BD* alla *FG*. Per la medeſima ragione l' *M* all' *A* ſta come la *DC* alla *GH*. Adunque ancora come la *BD* alla *FG*, così la *DC* alla *GH*. Ed elleno ſon tutte grandezze omogenee; laonde come la *BD* alla *FG*, così tutta la *BC* a tutta l' *FH*. Ma come la *BD* alla *FG*, così è l' *M* all' *A*; e però egli è come l' *M* all' *A*, così la *BC* alla *FH*. Come poi l' *M* all' *A*, così è pure la *BC* all' *E*; perocchè l' *A* moltiplicando la *BC* ha prodotto l' *E*. Adunque ſta come la *BC* all' *E*, così la *BC* all' *FH*. Uguale ella è dunque l' *E* all' *FH*; il che convenia dimoſtrare.

(*a*) *Wolfii. Elem. Analy. n. 23.*

§. XXV.

Per conſeguenza ſe la grandezza A ſia rappreſentata dal numero a, il ſegamento BD dal numero b, ed il ſegamento DC dal numero c, ſicchè tutta la BC ſia rappreſentata dal numero $b+c$; ſarà il prodotto del numero a in tutto il numero $b+c$ uguale al prodotto dell'a nel b, inſieme col prodotto dell'a nel c; e però il prodotto dell'a nel $b+c$ è uguale ad $ab+ac$.

§. XXVI.

Teorema. *Se ſienvi due grandezze, una delle quali ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano; il prodotto da tutta la ſpezzata nell' altra è uguale a' prodotti da ciaſcun ſegamento della ſpezzata nell' altra.*

Sieno le A BC (Fig. 9.) due grandezze, una delle quali, cioè la BC ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano BD DC; e la BC moltiplicando l'A produca l'E a queſta omogenea; poi le BD DC moltiplicando la ſteſſa A producano le FG GH a queſte omogenee, e però anche all'E. Dico che uguale è l'E all'FH. Imperocchè eſpongaſi l'unità concreta N della BC. E poichè la BC moltiplicando l'A ha prodotto l'E; quindi ſtarà come l'N alla BC, così l'A all'E. Per la medeſima ragione egli è come l'N alla BD, così l'A all'FG, ed ancora come l'N alla DC, così l'A alla GH. Poichè dunque egli è come l'N alla DC, così l'A alla GH; quindi ſarà contrariamente come la DC all'N, così la GH all'A. Ma come l'N alla BD, così è l'A all'FG. Adunque per uguaglianza ſtarà come la DC alla BD, così la GH all'FG: e componendo ſarà come la BC alla BD, così l'FH all'FG. Come poi la BD all'N, così è l'FG all'A; laonde di nuovo per uguaglianza ſtarà come la BC all'N, così l'FH all'A; e però contrariamente egli è come l'N alla BC, così l'A all'FH. Ma come l'N alla BC, così è l'A all'E; e però ſtarà come l'A all'E, così l'A all'FH. Uguale ella è dunque l'E all'FH; il che convenia dimoſtrare.

§. XXVII.

Quindi ſe rappreſenteremo l'A dal numero a, la BD dal numero b, e la DC dal numero c, ſicchè tutta la BC ſia rappreſentata dal numero $b + c$; ſarà il prodotto del $b + c$ nell' a uguale al prodotto del b nell' a inſieme col prodotto del c nell' a; cioè il prodotto di $b + c$ nell' a è uguale a $ba + ca$. Queſta ſteſſa verità, trattandoſi di numeri, ſi poteva trarre anche dalle coſe dette nel §. XXV ſenza ricorrere al Teorema antecedente; perocchè eſſendoſi colà dimoſtrato che il prodotto dell'a nel $b + c$ è uguale ad $ab + ac$; ma il prodotto dell'a nel $b + c$ è uguale al prodotto del $b + c$ nell' a, e così ancora uguale è l'ab al ba, e l'ac al ca; perocchè ſono numeri le a b c; quindi anche il prodotto del $b + c$ nell'a è uguale a $ba + ca$; come di ſopra.

§. XXVIII.

Teorema. *Se ſienvi due grandezze, ciaſcuna delle quali ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano; una di eſſe moltiplicando l' altra farà un prodotto uguale a' prodotti da ciaſcun ſegamento della prima in ciaſcun ſegamento dell' altra.*

Sieno le AB CD (Fig. 10.) due grandezze ciaſcuna delle quali ſia ſpezzata in quanti ſi vogliano ſegamenti, l' AB negli AE EB, e la CD nelli CF FD; e l' AB moltiplicando la CD produca la grandezza G, e l' AE moltiplicando ciaſcuna delle CF FD produca le grandezze HI IK; e così pure l' EB moltiplicando ciaſcuna delle CF FD produca le grandezze KL LM. Saranno adunque tutte omogenee le CD G HI IK KL LM. Dico ora che uguale è la G all' M. Imperocchè poichè le AE CD ſono due grandezze, una delle quali, cioè la CD è ſpezzata nelli ſegamenti CF FD; quindi uguale è il prodotto dell' AE nella CD (§. XXIV.) alli prodotti dell' AE nelle CF FD. Ma il prodotto dell' AE nella CF è l' HI, ed il prodotto dell' AE nell' FD è l' IK. Adunque uguale è il prodotto dell' AE nella CD all' HK. Similmente dimoſtreremo che uguale è il prodotto dell' EB nella CD alla KM. Laonde il prodotto dell' AE nella

CD inſieme col prodotto della EB nella CD è uguale a tutta l'HM. Uguale egli è poi il prodotto dell' AB nella CD inſieme col prodotto dell' EB nella CD (§. XXVI.) al prodotto dell' AB nella CD, cioè alla G; perocchè le AB CD, ſono due grandezze, delle quali l' AB è ſpezzata nelli ſegamenti AE EB. Adunque la G è uguale all' HM; il che convenia dimoſtrare.

§. XXIX.

E però ſe l' AE ſia rappreſentata dal numero a, l'EB dal numero b, coſicchè tutta l' AB ſia rappreſentata dall' $a+b$; e ſimilmente ſe la CF ſia rappreſentata dal numero m, la FD dal numero n, e tutta la CD dal numero $m+n$; ſarà il prodotto dell' $a+b$ nell' $m+n$, e ancora il prodotto dell' $m+n$ nell' $a+b$ uguale all' $am+an+bm+bn$. Dalle coſfin qui dette ricavaſi adunque la dimoſtrazione di quella bella regola degli Analiſti, che *ſe due grandezze compleſſe di altre grandezze ſemplici poſitive moltiplichinſi inſieme; il prodotto di una nell' altra è uguale ai prodotti di ciaſcuna grandezza ſemplice della prima in ciaſcuna grandezza ſemplice dell' altra*. Ora fo paſſaggio alle grandezze compleſſe di grandezze poſitive e negative.

§. XXX.

Teorema. *Se ſienvi due grandezze, una delle quali ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano; il prodotto della non iſpezzata in un ſegamento dell' altra è uguale all' ecceſſo in cui il prodotto della non iſpezzata in tutta l' altra eccede i prodotti della ſteſſa in ciaſcuno de' ſegamenti rimanenti dell' altra*.

Sieno le A BC (Fig. 11.) due grandezze, una delle quali, cioè la BC, ſia ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano BE ED DC. Dico che uguale è il prodotto dell' A nella BE all' ecceſſo in cui il prodotto dell' A nella BC eccede i prodotti dell' A in ciaſcuna delle rimanenti ED DC.

Imperocchè poichè le A BC ſono due grandezze, una delle quali, la BC, è ſpezzata in quanti ſegamenti ſi vogliano BE ED DC; quindi ſarà (§. XXIV) il prodotto dell'A nella BC uguale a' prodotti dell'A in ciaſcuna delle BE ED DC. Adunque il ſolo prodotto dell'A nella BE è uguale all' eccеſſo, onde il prodotto dell'A nella BC eccede i prodotti dell'A in ciaſcuna delle rimanenti ED DC; il che conveniva dimoſtrare.

§. XXXI.

Laonde ſe col numero a rappreſenteremo la grandezza A, col numero b la grandezza BC, col c l' ED, e la DC col d, ſicchè la rimanente BE ſia rappreſentata da $b - c - d$; ſarà il prodotto dell'a nel $b - c - d$ uguale all' ab meno ac e meno ancora ad; e però il detto prodotto ſarà uguale all' $ab - ac - ad$. Ma il prodotto dell'a nel $b - c - d$ è uguale al prodotto del $b - c - d$ nell'a (eſſendo numeri gli a b c d); dunque ancora il prodotto del $b - c - d$ nell' a è uguale all' $ab - ac - ad$.

§. XXXII.

Vengo ora alla dimoſtrazione del ſeguente famoſo Teorema, che ſerve per la moltiplicazione delle grandezze compleſſe, che includano ſegni negativi. *Se ſienvi due grandezze ciaſcuna delle quali ſia compleſſa di grandezze ſemplici poſitive e negative; il prodotto di una nell' altra è uguale alla grandezza compleſſa dai prodotti di ciaſcuna grandezza ſemplice della prima in tutte le grandezze ſemplici dell' altra; con queſta regola, che i prodotti, che derivano da grandezze ſemplici aventi lo ſteſſo ſegno, ſono poſitivi, ed i prodotti da grandezze ſemplici aventi ſegno diverſo ſono negativi*. Potrei dimoſtrare queſto teorema allo ſteſſo modo de' precedenti con figure, e poi farne l' applicazione all' Algebra, ma per non andar troppo alla lunga preſenterò al mio lettore una dimoſtrazione ſenza il ſoccorſo di quelle, la quale s' appoggia però ſulle antecedenti propoſizioni.

Sieno per tanto l'$m - n$, e l'$a - b$ due numeri compleſſi di numeri ſemplici poſitivi e negativi; cioè l'$m - n$ del poſitivo m e del negativo n, e l'$a - b$ del poſitivo a e del negativo b.

Dico che il prodotto dell' $m - n$ nell' $a - b$ è uguale al numero compleſſo dai prodotti ma, mb, na, nb, con queſta regola che l' ma e l' nb che derivano, il primo da numeri ſemplici poſitivi, ed il ſecondo da numeri ſemplici negativi, debbono eſſere amendue poſitivi; ma l' mb e l' na che derivano da numeri ſemplici uno poſitivo e l'altro negativo debbono eſſer amendue negativi; vale a dire il prodotto dell' $m - n$ nell' $a - b$ è uguale all' $ma - mb - na + nb$. Imperocchè ſuppongaſi $m - n = d$, e l' $a - b = q$; adunque $m = n + d$, e $a = b + q$; laonde (§. XXVIII.) ſarà $ma = nb + nq + db + dq$. Ed aggiungendo al ſecondo membro e togliendo dallo ſteſſo la grandezza nb, ſarà ancora $ma = nb + nq + db + dq + nb - nb$; ovvero dando un ordine differente allo ſteſſo ſecondo membro, ſarà $ma = nb + db + nb + nq + dq - nb$. Ma $nb + db$ è uguale (§. XXVI.) al prodotto dell' $n + d$, cioè dell' m, nel b, e però è uguale all' mb; e parimente $nb + nq$ (§. XXIV.) è uguale al prodotto dell' n nel $b + q$, cioè nell' a, e però è uguale all' na. Per conſeguenza $ma = mb + na + dq - nb$; laonde $dq = ma - mb - na + nb$. Egli è poi il dq il prodotto del d nel q, o dell' $m - n$ nell' $a - b$; quindi il prodotto dell' $m - n$ nell' $a - b$ è uguale all' $ma - mb - na + nb$; il che conveniva dimoſtrare.

§. XXXIII.

Ciaſcun vede che ſiccome la diviſione algebraica non è che una proporzionalità inverſa di quella della moltiplicazione, così non debbe riuſcir difficile trattare collo ſteſſo metodo, che abbiamo adoperato in queſta, anche l' altra operazione; pure alcuni teoremi renderanno la coſa più manifeſta. *Se una grandezza divida una grandezza; il quoziente ſarà omogeneo alla grandezza diviſa.* La grandezza A (Fig. 12.) dividendo la grandezza B dia per quoziente la C. Dico che la C è omogenea alla B. Imperocchè ſia la D l' unità concreta dell' A. E poichè l' A dividendo la B ha dato la C; quindi egli è (§. V.) come l' A alla D, così la B alla C. Elleno hanno dunque proporzione le B C; e però la C è omogenea alla B; il che convenia dimoſtrare.

§. XXXIV.

Teorema. *Se una grandezza dividendo una grandezza dia un quoziente; queſto moltiplicato per la grandezza dividente farà un prodotto uguale alla grandezza diviſa.* La grandezza *A* (Fig. 13.) dividendo la grandezza *B* dia per quoziente la grandezza *C* che ſarà ad eſſa omogenea (§. XXXIII.); poi l' *A* moltiplicando la *C* produca la *D* omogenea alla *C* (§. VIII.), e però anche alla *B*. Dico che uguale è la *D* alla *B*. Imperocchè ſia l' *E* l' unità concreta dell' *A*. E poichè la *B* diviſa per l' *A* ha dato la *C*; quindi ſarà come l' *A* all' *E*, così la *B* alla *C*; e però contrariamente egli è come l' *E* all' *A*, così la *C* alla *B*. Ma come l' *E* all' *A*, così è la *C* alla *D*, perocchè l' *A* moltiplicando la *C* ha prodotto la *D* (§. IV.). Laonde egli è come la *C* alla *D*, così la *C* alla *B*. Uguale ella è dunque la *D* alla *B*; il che convenia dimoſtrare.

§. XXXV.

Teorema. *Se una grandezza moltiplicando una grandezza faccia un prodotto; queſto diviſo per la grandezza moltiplicante darà un quoziente uguale alla grandezza moltiplicata.*

La grandezza *A* (Fig. 14.) moltiplicando la grandezza *B* produca la grandezza *C* ad eſſa omogenea; poi la *C* diviſa per l' *A* dia per quoziente la grandezza *D*, omogenea alle *C B*. Dico che uguale è la *D* alla *B*. Imperocchè ſia l' *E* l' unità concreta dell' *A*. E poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi ſarà come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*; laonde contrariamente egli è come l' *A* all' *E*, così la *C* alla *B*. Ma come l' *A* all' *E*, così è la *C* alla *D*; perchè la *C* diviſa per l' *A* ha dato la *D* (§. V). Adunque egli è come la *C* alla *D*, così la *C* alla *B*; e però uguale è la *D* alla *B*; il che convenia dimoſtrare.

§. XXXVI.

Seguendo con queſto metodo ſi può quanto mai elegantemente dimoſtrare tutte le proprietà delle grandezze proporzionali, e delle proporzioni compoſte, nelle quali entrino la moltiplicazione e la diviſione. Sopra tutto rieſce chiariſſima la teoria de' quozienti, che impropriamente nell' Algebra ſi confondono colle frazioni, non eſſendo i quozienti pure frazioni che nel caſo in cui dividanſi numeri fra loro, non grandezze in generale. Ma ſiccome non è ſtato mio ſcopo in queſta Memoria, che di moſtrare agli Analiſti, con quanta maggior facilità e ſicurezza poſſaſi per queſta nuova ſtrada piantare le regole del calcolo, così mi fermerò a queſto punto; e ſolo paſſerò a ſoddisfare all' aſſunto preſomi nel §. XV.), dove mi era riſervato a far conoſcere la cagione per cui ſono caduti in errore coloro che hanno aſſerito che il prodotto di una linea per una linea è una ſuperficie; il che mi aprirà l' adito a preſentare il vero modo con cui poſſonſi dimoſtrare le comuni regole della Geometria pratica per calcolare le figure piane, ed anche le ſolide.

§. XXXVII.

Se ſiavi un rettangolo che abbia per eſempio un lato di quattro piedi, e l' altro di otto, ognun vede che la ſua area è di 32. piedi quadrati, poichè ſe ciaſcun lato ſi divida ne' ſuoi piedi e per li punti delle diviſioni tirinſi rette parallele all' altro lato e formiſi una ſpezie di graticola; il detto rettangolo comprende 32. quadrati di un piede. Ora eſſendo il numero 32. il prodotto appunto del quattro nell' otto; molti hanno conchiuſo, che l' area di un rettangolo è uguale al prodotto de' due lati; e però che linea moltiplicando linea produca ſuperficie. Ma eſſi non hanno poſto mente che moltiplicando l' otto per quattro non moltiplicano lato per lato, ma moltiplicano ſolo fra loro due numeri che rappreſentano i lati del rettangolo; così il numero 32, preſo aſtrattamente, non è la ſuperficie di quello, ma ſolo la rappreſenta; e per convertirlo nella ſuperficie conviene prenderlo concretamente pronunciando 32. piedi quadrati; quindi eſſi hanno confuſo inſieme le idee di rappreſentazione e d'identità, e da queſta confuſione n'è nato lo sbaglio: ma il ſeguente paragrafo, ove ſta rinchiuſa la vera teoria del calcolo de' terreni, dimoſtrerà la coſa con più chiarezza.

§. XXXVIII.

E' noto. I. *Che l' unità concreta lineare vien chiamata piede lineare*. II. *Che la figura quadrata fatta ſu queſto piede lineare*, *ovvero il piede quadrato*, *vien preſo per unità concreta ſuperficiale*. Ciò poſto, pronuncio queſto Teorema. *Se i lati di un rettangolo ſiano rappreſentati da numeri; il prodotto di eſſi numeri rappreſenterà l' area del rettangolo*.

Sia l' *AC* (Fig. 15.) un rettangolo, ed il numero intero o rotto *D* rappreſenti il lato *AB*, ed il numero intero o rotto *E* rappreſenti l' altro lato *AC*. Il numero poi *D* moltiplicando l'*E* produca il numero *F*. Dico che l' *F* rappreſenta il rettangolo *AC*. Imperocchè ſia la linea *IK* l'unità, o il piede lineare; onde deſcritto dall'*IK* il quadrato *HK*, ſarà l'*HK* l'unità ſuperficiale. Sia in oltre la *G* l'unità numerica. E poichè il numero *D* rappreſenta la linea *AB*; quindi ſarà (§. XV.) come l' *IK*, cioè l'*IH*, all'*AB*, così l'unità aſtratta *G* al numero *D*. Per la ſteſſa ragione egli è come l'*IK* alla *BC*, così l'unità aſtratta *G* al numero *E*. Uguale è dunque la proporzione compoſta dalle proporzioni dell'*IH* all'*AB*, e dell'*IK* alla *BC*, alla proporzione compoſta dalle proporzioni della *G* al *D*, e della *G* all' *E*. Ma il quadrato *HK* al rettangolo *AC* ha la proporzione compoſta dalle proporzioni dell'*IH* all'*AB*, e dell'*IK* alla *BC*; e parimente l' unità aſtratta *G* al numero prodotto *F* è in proporzione compoſta della *G* al *D*, e della *G* all' *E*, perocchè il *D* moltiplicando l'*E* ha prodotto l' *F*. Adunque egli è come il quadrato *HK*, cioè l'unità ſuperficiale, al rettangolo *AC*; così l' unità aſtratta *G* al numero *F*; e però il numero *F* (§. XV.) rappreſenta la ſuperficie del rettangolo *AC*; il che convenia dimoſtrare.

2.

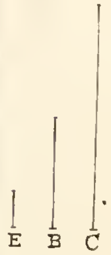


Fig. 3.

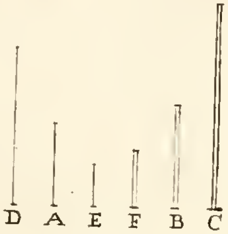
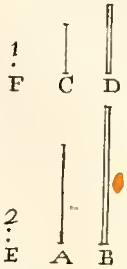


Fig. 4.



7.6.

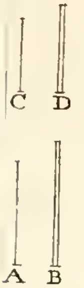


Fig. 7.

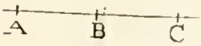
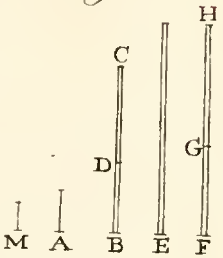


Fig. 8.



0.

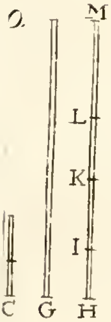


Fig. 11.

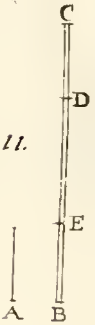
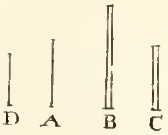


Fig. 12.



ig. 14.

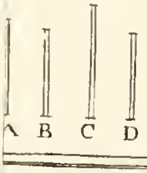


Fig. 15.

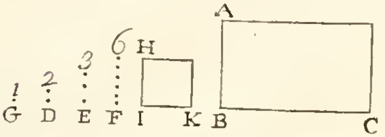

A
6
H
3
2
1
G
D
E
F
I
K
B
C

Fig. 1.

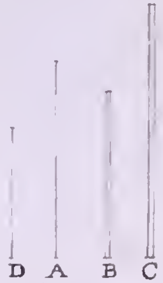


Fig. 2.

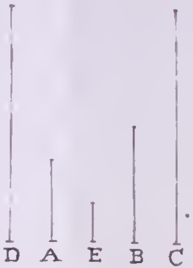


Fig. 3.

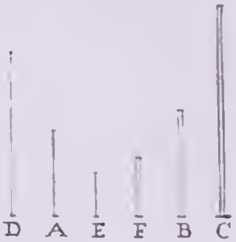


Fig. 4.

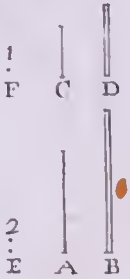


Fig. 5.

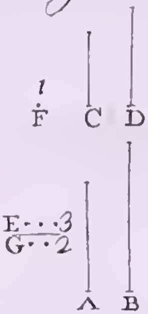

1
F
C
D
E · · · 3
G · · 2
A
B

Fig. 6.

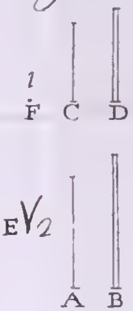


Fig. 7.

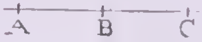


Fig. 8.

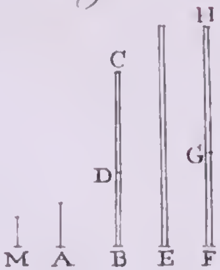


Fig. 9.

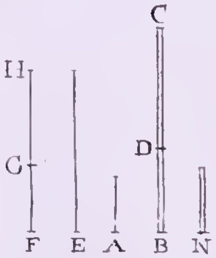


Fig. 10.

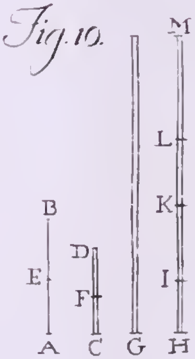

M
L
K
B
D
E
I
F
A
C
G
H

Fig. 11.

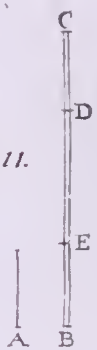


Fig. 12.

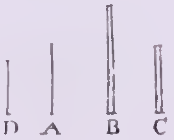


Fig. 13.

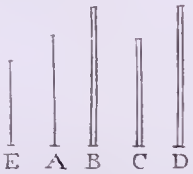


Fig. 14.

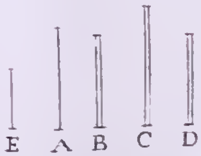
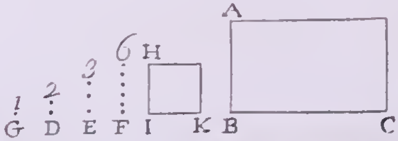


Fig. 15.


A
6
H
3
2
1
G
D
E
F
I
K
B
C

§. XXXIX.

Queſto ſolo Teorema baſta per conoſcere con quanta felicità poſſanſi dimoſtrare tutte l' altre regole che appartengono al calcolo delle figure piane, e così pure quelle delle figure ſolide, che unite formano la più intereſſante parte della Geometria pratica: e tutto ciò ſenza valerſi di quel falſo principio che linea moltiplicando linea produca ſuperficie; e che linea moltiplicando ſuperficie produca ſolido. Ma baſti il fin qui detto intorno alla moltiplicazione ed alla diviſione algebraiche.

Il Fine delle Memorie Sociali.

INDICE
DELLE MEMORIE

SEZIONE PRIMA

Cose Trigonometriche.
Del Sig. Antonio Cagnoli. pag. 1

Memoria ſopra la Salinazione Artificiale.
Del Sig. Cav. Vittorio Fossombroni. 57

Saggio intorno alla Rettificazione dell' Areometro, e a' differenti ſuoi uſi.
Del P. Giovambatista da S. Martino. 79

Sopra una Toſſe degli Alimenti.
Del Sig. Dott. Giovanni Verardo Zeviani. 124

SEZIONE SECONDA.

Lettera
Del Sig. LEOPOLDO MARC-ANTONIO CALDANI.
Al Chiariſſimo Sig. Dott. VERARDO ZEVIANI. pag. 130

Relazione di un Arco luminoſo oſſervato Addì 5 Settembre 1788
Dal Sig. Ab. CHIMINELLO.
Preſentata Dal Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO. 153

Sopra la Coſtruzione delle Chiuſe per la derivazione de' Canali Regolati.
Del Sig: FRANCESCO BERNARDINO FERRARI.
Preſentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA. 157

Dell' Azione di un Corpo retto da un piano Immobile eſercitata ne' punti di appoggio che lo ſoſtentano.
Tentativo Del Sig. CAVALIERE LORGNA. 178

Eſpoſizione Anatomica delle parti relative all' Encefalo degli Uccelli. Trattato quinto de' Nervi che eſcono dalla cavità del cranio.
Del Sig. VINCENZO MALACARNE.
Al Chiariſſimo Sig. MICHELE GIRARDI. 193

Nota ſopra la Storia del Cocco tintorio detto volgarmente Kermes o grana da tingere.
Del CAVALIERE D. MICHELE ROSA.
Al Sig. Co. LODOVICO SAVIOLI Ampliſſimo Senatore di Bologna. 225

Memoria ſopra le Meduſe Fosforiche.
Del Sig. Ab. LAZARO SPALLANZANI. 271

SEZIONE TERZA.

Lettera
Del Sig. Dott. GIUSEPPE BONVICINI.
Al Sig. Profeſſore MICHELE GIRARDI. 291

Oſſervazioni Meteorologiche fatte in Verona negli anni 1792, 1793.
Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI. 300

Oſſervazioni ſopra la Trasformazione di un inſetto, e ſopra le Idatidi delle Ranocchie.
Del Sig. FLORIANO CALDANI.
Preſentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA. 305

Lettera ſopra diverſi aneddoti matematici.
Del Sig. PIETRO FERRONI.
Al Sig. Preſidente CAV. ANTONMARIO LORGNA. 319

Calcolo delle Variazioni finite nella Trigonometria piana e sferica.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA, 346

Iſtoria di ciò che è ſtato penſato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla ſcoperta del doppio ſeſſo fino a queſto tempo, coll' aggiunta di nuove eſperienze.
Del Sig. PIETRO ROSSI. 369

Sull' Attività della Dattiſca Cannabina di Lin-

neo contro le Febbri intermittenti.
Del Sig. Pietro Rubini P. Profeſſore di Chimica nella R. Univerſità di Parma.
Preſentata dal Sig. Michele Girardi. 431

SEZIONE QUARTA.

Della Legge d'immutabile capacità, e neceſſaria contrarietà di ecceſſo, e difetto di elettricità negli oppoſti lati del vetro, e di altro ſtrato reſiſtente ſuppoſta da Franklin *per la ſpiegazione della carica, e della ſcarica elettrica nella boccia Leidenſe.*
Del P. Carlo Barletti. 444

Determinazione del Tempo che impiega un grave diſcendente per un Canale circolare.
Del Sig. Gio. Francesco Malfatti. 462

Oſſervazioni ſopra la ſquiſitezza del Senſo del Tatto di alcuni vermi marini.
Del Sig. Ab. Giuseppe Olivi.
Indirizzate al Sig. Ab. Giuseppe Tommaselli Naturaliſta e Chimico Veroneſe, ed a'ſuoi Nobili Uditori. 478

Intorno alla Moltiplicazione ed alla Diviſione algebraiche.
Del Sig. Leonardo Salimbeni. 482

	ERRORI	CORREZIONI
Pag. 59	pagina 3	pagina 58
66	onn	non
73	pagina 16 , 17 ,	pagina 67 ,
96	perfettamen-	perfettamente
109	avvicando	avvicinando
111	ſegua	ſegna
112	ehe	che
133	intuoneſcenza	intumeſcenza
135	peritonico	peritonèo
135	paritonio	peritonèo
142	realmente è .	realmente non è .
146	accumulate	accumulare
150	ruto	urto
151	rito	ſito
193	Ner-	Nervi
193	*Ni*	*Hi*
194	*ſcleroti*	*ſclerodi*
196	alabo	Globo
197	arbitraria	orbitaria
297	muſo	muſculo
197	fiammenti	frammenti
201	toux	tous
202	dalla qualſe	da cui
201	Cog	Coq
203	deſtintamente	deſtramente
207	*hyaloidem*	*in hyaloidem*
209	pervenuto	pervenuta
213	ne	nè
210	arrivano	arriva
221	a quanto è per ſottomettere	a quanto ſarò per ſottomettere
245	opione	opinione
249	*Hem*	*Item*
289	brucione	bruciore
291	Al Sig. Profeſſore	Preſentata dal Sig.
308	bruco A	bruco *a*
308	ſoſtanza B	ſoſtanza *b*
320	(*Nota* 2.)	(*Nota* (*b*) *pag.* 319) ; e così nelle ſeguenti citazioni.
323	*igenia*	*ingenia*
326	*D T B C*	*D T B C* =
363	uinforme	uniforme
414	o per	per
416	maliſſio	maliſſimo

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY